Primair onderwijs | Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5

PPON-reeks nummer 51

zeker weten

Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5

Uitkomsten van de vijfde peiling in 2011

Floor Scheltens
Bas Hemker
Jorine Vermeulen
Met een bijdrage van:
Marije F. Fagginger Auer, Marian Hickendorff en Cornelis M. van Putten, Universiteit Leiden

Rekenen-Wiskunde

PPON-reeks nummer 51

Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

Uitgave Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling 2013

Cito | Arnhem

Colofon

- Opdrachtgever: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap
- Projectleiding: Jan van Weerden en Floor Scheltens
- Ontwerp peiling: Bas Hemker, Jan Janssen, Floor Scheltens
- Coördinatie opgaven- en toetsconstructie: Jan Janssen en Floor Scheltens
- Coördinatie gegevensverzameling: Jan van Weerden
- Opzet vragenlijsten: Marije Fagginger Auer, Jan Janssen, Kees van Putten en Floor Scheltens
- Secretariaat: Joke van Daal en Elsbeth Emmerink
- Auteurs: Floor Scheltens, Bas Hemker en Jorine Vermeulen
- Redactionele bijdrage: Henk Wagenaar
- Psychometrische analyses: Bas Hemker
- Bureauredactie: Loes Hiddink
- Grafische vormgeving en opmaak: Service unit, MMS
- Ontwerp grafieken: Henk Heusinkveld GGT
- Foto omslag: Ron Steemers

Samenvatting

In mei/juni 2011 is het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde einde basisonderwijs uitgevoerd. Het peilingsonderzoek omvatte een inventarisatie van het onderwijsaanbod in de jaargroepen 6, 7 en 8 en een gedetailleerd onderzoek naar de rekenvaardigheid van leerlingen in jaargroep 8. In het bijzonder is extra onderzoek gedaan naar strategiegebruik binnen *Schattend rekenen* en binnen *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*. Ook is een aanvullend onderzoek naar *Hoofdrekenen* met en zonder papier verricht. De belangrijkste conclusies van dit peilingsonderzoek zijn hier bij elkaar gezet.

Gebruik van reken-wiskundemethoden

De keuze van reken-wiskundemethoden is in vergelijking met de peiling van 2004 licht veranderd. Het percentage scholen dat de methode *Pluspunt* gebruikt is gedaald. Ondanks deze daling blijft *Pluspunt* in de jaargroepen 6, 7 en 8 de meest gebruikte methode (ongeveer 40%). Het percentage scholen dat de methode *Alles telt* gebruikt, is ten opzichte van 2004 toegenomen (van ongeveer 5% naar ongeveer 11%). Het gebruik van *De wereld in getallen* (ongeveer 30%) en *Rekenrijk* (ongeveer 15%) is nagenoeg gelijk gebleven. De overige methoden worden door minder dan 7% van de leraren genoemd.

paragraaf 3.2 | pagina 44

Andere leermiddelen

Bijna 40% van de leraren uit jaargroep 8 gebruikt naast de methode aanvullende leermiddelen. *Maatwerk* wordt in de huidige peiling het vaakst genoemd. *Maatwerk* is voornamelijk bedoeld voor leerlingen die moeite hebben met rekenen. *Remelka* wordt in deze peiling door enkele leraren genoemd. Daarnaast noemt een klein aantal leraren *Kien*, materiaal dat gericht is op leerlingen die snel en goed kunnen rekenen.

paragraaf 3.2 | pagina 44

Tijd voor reken-wiskundeonderwijs

De onderwijstijd in de bovenbouw van het basisonderwijs voor rekenen-wiskunde in 2011 is, net als in de jaren 1992, 1997 en 2004 ongeveer 5 uur per week. Voor zowel de verschillende jaargroepen als voor de strata zijn geen verschillen in de lestijd gevonden.

paragraaf 3.3 | pagina 45

Differentiatie

De trend die in de peiling van 2004 is gevonden zet zich in 2011 door: steeds minder leraren geven dezelfde instructie en oefenstof aan alle leerlingen. Ten opzichte van 2004 gaven de leraren aan dat ze vaker in hun instructie differentiëren per niveau- of tempogroep met eventuele differentiatie bij de verwerking van de oefenstof. Het geven van gelijke instructie gevolgd door gedifferentieerde oefenstof is in 2011 afgenomen, maar wordt net als in 2004 nog wel het meest toegepast.

paragraaf 3.5 | pagina 48

Individuele ondersteuning van leerlingen

In de bovenbouw van het basisonderwijs krijgt ongeveer 35% van de leerlingen extra steun. De meeste leraren rapporteerden dat het 1 of 2 leerlingen per klas betreft. Ongeveer 15% van de leraren uit jaargroepen 6, 7 en 8 geeft aan dat individuele ondersteuning wordt verzorgd door een intern begeleider of rekenspecialist. Een derde van de leraren meldt dat deze ondersteuning alleen wordt verzorgd door een remedial teacher.

paragraaf 3.5 | pagina 48

Gebruik van de zakrekenmachine

Het aantal leraren uit jaargroep 6 dat zegt tijdens de reken-wiskundeles gebruik te maken van de zakrekenmachine is tussen 2004 en 2011 gestegen van 40% naar 53%. In jaargroep 7 en 8 wordt de zakrekenmachine algemeen gebruikt.

paragraaf 3.6 | pagina 51

Strategievoorkeur en -gebruik: kolomsgewijze strategie of cijferalgoritme?

Uit dit peilingsonderzoek blijkt dat voor *Optellen, Aftrekken* en *Vermenigvuldigen* leraren uit de bovenbouw van het basisonderwijs de voorkeur geven aan de inzet van het cijferalgoritme ten opzichte van de kolomsgewijze strategie. Minder dan 20% van de leraren geeft bij deze drie bewerkingen de voorkeur aan de kolomsgewijze strategie. Voor *Delen* hebben evenveel leraren een voorkeur voor de kolomsgewijze strategie als voor het cijferalgoritme. In vergelijking met de peiling van 2004 is het gebruik van alleen het cijferalgoritme voor alle vier de hoofdbewerkingen toegenomen. Bij de kolomsgewijze aanpak zijn geen grote verschillen te zien ten opzichte van 2004.

paragraaf 3.7 | pagina 52

Aandacht voor hoofdrekenen en schattend rekenen

Uit deze peiling blijkt dat de aandacht voor een aantal onderdelen van *Hoofdrekenen* ten opzichte van de vorige peilingen opnieuw is toegenomen. Opvallend hierbij is de groei in aandacht voor basisvaardigheden bij het rekenen met breuken, procenten en komma-getallen in jaargroep 6 (van 36% naar 50%).In jaargroepen 6 en 7 maakt ongeveer een derde van de leraren gebruik van aanvullend materiaal met betrekking tot *Hoofdrekenen* en *Schattend rekenen*. In jaargroep 8 is dit percentage afgenomen naar 25%. In jaargroep 6 en 7 besteedt ongeveer 80% van de leraren minimaal twee keer in de week aandacht aan *Hoofdrekenen* en *Schattend rekenen*. In jaargroep 8 is dit minder, ongeveer 70%.

paragraaf 3.8 | pagina 54

Getallen en getalrelaties

Dit onderwerp betreft inzicht in de structuur van de telrij, de structuur van getallen en de relaties tussen getallen. In de periode 1987-2004 was er sprake van een sterk positief jaareffect voor het onderwerp *Getallen en getalrelaties*. In de periode 2004-2011 is daarentegen een zeer lichte daling in de vaardigheid te zien.

paragraaf 4.1 en 9.7 | pagina 58 en 306

Basisoperaties

Voor *Optellen en aftrekken* is over de periode 1992-2004 een licht positief effect gevonden. Uit de vergelijking van 2004 met 2011 blijkt een verwaarloosbaar klein negatief effect. Voor *Vermenigvuldigen en delen* is over de periode 1997-2004 een positieve trend waargenomen. In de periode 2004-2011 blijkt echter sprake van een verwaarloosbaar klein negatief effect. De minieme effecten op het gebied van basisoperaties en het ontbreken van een duidelijke jaartrend komen mogelijkerwijs doordat er sprake is van een plafondeffect.

paragraaf 4.2-4.3 en 9.7 | pagina 69 en 306

Hoofdrekenen

Bij dit onderwerp gaat het om opgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. Ze mochten bij het oplossen geen uitrekenpapier gebruiken. Terwijl in de periode 1987-2004 voor het onderwerp *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* een duidelijk positieve ontwikkeling is waargenomen, zijn de resultaten tussen 2004 en 2011 voor zowel *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* als voor *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* gelijk gebleven.

paragraaf 4.4-4.5 en 9.7 | pagina 83 en 306

Hoofdrekenen met en zonder papier

In deze peiling is onderzocht of het verschil maakt of een opgave uit het hoofd moet worden uitgerekend of dat er bij de berekening gebruik mag worden gemaakt van uitrekenpapier. Voor alle vier de operaties (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) blijken de afnamecondities **met** en **zonder** papier niet één op één samen te hangen met de moeilijkheid van de opgaven. Sommige opgaven zijn gemakkelijker **met** papier, terwijl andere opgaven juist **zonder** papier gemakkelijker zijn. Wat betreft de gevolgde oplossingsstrategie paste een derde tot de helft van de leerlingen bij *Hoofdrekenen-opgaven: optellen en aftrekken* een algoritme toe als ze papier mochten gebruiken.
In minder dan 5% werd in dat geval een hoofdrekenstrategie gebruikt. Een deel van de leerlingen noteerde in de conditie **met** papier geen uitwerking en rekende kennelijk uit het hoofd. Voor de vermenigvuldig- en deelopgaven bleek het gebruik van een algoritme in de conditie **met** papier sterk af te hangen van de kenmerken van de opgave. Over het algemeen pasten leerlingen bij vermenigvuldig- en deelopgaven minder vaak een algoritme toe dan bij de optel- en aftrekopgaven.

paragraaf 4.4 en 4.5 | pagina 93 en 103

Schattend rekenen

Het positieve effect voor het onderwerp *Schattend rekenen* dat zichtbaar was in de 1987-2004 zet zich door in de periode 2004-2011. Over deze periode is een lichte toename van de prestaties te zien. Van zes opgaven van dit onderdeel zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures van leerlingen verzameld.
De belangrijkste conclusie uit dit deelonderzoek is dat leerlingen een voorkeur hebben voor schatten via afronden.

paragraaf 4.6 en 9.7 | pagina 104 en 306

Bewerkingen

Het duidelijk negatieve effect van afnamejaar over de periode 1987-2004 op het onderdeel *Optellen en aftrekken* zet enigszins door in de periode 2004-2011. Het effect is echter minimaal. Bij het onderwerp *Vermenigvuldigen en delen* waren de leerlingen tussen 1997 en 2004 sterk achteruit gegaan. Het niveau is in de periode 2004-2011 echter gelijk gebleven. Voor *Samengestelde bewerkingen* is de negatieve trend die over de periode 1987-2004 werd geobserveerd in 2004-2011 naar een licht positieve trend omgebogen.
Bij het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* zijn enkele opgaven individueel afgenomen en is de relatie tussen strategiegebruik en succespercentages onderzocht. Voor de vermenigvuldigopgaven bleek het gebruik van het cijferalgoritme het meest succesvol, gevolgd door de kolomsgewijze methode. Een strategie zonder algoritmisch schema was het minst succesvol. Bij deelopgaven werd een omgekeerd patroon gevonden: een strategie zonder algoritmisch schema was het meest succesvol, gevolgd door het gebruik van het cijferalgoritme en de kolomsgewijze methode.

paragraaf 4.7-4.9 en 9.7 | pagina 116 en 306

Rekenen met de zakrekenmachine

In de kerndoelen voor het basisonderwijs staat dat leerlingen de rekenmachine met inzicht moeten kunnen gebruiken en dat zij breuken in decimale breuken moeten kunnen omzetten met behulp van een rekenmachine. Over de periode 1992-1997 is een licht positieve tendens waargenomen, die zich tussen 1997 en 2004 heeft gestabiliseerd. In de huidige peiling vinden we opnieuw een positieve trend over de periode 2004-2011.

paragraaf 4.10 en 9.7 | pagina 148 en 306

Verhoudingen, breuken en procenten

De jaareffecten voor de onderwerpen uit dit domein laten nauwelijks verschillen tussen 2004 en 2011 zien. Er blijkt geen duidelijke trend voor *Verhoudingen*: over de periode 1987-1997 is een licht positieve tendens waargenomen, over 1997-2004 zien we daarentegen een lichte achteruitgang en over de periode 2004-2011 weer een zeer minimale, niet significante vooruitgang. Het beeld omtrent de vaardigheid in het kunnen omgaan met *Breuken* is in de periode 1987-2004 gelijk aan dat van het onderwerp *Verhoudingen*. In de periode 2004-2011 is echter sprake van een lichte achteruitgang op dit onderwerp. Op het onderdeel *Procenten* was in de vorige peilingen een positieve ontwikkeling zichtbaar. die in de periode 2004-2011 is gestabiliseerd.

hoofdstuk 6 en paragraaf 9.7 | pagina 170 en 306

Meten en meetkunde

De jaareffecten voor de onderwerpen uit dit domein laten nauwelijks verschillen zien tussen 2004 en 2011. Voor *Lengte* is, net zoals in de periode 1987-2004, in de periode 2004-2011 een verwaarloosbaar kleine negatieve trend gevonden. Op de onderwerpen *Oppervlakte* en *Inhoud* zijn tussen 2004 en 2011 geen veranderingen in het vaardigheidsniveau van de leerlingen opgetreden. Voor *Gewicht* wordt wel een duidelijk positief effect over de totale periode 1987-2011 waargenomen. Het effect over de periode 2004-2011 is echter verwaarloosbaar klein. Tot slot is voor het onderwerp *Toepassingen* een klein positief effect in de periode 2004-2011 waargenomen. Hiermee komt een einde aan de negatieve trend die in de periode 1987-2004 zichtbaar was. Voor het onderwerp *Meetkunde* was het niet mogelijk om een jaareffect te berekenen.

paragraaf 7.1-7.6 en 9.7 | pagina 206 en 306

Tijd en geld

Nadat er zich over de periode 1987-1997 een licht positieve trend aftekende voor het onderwerp *Tijd*, gevolgd door een negatief effect over de periode 1997-2004, is tussen 2004-2011 weer een zeer klein positief effect gevonden. In de periode 2004-2011 is het vaardigheidsniveau op het onderwerp *Geld* niet significant veranderd.

paragraaf 7.7, 7.8 en 9.7 | pagina 260 en 306

Verbanden (Tabellen en grafieken)

Dit onderwerp heette in de vorige balans *Tabellen en grafieken*. Door de ontwikkelingen rond de referentieniveaus is dit onderwerp uitgebreid met enkele opgaven over patronen. Desalniettemin meet het grootste deel van de opgaven dezelfde vaardigheid als in 2004. Daarom is het verantwoord een jaarvergelijking te maken. In de periode 2004-2011 is een duidelijk positief effect te zien.

hoofdstuk 8 en paragraaf 9.7 | pagina 282 en 306

Effect van jaar

De verschillen tussen 2004 en 2011 in rekenniveau zijn bij de meeste onderwerpen zeer klein. Bij zes onderwerpen is een klein tot zeer klein positief effect gevonden, bij vijf onderwerpen is een zeer klein negatief effect. Bij acht onderwerpen is het rekenniveau gelijk gebleven. Eén onderwerp, *Verbanden* (voorheen *Tabellen en grafieken*) springt er positief uit door een matige effectgrootte.

paragraaf 9.7 | pagina 306

Effect van formatiegewicht

Diverse factoren bepalen de omvang van de lerarenformatie op een school. Een van deze factoren – van oudsher aangeduid als het formatiegewicht – is gerelateerd aan de sociaal-economische achtergrond van de leerlingen. Voor alle drie de domeinen geldt dat zowel 0.3-leerlingen als 1.2-leerlingen een achterstand hebben op 0.0-leerlingen. De resultaten uit deze peiling zijn niet vergeleken met die uit 2004 omdat de definities voor formatiegewicht ingrijpend zijn gewijzigd.

paragraaf 9.2 | pagina 295

Effect van stratum

Op basis van de formatiegewichten zijn schoolscores berekend en zijn de scholen ingedeeld in drie strata, die in globale termen de samenstelling van de schoolbevolking kenmerken. Binnen de domeinen *Verhoudingen, breuken en procenten, Meten en meetkunde* en *Verbanden* vinden we een licht negatief effect voor stratum-2-scholen ten opzichte van stratum-1-scholen. Binnen het domein *Getallen en bewerkingen* is dit effect verwaarloosbaar klein. Voor stratum-3-scholen is er in het algemeen sprake van een licht tot matig negatief effect ten opzichte van stratum-1-scholen. Voor zowel stratum-2- als stratum-3-scholen is relatief vaak sprake van een additioneel negatief stratumeffect ten opzichte van de beide andere strata. Wederom was een vergelijking met 2004 niet mogelijk door wijzigingen in de definities voor formatiegewicht.

paragraaf 9.3 | pagina 297

Effect van geslacht

Uit de vergelijking van de rekenvaardigheid van meisjes en jongens blijkt dat jongens op nagenoeg alle onderwerpen hoger scoren dan meisjes. De effectgroottes variëren van zeer klein tot matig. Voor het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* is echter, net als in 2004, een klein positief effect in omgekeerde richting gevonden: meisjes doen het op dit onderdeel beter dan jongens. Voor de onderwerpen *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* en *Bewerkingen: toepassingen* zijn geen significante verschillen tussen jongens en meisjes gevonden. De resultaten wijken af van die in de peiling in 2004. Tot slot is ook op het onderwerp *Meetkunde* geen significant effect gevonden.

paragraaf 9.4 | pagina 298

Effect van leertijd

Uit deze peiling kan geconcludeerd worden dat er onveranderlijk sprake is van een significant en matig negatief effect voor vertraagde leerlingen ten opzichte van hun jongere groepsgenoten. De gemiddelde effectgrootten zijn voor alle domeinen matig tot groot. In vergelijking met 2004 is de afstand tussen vertraagde en reguliere leerlingen nauwelijks veranderd.

paragraaf 9.5 pagina 299

Effect van reken-wiskundemethode

In de vorige balans is geen vergelijking van methoden opgenomen, omdat ten tijde van het peilingsonderzoek veel scholen wisselden van methode. In deze peiling is een vergelijking gemaakt tussen de meest gebruikte methoden: *De wereld in getallen, Pluspunt, Rekenrijk* en *Alles telt*.
De voornaamste verschillen tussen de methoden zijn gevonden in het domein *Getallen en bewerkingen*. Op het gebied van *Basisoperaties* wordt met de methode *De wereld in getallen* significant betere prestaties behaald dan met de andere drie methoden. Er is sprake van matige effectgroottes.
Bij de onderwerpen H*oofdrekenen: optellen en aftrekken*, *Bewerkingen: optellen en aftrekken* en B*ewerkingen: toepassingen* verschilt *De wereld in getallen* in positieve zin van de zwakste methode op deze onderwerpen. Op de onderwerpen *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* en *Schattend rekenen* wijkt *Alles telt* in positieve zin af van de zwakste methode op dit onderwerp.

paragraaf 9.6 | pagina 300

Inhoud

Inleiding

Inleiding

In 1986 is in opdracht van de Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen het project Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON) gestart. Het belangrijkste doel van het project is periodiek gegevens te verzamelen over het onderwijsaanbod en de onderwijsresultaten in het basisonderwijs en het speciaal basisonderwijs. Deze onderzoeksresultaten bieden een empirische basis voor de algemene maatschappelijke discussie over de inhoud en het niveau van het onderwijs. Het onderzoek richt zich in hoofdzaak op drie vragen:

- Waaruit bestaat het onderwijsaanbod in een bepaald leer- en vormingsgebied?
- Welke resultaten in termen van kennis, inzicht en vaardigheden zijn er gerealiseerd?
- Welke veranderingen of ontwikkelingen in aanbod en opbrengst zijn er in de loop van de tijd te traceren?

Eén van de uitgangspunten van peilingsonderzoek is dat zoveel mogelijk getracht wordt een nauwkeurig en gedetailleerd beeld van de vaardigheden van leerlingen te schetsen. In dit geval betreft het de rekenvaardigheid van leerlingen aan het einde van het basisonderwijs. Peilingsonderzoek is een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs (Netelenbos, 1995). Maar daarnaast zijn de resultaten van peilingsonderzoek van belang voor allen – onderwijsorganisaties, onderzoekers en ontwikkelaars van methoden, onderwijsbegeleiders en lerarenopleiders, leraren basisonderwijs en ouders – die betrokken zijn bij de discussie over en de vormgeving van het onderwijs in de basisschool.

In de periode mei-juni van 2011 is in jaargroep 8 van het basisonderwijs het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde aan het einde de basisschool uitgevoerd.
De opzet van deze peiling is in belangrijke mate vergelijkbaar met die van eerdere rekenpeilingen. Inhoudelijk is met dezelfde onderwerpen gewerkt als in de vorige peiling, zodat een goede vergelijking van de uitkomsten over de tijd mogelijk is. Deze keer is ter aanvulling een specifiek onderzoek opgenomen naar Strategiegebruik bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven. Dit onderzoek heeft plaatsgevonden in samenwerking met de Universiteit Leiden. Anders dan bij de rapportage van de vorige peiling is er nu geen standaardenonderzoek gedaan. In een dergelijk onderzoek worden de uitkomsten van ons onderzoek afgezet tegen de oordelen van geïnformeerde beoordelaars. Omdat er nu door de Expertgroep Doorgaande Leerlijnen Taal en Rekenen (Expertgroep doorlopende leerlijnen, 2008) duidelijke referentieniveaus zijn geadviseerd waarmee de uitkomsten kunnen worden gewaardeerd, is dit keer afgezien van een afzonderlijke onderzoek naar een niveaubepaling.

De balans begint in hoofdstuk 1 met een beschrijving van het leerstofdomein voor rekenen-wiskunde in jaargroep 8. Vervolgens beschrijven we in hoofdstuk 2 de belangrijkste aspecten van de uitvoering van het onderzoek. In dit hoofdstuk wordt ook uitleg gegeven over de wijze waarop de kennis en vaardigheden van de leerlingen worden gerapporteerd en in het bijzonder hoe dat grafisch in beeld wordt gebracht. De resultaten van de inventarisatie van het onderwijsaanbod worden gerapporteerd in hoofdstuk 3. De resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen beschrijven we in de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8. Hoofdstuk 5 is geheel gewijd aan het extra onderzoeksonderwerp Strategiegebruik bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven. In het laatste hoofdstuk rapporteren we over verschillen tussen leerlingen. We beschrijven de effecten van de verschillende achtergrondkenmerken van leerlingen, zoals geslacht, formatiegewicht, doorstroomniveau en peilingsjaar op de prestaties bij de verschillende onderwerpen van rekenen-wiskunde. Ook wordt aandacht besteed aan een vergelijking van resultaten gebaseerd op het verschil in de gebruikte methode voor rekenen-wiskunde.

We hopen met deze rapportage een goede bijdrage te leveren aan het publieke debat over de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.

Jan van Weerden
Projectleider PPON

1 Domeinbeschrijving voor rekenen-wiskunde einde basisonderwijs

1 Domeinbeschrijving voor rekenen-wiskunde einde basisonderwijs

De domeinbeschrijving van het leerstofgebied rekenen-wiskunde vormt de inhoudelijke basis voor het peilingsonderzoek, met name voor de ontwikkeling van de instrumenten om vaardigheden bij leerlingen te meten. Zij bestaat uit een structurele beschrijving van het leerstofgebied in de vorm van een geordende lijst van leer- en vormingsdoelen. De domeinbeschrijving voor rekenen-wiskunde dekt de kerndoelen basisonderwijs voor rekenen-wiskunde in het basisonderwijs en omvat voor het einde van de basisschool 22 onderwerpen.

Deze balans beschrijft de resultaten van het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde aan het einde van de basisschool dat in de maanden mei en juni 2011 in jaargroep 8 heeft plaatsgevonden.
Bij de peilingsonderzoeken in de jaren 1987, 1992, 1997 en 2004 (zie respectievelijk Wijnstra, 1988; Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996; Janssen, Van der Schoot, Hemker en Verhelst, 1999; Janssen, Van der Schoot en Hemker, 2005) zijn eerder al domeinbeschrijvingen opgesteld. Na de domeinbeschrijving voor de peiling van 1987 zijn de domeinbeschrijvingen voor volgende peilingen telkens op onderdelen herzien om zoveel mogelijk aan te sluiten bij de ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Om deze ontwikkelingen in kaart te brengen is onder andere gebruikgemaakt van de nieuwe reken-wiskundemethoden voor het basis-onderwijs, de verschillende edities van de kerndoelen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, 1993, 1993a, 1998, 2004, 2008), de beschrijvingen van leerlijnen en tussendoelen voor de bovenbouw van met name de onderwerpen Getallen en bewerkingen (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys en Treffers, 2000) en het rapport over de doorlopende leerlijnen (Expertgroep doorlopende leerlijnen, 2008).
Het standaardenonderzoek dat bij eerdere peilingen heeft plaatsgevonden, is in verband met de recente ontwikkeling van de referentieniveaus nu niet uitgevoerd. De nieuwe benadering neemt de functie van het standaardenonderzoek over.

Ook voor deze vijfde peiling is de domeinbeschrijving op onderdelen aangepast. De drie domeinen uit de vorige peiling (*Getallen en bewerkingen*, *Verhoudingen, breuken en procenten* en *Meten*, *meetkunde*, *tijd en geld*) zijn uitgebreid met een vierde domein: *Verbanden*. Hiermee is de opbouw in domeinen gelijk aan die van de Expertgroep doorlopende leerlijnen. Het domein *Verbanden* omvat het eerder bij het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* ondergebrachte onderwerp *Tabellen en grafieken*. Dit onderwerp is echter uitgebreid met het herkennen en ontdekken van regelmaat in patronen. Hierdoor is de naamgeving *Tabellen en grafieken* niet meer dekkend en hebben we ervoor gekozen dit onderwerp ook *Verbanden* te noemen.

Het aantal onderwerpen waarover gerapporteerd wordt, is gelijk aan het aantal onderwerpen in 2004, namelijk 22. De onderwerpen zijn verdeeld over vier domeinen:
- *Getallen en bewerkingen* met tien onderwerpen;
- *Verhoudingen, breuken en procenten* met drie onderwerpen;
- *Meten, meetkunde, tijd en geld* met acht onderwerpen;
- *Verbanden* met één onderwerp.

We geven hieronder een korte karakteristiek van de verschillende onderwerpen. In de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8 is voor elk onderwerp een meer uitvoerige beschrijving opgenomen.

Domeinen en onderwerpen voor de peiling rekenen-wiskunde in 2011

Domeinen	Onderwerpen
1 Getallen en bewerkingen	1 Getallen en getalrelaties
	2 Basisoperaties: optellen en aftrekken
	3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen
	4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken
	5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen
	6 Schattend rekenen
	7 Bewerkingen: optellen en aftrekken
	8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen
	9 Samengestelde bewerkingen
	10 Rekenen met een zakrekenmachine
2 Verhoudingen, breuken en procenten	11 Verhoudingen
	12 Breuken
	13 Procenten
3 Meten, meetkunde, tijd en geld	14 Meten: lengte en omtrek
	15 Meten: oppervlakte
	16 Meten: inhoud
	17 Meten: gewicht
	18 Meten: toepassingen
	19 Meetkunde
	20 Tijd
	21 Geld
4 Verbanden	22 Verbanden

Domein Getallen en bewerkingen

Het domein *Getallen en bewerkingen* vormt een samenhangend gebied dat belangrijke aspecten van gecijferdheid van leerlingen omvat. Gecijferdheid verwijst naar verschillende aspecten van getalbegrip en rekenvaardigheid waarbij getallen, operaties en toepassingen aan elkaar gerelateerd zijn. Het domein omvat de volgende tien onderwerpen:

1 Getallen en getalrelaties
Bij dit onderwerp staan centraal het doorzien van de structuur van de telrij, de structuur van getallen en de relaties tussen getallen.

2 **Basisoperaties: optellen en aftrekken**
Bij dit onderwerp richten we ons op elementaire optellingen en aftrekkingen, die snel en vaardig uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van parate kennis, gememoriseerde en geautomatiseerde kennis, begrip van getallen, relaties tussen getallen en eigenschappen van getallen en bewerkingen. De opgaven van dit onderwerp worden onder condities met een tijdslimiet afgenomen.

3 **Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen**
Hierbij gaat het om elementaire vermenigvuldigingen en delingen, die snel en vaardig uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van parate kennis, gememoriseerde en geautomatiseerde kennis, begrip van getallen, relaties tussen getallen en eigenschappen van getallen en bewerkingen. De opgaven van dit onderwerp worden onder condities met een tijdslimiet afgenomen.

4 **Hoofdrekenen: optellen en aftrekken**
De opgaven bij dit onderwerp betreffen de vaardigheid van de leerlingen om de bewerkingen optellen en aftrekken vlot, handig en inzichtelijk te kunnen uitvoeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten. De opgaven worden zonder tijdslimiet aan de leerlingen voorgelegd en moeten ‘uit het hoofd’ – dat is zonder uitrekenpapier – worden opgelost.

5 **Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen**
Bij dit onderwerp gaat het erom de bewerkingen vermenigvuldigen en delen vlot, handig en inzichtelijk uit te voeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten. De opgaven worden zonder tijdslimiet aan de leerlingen voorgelegd en moeten ‘uit het hoofd’ – dat is zonder uitrekenpapier – worden opgelost.

6 **Schattend rekenen**
Ook bij *schattend rekenen* spelen eigenschappen van bewerkingen, het kunnen uitvoeren van basisoperaties en het inzicht in getallen (onder andere in de orde van grootte van getallen, de ligging van getallen in de getallenrij en de structuur van getallen) een belangrijke rol. Vooral het kunnen afronden en weten wat de orde van grootte van een getal is, zijn bij dit onderdeel erg belangrijk. Bij *schattend rekenen* wordt van leerlingen verwacht dat zij bewerkingen met afgeronde getallen uitvoeren om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven. Ook deze opgaven worden zonder tijdslimiet aan de leerlingen voorgelegd en moeten ‘uit het hoofd’ – dat is zonder uitrekenpapier – worden opgelost.

7 **Bewerkingen: optellen en aftrekken**
Dit onderwerp betreft de bewerkingen optellen en aftrekken waarbij de leerlingen wel uitrekenpapier mogen gebruiken. De getallenkeuze bij de opgaven is meestal ook zodanig dat het nodig of wenselijk is tussenuitkomsten te noteren of een standaardcijferprocedure toe te passen.

8 **Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen**
Bij dit onderwerp betreft het de bewerkingen vermenigvuldigen en delen waarbij de leerlingen wel uitrekenpapier mogen gebruiken. De getallenkeuze bij de opgaven is ook weer zodanig dat het nodig of wenselijk is tussenuitkomsten te noteren of een standaardcijfer procedure uit te voeren.

9 **Samengestelde bewerkingen**
Bij de opgaven van dit onderwerp moeten meerdere operaties (bijvoorbeeld zowel een optelling als een deling) uitgevoerd worden. Daarbij mogen de leerlingen uitrekenpapier gebruiken om tussenuitkomsten te noteren of kunnen ze op papier een of meer standaard-cijferprocedures uitvoeren.

10 **Rekenen met een zakrekenmachine**
Het onderwerp *Rekenen met een zakrekenmachine* is in dit domein opgenomen omdat het type opgaven hier het best bij past. De belangrijkste functie van de zakrekenmachine is immers om snel en vaardig meer ingewikkelde bewerkingen uit te kunnen voeren.

Bij alle onderwerpen van dit domein zijn opgaven met gehele getallen en kommagetallen opgenomen. Bij de onderwerpen *Schattend rekenen* en *Rekenen met een zakrekenmachine* komen daarnaast opgaven voor met breuken, gemengde getallen en procenten.
Bij elk onderwerp bevat de opgavenverzameling opgaven zonder context en opgaven met context, waarbij de leerlingen in diverse situaties met numerieke gegevens moeten opereren.
Bij de onderwerpen *Basisoperaties* (onderwerpen 2 en 3), *Hoofdrekenen* (onderwerpen 4 en 5) en *Schattend rekenen* (onderwerp 6) mogen de leerlingen geen gebruikmaken van uitrekenpapier. De getallenkeuze is bij deze onderwerpen zodanig dat bij het uitvoeren van de bewerking zo weinig mogelijk een beroep op het geheugen wordt gedaan. Bij deze onderwerpen is er door de toetsleiders bij de instructie aan de leerlingen expliciet op gewezen dat de opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden.
Bij de bewerkingen zijn de leerlingen er expliciet op gewezen gebruik te maken van de beschikbare ruimte in het toetsboekje voor het noteren van tussenoplossingen of voor het uitrekenen met een standaardcijferprocedure.

Domein Verhoudingen, breuken en procenten
Verhoudingen kunnen beschreven worden in verhoudingentaal (één op de tien kinderen), in breukentaal (een kwart van de bevolking) of met procenten (20 procent van de aanwezigen). Begrip van verhoudingen houdt in dat de relatie kan worden gelegd tussen die verschillende beschrijvingen van verhoudingen. Binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* onderscheiden we de volgende onderwerpen.

11 Verhoudingen
Bij dit onderwerp moeten leerlingen elementaire verhoudingsproblemen oplossen, waarbij ook berekeningen uitgevoerd moeten worden.

12 Breuken
Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en elementaire begrippen die nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken en rekenen. Concreet betekent dat onder andere: breuken op een getallenlijn plaatsen, breuken omzetten in kommagetallen, breuken vereenvoudigen en breuken als gemengd getal schrijven. Daarnaast moeten leerlingen elementaire operaties (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met breuken kunnen uitvoeren en die vaardigheid in contexten kunnen toepassen. De breuken en gemengde getallen die daarbij voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde.

13 Procenten
Bij dit onderwerp staat allereerst het begrijpen van wat procenten zijn centraal. Dat betekent onder andere inzien dat het geheel 100 procent is en dat we de grootte van een deel van een geheel met procenten kunnen aanduiden. Ook moet de relatie tussen procenten enerzijds en breuken en verhoudingen anderzijds doorzien worden. Percentages worden gebruikt in allerlei contexten. Daarbij staat niet alleen centraal het begrip van en de vaardigheid in het rekenen met percentages, maar ook kennis van begrippen en afspraken in bepaalde sectoren. Naast het toepassen van de procedure waarbij eerst 1 procent uitgerekend wordt, is het soms efficiënter het percentage om te zetten naar een breuk of gebruik te maken van verhoudingen.

Domein Meten, meetkunde, tijd en geld

Voor dit domein is gekozen voor een indeling die hoofdzakelijk gebaseerd is op inhoudelijke aspecten. Het domein *Meten, meetkunde, tijd en geld* bevat nu de volgende acht onderwerpen.

14 Meten: lengte

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van de meetaspecten lengte en omtrek, zoals het aflezen van meetinstrumenten en het onderling herleiden van lengtematen.
Het meetaspect omtrek ligt in het verlengde van het meetaspect lengte en wordt daarom tot dit onderwerp gerekend.

15 Meten: oppervlakte

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip met betrekking tot het meetaspect oppervlakte, zoals het afpassen met natuurlijke oppervlaktematen en het onderling herleiden van enkele veel voorkomende oppervlaktematen.

16 Meten: inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van het meetaspect inhoud, afpassen met natuurlijke maten en het onderling herleiden van enkele veel voorkomen inhoudsmaten.

17 Meten: gewicht

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van het meetaspect gewicht, zoals het aflezen van meetinstrumenten en het onderling herleiden van gewichtsmaten.

18 Meten: toepassingen

Bij dit onderwerp overschrijden we de afzonderlijke meetgebieden. Dat is bijvoorbeeld het geval als de leerling een relatie moet leggen tussen tijd en afstand of tussen omtrek en oppervlakte of oppervlakte en prijs.

19 Meetkunde

Hierbij gaat het om eenvoudige begrippen waarmee de ruimte meetkundig geordend, beschreven en verklaard kan worden. Centraal bij dit onderwerp staat de vaardigheid ‘ruimtelijk redeneren’.

20 Tijd

Bij dit onderwerp gaat het om het rekenen met tijd in toepassingssituaties.

21 Geld

Hierbij gaat het om toepassingsgericht rekenen met geld waarbij specifieke handelingen met munten en bankbiljetten uitgevoerd moeten worden.

Domein Verbanden

22 Verbanden

Dit onderwerp bestaat uit opgaven over tabellen en grafieken maar ook over opgaven waarbij het herkennen en ontdekken van regelmaat in patronen centraal staat.
Tabellen en grafieken worden tegenwoordig veel gebruikt om kwantitatieve gegevens op een compacte en overzichtelijke manier weer te geven. Tabellen en grafieken worden ook wel bij opgaven van andere rekenonderwerpen gebruikt, om gegevens geordend te presenteren. Met de opgaven van dit onderwerp kunnen we expliciet rapporteren over de vaardigheid van leerlingen in het lezen van tabellen en grafieken en over het kunnen opereren op basis van gegevens uit tabellen en grafieken.

De relatie tussen de kerndoelen basisonderwijs en de domeinbeschrijving

In 2004 heeft OCW het Voorstel herziene kerndoelen basisonderwijs (OCW, 2004) gepubliceerd. Deze zijn in 2006 aangenomen (Ministerie van OC&W, 2008). Bij de vierde peiling in 2004 waren nog de kerndoelen van 1998 van kracht.
De in 2006 verwoorde kerndoelen betreffen drie kerndoelen op het gebied van het wiskundig inzicht en handelen en luiden:

- De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken.
- De leerlingen leren praktische en formele reken-wiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.
- De leerlingen leren aanpakken bij het oplossen van reken-wiskundeproblemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.

In het peilingsonderzoek is aan de hier beschreven inhoudelijke en didactische aspecten aandacht besteed. Mede door opgaven individueel met leerlingen te bespreken, waarmee we onderzoek hebben gedaan naar oplossingsstrategieën van leerlingen.
Bij de wijzigingen binnen de domeinbeschrijving voor deze vijfde rekenpeiling is ervoor gezorgd dat de volledige dekking van de kerndoelen gehandhaafd blijft. De relatie tussen de kerndoelen, de doorlopende leerlijnen en de domeinbeschrijving voor de vijfde rekenpeiling is in het schema op de volgende bladzijde in kaart gebracht.

De relatie met de referentieniveaus

In 2008 is het advies van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen uitgebracht met betrekking tot de referentieniveaus. In deze domeinbeschrijving worden dezelfde vier domeinen onderscheiden als de Expertgroep onderscheidt, namelijk *Getallen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde* en *Verbanden* (Expertgroep doorlopende leerlijnen, 2008).
De voorbeeldopgaven bij de referentieniveaus 1F en 1S aan het einde van het basisonderwijs zijn grotendeels ontleend aan de rekenpeiling van PPON in 2004. De voorbeeldopgaven die gebruikt zijn om het niveau 1F te illustreren, zijn de voorbeeldopgaven die door 75% van de leerlingen beheerst werden (percentiel-25 leerling). Het niveau 1S is geïllustreerd door voorbeeldopgaven die door 50% van de leerlingen beheerst werden (percentiel-50 leerling) (Expertgroep doorlopende leerlijnen, 2008, p.24).
Om een vergelijking te maken tussen de situatie in 2004 en 2011 is in deze balans een vergelijking gemaakt tussen het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd (1F) en hetzelfde niveau in 2011. Daarnaast is ook een vergelijking gemaakt tussen het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen beheerst werd (1S) en hetzelfde niveau in 2011.

Domeinen / kerndoelen	Doorlopende leerlijnen	Onderwerpen peiling Rekenen-Wiskunde
23 De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken	Alle domeinen	In alle opgaven wordt verondersteld dat de leerlingen dit kunnen.
24 De leerlingen leren praktische en formele rekenwiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.	Alle domeinen	In alle opgaven wordt verondersteld dat de leerlingen dit kunnen, tevens wordt hier aandacht aan besteed bij de individueel afgenomen opgaven.
25 De leerlingen leren aanpakken bij het oplossen van rekenwiskundige problemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.	Alle domeinen	In alle opgaven wordt verondersteld dat de leerlingen dit kunnen.
26 De leerlingen leren structuur en samenhang van aantallen, gehele getallen, kommagetallen, breuken, procenten en verhoudingen op hoofdlijnen te doorzien en er in praktische situaties mee te rekenen.	Getallen Verhoudingen Verbanden	Bij de onderwerpen: 1 Getallen en getalrelaties 4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken 5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen 6 Schattend rekenen 7 Bewerkingen: optellen en aftrekken 8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen 9 Samengestelde bewerkingen 11 Verhoudingen 12 Breuken 13 Procenten 22 Verbanden
27 De leerlingen leren de basisbewerkingen met gehele getallen in elk geval tot 100 snel uit het hoofd uitvoeren, waarbij optellen en aftrekken tot 20 en de tafels van buiten gekend zijn.	Getallen	In alle opgaven wordt verondersteld dat de leerlingen dit kunnen. Met name bij: 2 Basisoperaties: optellen en aftrekken 3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen
28 De leerlingen leren schattend tellen en rekenen.	Getallen	6 Schattend rekenen
29 De leerlingen leren handig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.	Getallen	4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken 5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen
30 De leerlingen leren schriftelijk optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens meer of minder verkorte standaardprocedures.	Getallen	7 Bewerkingen: optellen en aftrekken 8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen 9 Samengestelde bewerkingen
31 De leerlingen leren de rekenmachine met inzicht te gebruiken.	Getallen	10 Rekenen met een zakrekenmachine
32 De leerlingen leren eenvoudige meetkundige problemen op te lossen.	Meten en meetkunde	19 Meetkunde
33 De leerlingen meten en leren te rekenen met eenheden en maten, zoals bij tijd, geld, lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, snelheid en temperatuur.	Meten en meetkunde	14 Meten: lengte 15 Meten: oppervlakte 16 Meten: inhoud 17 Meten: gewicht 18 Meten: toepassingen 20 Tijd 21 Geld

2 Het peilingsonderzoek

2 Het peilingsonderzoek

De belangrijkste aspecten van het peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde zijn de verschillende peilingsinstrumenten zoals vragenlijst en toetsen, de steekproef van scholen en leerlingen en de wijze waarop het onderzoek wordt uitgevoerd. Vervolgens geven we een korte inleiding op de leerlandschappen, één van de rapportagevormen. We besluiten het hoofdstuk met een beschrijving van de kwalitatieve eigenschappen van de vaardigheidsschalen en met een toelichting op de in de rapportage gebruikte afbeeldingen.

Het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde in jaargroep 8 vond plaats in de periode mei/juni 2011. Het vierde peilingsonderzoek in 2004 is tegelijk uitgevoerd met het onderzoek voor een nieuw te ontwikkelen leerlingvolgsysteem voor de jaargroepen 6 en 7. Hierdoor was er toen beschikking over een uitgebreidere opgavenverzameling en was het mogelijk om bij de beschrijving van de leerlingresultaten drie aanvullende leermomenten te beschrijven, namelijk halverwege en eind jaargroep 7 en halverwege jaargroep 8. Bij het vijfde peilingsonderzoek waren er geen gegevens beschikbaar over deze aanvullende momenten, waardoor het niet mogelijk was deze beschrijvingen te maken.

2.1 De peilingsinstrumenten

Met de peilingsinstrumenten wordt informatie verzameld over het onderwijsaanbod, de rekenvaardigheid van de leerlingen en over enkele achtergrondkenmerken van de leerlingen. Het onderwijsaanbod wordt geïnventariseerd met een aanbodvragenlijst. De rekenvaardigheid van de leerlingen wordt onderzocht met schriftelijke toetsen. Met de leerlingenlijst worden achtergrondgegevens van de leerlingen verzameld. Deze gegevens worden gebruikt voor het schatten van de effecten van leerlingkenmerken op de rekenprestaties van de leerlingen.

De aanbodvragenlijst

Gegevens over het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde zijn geïnventariseerd met behulp van een schriftelijke aanbodvragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8, zodat in grote lijnen een beeld kan worden geschetst van enkele aspecten het onderwijsaanbod in de bovenbouw van het basisonderwijs. De lijst bevat vragen over:

- lesmethoden en andere leermiddelen;
- onderwijstijd;
- instructievormen;
- differentiatie en remediëring;
- rekenmachine;
- strategieën bij bewerkingen;
- hoofdrekenen en schattend rekenen.

In hoofdstuk 3 beschrijven we de resultaten van deze inventarisatie van het onderwijsaanbod.

De toetsen

Het type onderzoeksdesign dat in 2004 is gebruikt is ook in 2011 gebruikt. Er is gekozen voor een design waarbij alleen voor de onderwerpen *Basisautomatismen*, *Hoofdrekenen*, *Schattend rekenen* en voor het *Rekenen met de rekenmachine* afzonderlijke toetsen zijn samengesteld. De opgaven voor de overige onderwerpen zijn systematisch over de toetsboekjes verdeeld, zodanig dat elk toetsboekje opgaven over meerdere onderwerpen bevatte. Daardoor corresponderen deze toetsboekjes met de gebruikelijke opzet van rekentoetsen waarbij leerlingen immers ook opgaven over diverse onderwerpen krijgen voorgelegd.
In totaal omvatte het peilingsonderzoek in 2011 596 opgaven. Er zijn in totaal veertien sets met drie toetsboekjes samengesteld met per toetsboekje gemiddeld ongeveer dertig opgaven.
Elke opgave komt – in wisselende samenstellingen – voor in drie sets. De sets werden vooraf zodanig geassembleerd dat leerlingen per groep zoveel mogelijk verschillende sets kregen toegewezen. Daarnaast maakten de leerlingen, meestal aan het eind van de ochtend, nog een rekendictee.

De eerste toets in zes van de veertien sets was een hoofdrekentoets. *Hoofdrekenen* is het ‘zonder uitrekenpapier’ kunnen uitrekenen van relatief eenvoudige opgaven. Om voor zowel toetsleiders als leerlingen duidelijk te maken dat deze opgaven ‘uit het hoofd en dus zonder uitrekenpapier’ opgelost moesten worden, zijn de opgaven afgedrukt op lichtgeel papier.
De eerste toets in zes andere sets was een toets *Rekenen met de zakrekenmachine*. Deze opgaven waren op blauw papier afgedrukt zodat de toetsleider kon controleren welke leerlingen op welk moment een zakrekenmachine nodig hadden.
Voor een extra onderzoek naar het effect van het moeten opschrijven van een berekening, is in vier sets een roze boekje opgenomen. De opgaven in deze boekjes waren opgaven over de verschillende onderwerpen van *Bewerkingen*, aangevuld met opgaven van andere onderwerpen. Deze opgaven verschilden niet van de opgaven die in de gebruikelijke afnameconditie afgenomen zijn, maar in de boekjes stond de volgende instructietekst: ‘Bij de volgende opgaven is het belangrijk dat je de ruimte naast de opgave gebruikt om te laten zien hoe je het antwoord uitrekent. Schrijf je antwoord daarna op de streep bij de opgave. Als je niets hebt uitgerekend naast de opgave, wordt je antwoord fout gerekend.’ Het opschrijven heeft als nadeel gehad dat leerlingen veel langer over deze opgaven gedaan hebben. Hierdoor is er een groot aantal opgaven niet gemaakt en zijn er geen conclusies te trekken over het effect van het moeten opschrijven op de moeilijkheid van een opgave.
De opgaven van de overige onderwerpen waren op wit papier afgedrukt. Iedere set bevatte twee witte toetsboekjes. De toetsleiders kregen de opdracht de leerlingen er expliciet op te wijzen dat zij de beschikbare ruimte in deze boekjes als uitrekenpapier mochten gebruiken.

De basisautomatismen zijn getoetst in de vorm van rekendictees. Elk dictee bestaat uit 20 tot 32 opgaven. De rekendictees zijn deels afgenomen volgens een nieuwe procedure waarbij de opgaven klassikaal gepresenteerd werden door middel van een PowerPointpresentatie op het digitale schoolbord. Hierbij zien de leerlingen de opgave op het scherm en wordt tegelijkertijd de opgave voorgelezen. Zeven seconden na het oplezen van de opgave wordt de volgende opgave aangeboden. De leerlingen geven hun antwoord op een antwoordblad waar de opgave niet op staat. De andere afnameprocedure die we hebben gebruikt werd in het verleden bij PPON ook toegepast. Daarbij worden de opgaven auditief aangeboden via een cd. De leerlingen krijgen een apart rekendicteeboekje (A6-formaat) met op elke pagina één opgave. Dit om te verhinderen dat leerlingen tijdens de afname op een later moment teruggaan naar openstaande of vermoedelijk fout beantwoorde opgaven. Na de instructie aan de leerlingen start de toetsleider de cd. Elke opgave wordt één keer voorgelezen. Na zeven seconden antwoordtijd volgt een signaal en daarna de volgende opgave.

Zes rekendictees werden afgenomen met de nieuwe PowerPointprocedure, drie rekendictees werden afgenomen met de PPON-procedure met cd en bij drie rekendictees bestond de eerste helft uit een PowerPointgedeelte en de tweede helft uit een cd-gedeelte.

De leerlingenlijst

Met de leerlingenlijst hebben we achtergrondkenmerken van de leerlingen opgevraagd. Deze gegevens gebruiken we voor de analyses van verschillen tussen leerlingen. Het gaat om gegevens over geslacht, leeftijd en het formatiegewicht van de leerlingen. Bij dit onderzoek hebben we de leraren ook gevraagd aan te geven naar welk type voortgezet onderwijs de leerling komend jaar zal gaan. Deze variabele noemen we het doorstroomkenmerk van de leerling.

De variabele leeftijd hebben we omgezet in de variabele leertijd, met de volgende twee categorieën:
- regulier: de leerlingen in jaargroep 8 die in dat schooljaar 12 jaar worden of jonger zijn;
- vertraagd: de oudere leerlingen.

Het formatiegewicht van de leerlingen is een factor die door de school kan worden gebruikt bij de bepaling van de formatieomvang van de school. In het schooljaar 2011-2012 golden voor de leerlingen in jaargroep 8 nieuwe formatiegewichten. De leerlingen worden daarvoor gecategoriseerd op basis van het opleidingsniveau van de ouders. Er worden drie categorieën onderscheiden:
1. de ouder heeft maximaal basisonderwijs of (v)so-zmlk gehad;
2. de ouder heeft maximaal lbo/vbo, praktijkonderwijs of vmbo basis- of kaderberoepsgerichte leerweg gedaan. Of de ouder heeft maximaal twee jaar onderwijs in een andere schoolopleiding in het voortgezet onderwijs aansluitend op het basisonderwijs gehad;
3. de ouder heeft na het basisonderwijs een verdergaande opleiding genoten.

De formatiegewichten zijn:
- 0.3 voor leerlingen van wie beide ouders of de ouder die belast is met de dagelijkse verzorging een opleiding uit categorie 2 heeft gehad;
- 1.2 voor leerlingen van wie één van de ouders een opleiding heeft gehad uit categorie 1 en de ander een opleiding uit categorie 1 óf 2;
- 0.0 voor leerlingen van wie één van de ouders of beide ouders een opleiding heeft gehad uit categorie 3.

Deze indeling levert een andere verdeling van leerlingen op over de drie gewichtscategorieën dan bij de vorige peiling, toen nog met de oude gewichtenregeling werd gewerkt. Bij de analyses van de verschillen tussen leerlingen zal met de gewijzigde definities rekening gehouden moeten worden wanneer de resultaten van deze peiling worden vergeleken met die van de eerdere peilingen (zie ook paragraaf 2.4 en hoofdstuk 6).

Bij de analyse van de resultaten in relatie tot het doorstroomkenmerk van de leerlingen onderscheiden we volgende vier categorieën:
- BB basisberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met kaderberoepsgerichte leerweg);
- KB kaderberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met gemengde of theoretische leerweg);
- GT gemengde of theoretische leerweg;
- havo leerlingen met doorstroomkenmerk havo;
- vwo leerlingen met doorstroomkenmerk vwo.

2.2 De steekproef van scholen en leerlingen

De stratumindeling voor de steekproeftrekking op basis van schoolscores

Peilingsonderzoek vindt altijd plaats bij een steekproef van basisscholen. Uitgaande van een gemiddelde jaargroepgrootte van 25 leerlingen per school is de gewenste steekproefomvang bepaald op 100 basisscholen, ongeveer 2500 leerlingen.

Het is voortdurend aangetoond dat het formatiegewicht duidelijk is gerelateerd aan de resultaten van de leerlingen en wel in die zin dat een hoger formatiegewicht gepaard gaat met lagere leerprestaties. Dat geldt voor de oude formatiegewichten die tot het schooljaar 2009-2010 werden gebruikt, en de verwachting is dat hetzelfde geldt voor de nieuwe formatiegewichten. Dat is ook het motief om aan de hand van deze formatiegewichten extra formatie aan de scholen ter beschikking te stellen. Om nu zoveel mogelijk te waarborgen dat de steekproef van leerlingen op het niveau van de formatiegewichten een adequate afspiegeling vormt van de schoolpopulatie, wordt voor peilingsonderzoek een gestratificeerde steekproef getrokken op basis van een schoolscore die wordt bepaald aan de hand van de formatiegewichten.
De schoolscore is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen (zie paragraaf 2.1) en bestaat uit de ratio van het gewogen aantal leerlingen en het nominale aantal leerlingen, met aftrek van een correctieterm van het gewogen aantal leerlingen. Deze correctieterm bedraagt 9% van het nominale aantal leerlingen, waardoor de schoolscore (uitgaande van de voorheen geldende formatiegetallen) een bereik heeft van 0.91 tot 1.81. Op basis van de schoolscores zijn de basisscholen voor de steekproeftrekking in drie strata verdeeld. Hierbij is gebruikgemaakt van het teldatumbestand van 2008. Deze stratumindeling weerspiegelt in globale termen een indeling van de schoolpopulatie op basis van de sociaal-economische achtergrond van de schoolbevolking.

De herdefinitie van het formatiegewicht heeft ook consequenties voor de variabele stratum, immers de variabele stratum is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen.
De aangescherpte definitie van de formatiegewichten resulteert in minder leerlingen met een formatiegewicht. Dit heeft weer tot gevolg dat er in de populatie minder scholen zijn met een relatief hogere schoolscore. In vergelijking met vorige peilingen gelijkblijvende stratumindeling zouden er dan nog maar weinig scholen in stratum 2 en 3 voorkomen. Daarom is de stratumindeling aangepast. De stratumgrenzen zijn nu gelegd bij de schoolscores 1.0 en 1.20. In eerdere peilingen lagen deze grenzen bij de schoolscores 1.05 en 1.15. Net als bij de variabele formatiegewicht is met de wijziging van de stratumdefinitie rekening gehouden in de analyses van de verschillen tussen leerlingen (zie paragraaf 2.4 en hoofdstuk 9).

De stratumindeling van de basisscholen in 2008 (N=7039) en de steekproef

Stratum	Schoolscore	Omschrijving*	Omvang in de populatie	Omvang in de steekproef
Stratum 1	≤1.00	Overwegend leerlingen met formatiegewicht 1.00, weinig 1.90-leerlingen	65%	64%
Stratum 2	1.01-1.20	Relatief meer 1.25 leerlingen, weinig 1.90-leerlingen	22%	23%
Stratum 3	≥1.20	Vooral 1.25-en1.90-leerlingen	12%	13%

* Op basis van oude formatiegewichten

De respons van scholen

Naar rato van de omvang van ieder stratum binnen de populatie basisscholen is een steekproef van 1000 scholen getrokken. De werving voor de peiling rekenen-wiskunde en de peiling taal heeft gelijktijdig plaatsgevonden. Scholen kregen de vraag deel te nemen aan ofwel de rekenpeiling ofwel de taalpeiling. Het totaal aantal geworven scholen is evenredig verdeeld over de twee peilingen.

De respons binnen de steekproef naar stratum voor taal- en rekenpeiling gezamenlijk

	Stratum			
	1	2	3	Totaal
Aangeschreven scholen	640	230	130	1000
Positieve respons	142	50	26	218
Percentage positief	22%	22%	20%	22%
Aantal scholen rekenpeiling	70	25	13	108

De definitieve steekproefomvang was 108 scholen.
Er hebben in totaal 2403 leerlingen aan het peilingsonderzoek meegedaan. De toetsen zijn door voldoende leerlingen gemaakt om een betrouwbaar beeld te kunnen schetsen van de rekenvaardigheid in de populatie leerlingen.

Wat de leerlingkenmerken betreft is het opvallend dat er onder jongens meer vertraagde leerlingen zijn dan onder meisjes (resp. 18% en 14%). Het percentage vertraagde leerlingen neemt ook duidelijk toe met het formatiegewicht. Onder 0.0-leerlingen is het percentage vertraagde leerlingen 14%, onder 0.3-leerlingen is dat 30% en onder 1.2-leerlingen 34%.

*De samenstelling van de steekproef van leerlingen**

	% scholen	% leerlingen
Stratum		
• 1	65	68
• 2	23	23
• 3	12	9
Geslacht		
• jongens		49
• meisjes		50
Leertijd		
• regulier		80
• vertraagd		16
Formatiegewicht		
• 0.0		87
• 0.3		9
• 1.2		4
Herkomst leerlingen		
• Nederland		87,1
• Turkije		2,0
• Marokko, Tunesië		1,9
• Griekenland, Joegoslavië		0,3
• Spanje, Italië, Portugal		0,3
• Sur., Ned. Ant, Aruba		1,1
• overig/onbekend		7,3
Doorstroom		
• basisberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met kaderberoepsgerichte leerweg)		8
• kaderberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met gemengde of theoretische leerweg)		11
• gemengde of theoretische leerweg (eventueel in combinatie met havo)		30
• havo (eventueel gecombineerd met havo/vwo)		30
• vwo		19
• overig (onbekend/doubleren)		2
Totaal aantal	108	2403

* Vanwege ontbrekende gegevens sommeren percentages niet altijd tot 100.

Binnen elk stratum is de verdeling van de steekproef van scholen over de schoolscores representatief voor de verdeling in de populatie. Ook wat de regionale spreiding betreft, zijn er binnen de steekproef geen significante afwijkingen ten opzichte van de schoolpopulatie gevonden.

2.3 De uitvoering van het onderzoek

Het onderzoek is uitgevoerd door vooraf geïnstrueerde toetsleiders. De toetsleiders bezochten meestal gedurende een ochtend een groep voor de afname van de toetsen.
Nadat de toetsleider zichzelf en het onderzoek kort had geïntroduceerd, kreeg elke leerling een mapje met daarin de drie rekentoetsen. De toetsleider gaf vervolgens een klassikale instructie aan de hand van een drietal voorbeeldopgaven.
De toetsleider was geïnstrueerd de leerlingen er expliciet op te wijzen dat zij in 'witte' boekjes de ruimte naast de opgaven wél als uitrekenpapier mochten gebruiken.
Vóór de ochtendpauze maakten de leerlingen met een korte onderbreking twee rekentoetsen, na de ochtendpauze maakten zij de derde rekentoets. In principe was er voor de afname van de schriftelijke rekentoetsen 40 tot 45 minuten gereserveerd, maar meestal duurde de afname van een toets niet veel langer dan 30 minuten.
De ochtend werd afgesloten met de klassikale afname van een rekendictee (zie voor de gevolgde procedure paragraaf 2.1).

Op ongeveer de helft van de scholen vonden er in de namiddag bij enkele leerlingen (ongeveer zes per groep) individuele afnames van vijf of zes rekenopgaven plaats. De leerlingen werden geselecteerd op rekenniveau, twee goede leerlingen, twee gemiddelde leerlingen en twee zwakke leerlingen. Deze individuele afnames waren erop gericht enig inzicht te krijgen in en te kunnen rapporteren over de oplossingsprocedures die leerlingen bij het maken van de opgaven gebruiken. Het betrof dan
- schattend rekenen;
- bewerkingen: vermenigvuldigen en delen.

Voor deze individuele afnames beschikten de toetsleiders over een afzonderlijke handleiding.

2.4 De analyse van de resultaten

Voor de analyse van de resultaten is gebruikgemaakt van twee gegevensbestanden:
- het gegevensbestand van het PPON-peilingsonderzoek in mei/juni 2004 in jaargroep 8;
- het gegevensbestand van het PPON-peilingsonderzoek in mei/juni 2011 in jaargroep 8.

In eerste instantie zijn op basis van de gegevensbestanden uit het PPON-onderzoek van mei/juni 2011 psychometrische analyses uitgevoerd met behulp van OPLM (Verhelst, Glas en Verstralen, 1993). Deze analyses hebben geresulteerd in 22 vaardigheidsschalen, een voor elk onderwerp. De tabel geeft een overzicht van de psychometrische eigenschappen van deze vaardigheidsschalen.

Psychometrische eigenschappen van de vaardigheidsschalen voor rekenen-wiskunde einde basisonderwijs
Analyses (vrij; behalve cursief)

			discriminatie-indices		verdeling van p-waarden op Si-toetsen											R1c-toets			aantal leerlingen per opgave	
schaal	aantal opgaven		Range	geom. gem.	≤.05	-.1	-.2	-.3	-.4	-.5	-.6	-.7	-.8	-.9	-1.0	R1c	df	p	gem	range
Getallen en bewerkingen																				
Getallen en getalrelaties	56	2-6	3.0	4	2	9	8	7	1	8	7	4	2	4		443.23	347	0.00	382	145 - 709
Basisoperaties: optellen en aftrekken	64	1-6	3.0	2	4	7	6	8	5	4	12	4	6	6		1122.05	883	0.00	1044	772 -1400
Hoofdrekenen: optellen en aftrekken	44	1-5	3.0	2	0	4	8	2	2	8	6	4	4	4		328.46	300	0.12	440	164 - 699
Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen	64	1-5	3.0	9	7	8	8	5	6	4	4	5	7	1		1570.40	985	0.00	1015	662 -1400
Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen	53	2-7	3.0	5	2	8	4	5	6	3	4	6	7	3		444.65	377	0.01	397	164 - 706
Schattend rekenen	63	1-5	2.9	1	4	6	4	5	9	8	6	6	7	7		636.04	594	0.11	475	318 - 701
Bewerkingen: optellen en aftrekken	31	2-6	3.0	3	2	6	0	5	2	2	5	2	3	0	1	249.02	200	0.01	454	284 - 705
Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	41	2-5	3.0	3	3	5	2	4	3	6	6	3	3	3		418.76	278	0.00	393	145 - 689
Samengestelde bewerkingen	24	2-5	2.9	2	0	5	1	1	2	1	3	3	3	3		238.28	187	0.01	492	284 - 700
Zakrekenmachine	38	2-5	2.9	3	3	3	2	2	4	4	2	4	5	4	2	334.22	251	0.00	402	236 - 656
Verhoudingen, breuken en procenten																				
Verhoudingen	62	1-4	2.8	4	4	6	3	4	8	3	4	10	8	5	3	679.88	515	0.00	452	145 - 706
Breuken	62	2-5	3.1	1	2	4	7	5	5	9	7	2	7	11	2	677.88	540	0.00	390	236 - 656
Procenten	72	1-6	3.0	4	5	7	10	7	8	9	7	5	2	7	1	823.24	545	0.00	449	145 - 864
Meten en meetkunde																				
Meten: lengte	41	2-5	2.9	3	0	3	2	1	4	7	2	5	4	6	4	297.47	212	0.00	392	145 - 702
Meten: oppervlakte	38	1-6	2.9	0	1	4	2	2	0	7	6	4	8	3	1	243.12	197	0.01	372	169 - 693
Meten: inhoud	35	1-5	3.0	1	3	5	3	3	5	1	2	1	4	6	1	274.01	199	0.00	430	296 - 708
Meten: gewicht	29	2-5	3.1	2	2	4	1	2	3	0	3	5	2	2	3	226.26	167	0.00	399	145 - 678
Meten: toepassingen	33	2-4	2.8	1	3	3	5	3	2	4	6	2	1	3		260.24	179	0.00	435	169 - 708
Meetkunde	31	2-5	3.0	0	1	2	0	3	4	5	4	3	3	2	4	206.42	157	0.00	441	236 - 675
Tijd	32	2-5	2.9	1	2	1	2	4	4	6	4	4	1	1	2	322.24	229	0.00	509	312 - 850
Geld	31	1-6	3.1	3	3	1	0	2	3	5	5	2	2	4	1	267.86	178	0.00	436	236 - 701
Verbanden																				
Verbanden	53	2-5	3.0	2	0	5	2	6	14	2	5	4	6	3	4	332.71	269	0.00	387	236 - 782

Voor iedere vaardigheidsschaal is de omvang van de opgavenverzameling gegeven.

Range en geometrisch gemiddelde (geom. gem.) van de discriminatie-indices van deze opgaven. Deze indices bepalen de lengte van de op de vaardigheidsschalen afgebeelde IRT-segmenten: relatief hogere indices leiden tot kortere segmenten.

Overzicht van de overschrijdingskansen voor de Si-toetsen (Verhelst, 1993). Si-toetsen zijn bedoeld om tijdens de kalibratie van de opgavenverzameling modelschendingen op opgavenniveau te ontdekken. De tabel toont het eindresultaat van de kalibratie. In principe wordt een rechte verdeling verwacht over de onderscheiden intervallen, waarbij de eerste twee intervallen dan samengenomen moeten worden.

De R1c-toets is een globale toets die beschouwd kan worden als een combinatie van Si-toetsen (Verhelst, 1993). De tabel bevat de toetsingsgrootheid R1c, de vrijheidsgraden (df) en de overschrijdingskans (p).

Ten slotte vermeldt de tabel hoeveel leerlingen de opgaven hebben gemaakt. Omdat het hier geen standaard toetsen betreft maar opgavenverzamelingen, varieert meestal het aantal leerlingen per opgave in een verzameling. Per schaal wordt daarom het gemiddeld aantal leerlingen per opgave vermeld naast het minimum en maximum aantal (range).

Het kalibreren van een opgavenverzameling is vaak een omvangrijk werk. Het is hier niet de plaats om daar uitvoerig op in te gaan. In het intern projectmemo 'Kwaliteitscontrole van PPON-schalen' heeft Verhelst een aantal procedures bijeengezet die een rol kunnen spelen bij de kalibratie van de opgaven voor een vaardigheidsschaal. Zeker wanneer er onvoldoende passing wordt verkregen tussen opgaven en schaal, vinden er controles plaats op multidimensionaliteit van de opgavenverzameling en van homogeniteit van de leerlingpopulatie met betrekking tot de opgaven. Uiteindelijk wordt een opgavenverzameling verkregen waarvoor in principe geldt dat a) individuele opgaven binnen het model passen, b) opgaven in verschillende groepen op dezelfde wijze functioneren, dus onafhankelijk van de groep (vrijwel) dezelfde itemparameters hebben, c) er zoveel mogelijk een homogene verdeling is van de p-waarden op de Si-toetsen over het interval (0,1) met zo weinig mogelijk significante waarden en waarbij d) de R1c-toets niet significant is. Geconstateerd moet worden dat het laatste criterium bij geen van de schalen, behalve schaal *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* en *Schattend rekenen*, het geval is. Dit kan toegeschreven worden aan het grote aantal waarnemingen op de opgaven (vaak meer dan duizend per opgave) waardoor relatief kleine verschillen toch significant worden. Additionele analyses hebben dan inmiddels uitgewezen dat verdergaande itemselecties geen bijdrage meer leveren aan een verbetering van de R1c-toets, waarop de schaal dus niettemin wordt geaccepteerd.
Significante afwijkingen worden geacht weinig betekenis te hebben zolang de waarde van de R1c niet veel afwijkt (niet meer dan een factor 1.5) van het aantal vrijheidsgraden van de toetsingsgrootheid. Met factor 1.59 is dit het geval bij de vaardigheidsschaal voor het onderwerp *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*, met factor 1.51 bij de vaardigheidsschaal voor het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* en *Procenten* en met factor 1.50 bij de vaardigheidsschaal voor het onderwerp *Geld*.

Vervolgens zijn er per onderwerp diverse additionele analyses uitgevoerd waarvan we de belangrijkste hieronder vermelden. De eerste analyse betrof uitsluitend de gegevens van het PPON-onderzoek in jaargroep 8. Op basis van deze gegevens worden in de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8 de vaardigheden van leerlingen beschreven evenals de verschillen tussen leerlingen in relatie tot formatiegewicht, geslacht en doorstroomkenmerk. Ten slotte zijn er twee analyses uitgevoerd voor de vergelijking over de tijd. De eerste betrof de vergelijking over de laatste twee peilingen 2004 en 2011 met correctie voor herkomst, geslacht en leertijd. Deze analyse is herhaald met methode als toegevoegde variabele.

2.5 Leerlandschappen

Het begrip leerlandschap is voor het reken-wiskundeonderwijs geïntroduceerd door Fosnot en Dolk (2002). Het begrip verwijst naar de wiskundige ideeën, strategieën en modellen die de leerling in de loop van zijn leer- en ontwikkelingsproces construeert, onderzoekt en leert gebruiken. Het leerlandschap van een leerling verwijst naar het geheel aan inzichten, kennis en vaardigheden die leerlingen zich in een bepaald stadium van hun ontwikkeling eigen kunnen maken. Het begrip leerlandschap is wat ons betreft nauw gerelateerd aan het begrip 'zone van naaste ontwikkeling'. Het verwijst naar het leer- en ontwikkelingspsychologische stadium van leren waarvoor de leerling voldoende is toegerust omdat hij of zij over de gewenste voorkennis of competenties beschikt.
In de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8 zullen we bij ieder onderwerp het leerlandschap van de leerlingen naar doorstroomkenmerk beschrijven. We sluiten ieder onderwerp af met een beschrijving van de verschillen tussen leerlingen. Daarin is een overzicht opgenomen waarin wordt aangegeven welke opgaven de gemiddelde leerling per onderscheiden doorstroom-categorie goed beheerst, matig beheerst en onvoldoende beheerst. Beschouwen we de leerling als een reiziger door het leerlandschap van het rekenen-wiskunde dan liggen de opgaven die

goed worden beheerst achter hem, de opgaven die matig worden beheerst in zijn directe omgeving en de opgaven die onvoldoende worden beheerst liggen nog in het verdere verschiet. Het overzicht laat aan de hand van de voorbeeldopgaven zien waar leerlingen zich bevinden en dat er vaak grote afstanden bestaan tussen de posities die leerlingen in het leerlandschap innemen.
Voor leraren in het voortgezet onderwijs illustreren de leerlandschappen mogelijke aangrijpingspunten voor het onderwijs op het vakgebied rekenen-wiskunde.

2.6 De rapportage van de resultaten

In de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8 beschrijven we per onderwerp de resultaten van de leerlingen. Aan de hand van een reeks voorbeeldopgaven illustreren we voor ieder onderwerp over welke kennis en inzichten leerlingen op een verschillend niveau van vaardigheid beschikken.
We maken verschillen tussen groepen leerlingen zichtbaar. Deze onderzoeksresultaten worden in een figuur afgebeeld. Enerzijds wordt de figuur daardoor complex, anderzijds illustreert zo'n afbeelding de samenhang tussen de verschillende resultaten. Op de volgende pagina's wordt een toelichting op de gebruikte figuren gegeven.

De afbeelding bestaat uit een brede kolom aan de linkerzijde en vier smallere kolommen aan de linkerzijde. In het linker gedeelte staan afgebeeld:

- de vaardigheidsschaal met de verdeling in de leerlingpopulatie;
- de moeilijkheidsgraad van een aantal opgaven.

In het rechter deel van de afbeelding staan de vaardigheidsverdelingen van een aantal groepen leerlingen. Weergegeven zijn de vaardigheidsverdelingen voor het verschillende niveaus van vier variabelen, te weten jaar van afname, formatiegewicht, geslacht en doorstroomkenmerk.

De vaardigheidsschaal en de verdeling in de leerlingpopulatie

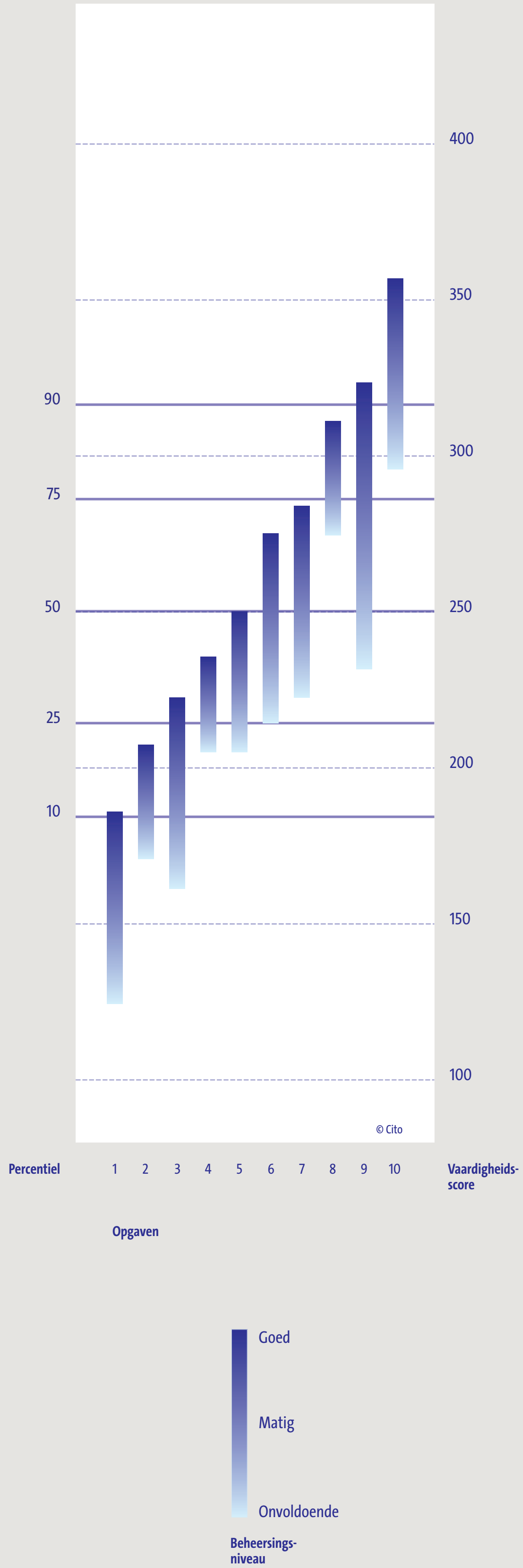
De vaardigheidsschalen zijn geconstrueerd met behulp van een zogenoemd itemresponsmodel. De aanname is dat de vaardigheid zoals die met de schaal gemeten wordt, bij benadering normaal verdeeld is in de populatie. De maatverdeling op de schaal is ter vrije keuze. In PPON is ervoor gekozen om het landelijk gemiddelde van de leerlingpopulatie in de onderzoeksgroep – eind jaargroep 8 in 2011 – op schaalwaarde 250 te stellen en de standaardafwijking op 50.
De vaardigheidsschaal wordt steeds afgebeeld tussen de vaardigheidsscores 100 en 400, een bereik dus van drie standaardafwijkingen boven en drie onder het gemiddelde van 250. Geheel rechts in de figuur staan de vaardigheidsscores vermeld, oplopend met een waarde van 50. Links op de schaal zijn enkele percentielen weergegeven, en wel percentiel 10, 25, 50, 75 en 90. Een percentiel geeft aan hoeveel procent van de leerlingen in de populatie de betreffende of een lagere vaardigheidsscore heeft. Ter illustratie: percentiel 25 ligt op vaardigheidsscore 216.
Dit betekent dat 25% van de leerlingen een score van 216 of lager heeft en 75% van de leerlingen heeft dus een hogere vaardigheidsscore. Percentiel 50 ligt uiteraard op vaardigheidsscore 250, zijnde de score van de gemiddelde leerling.

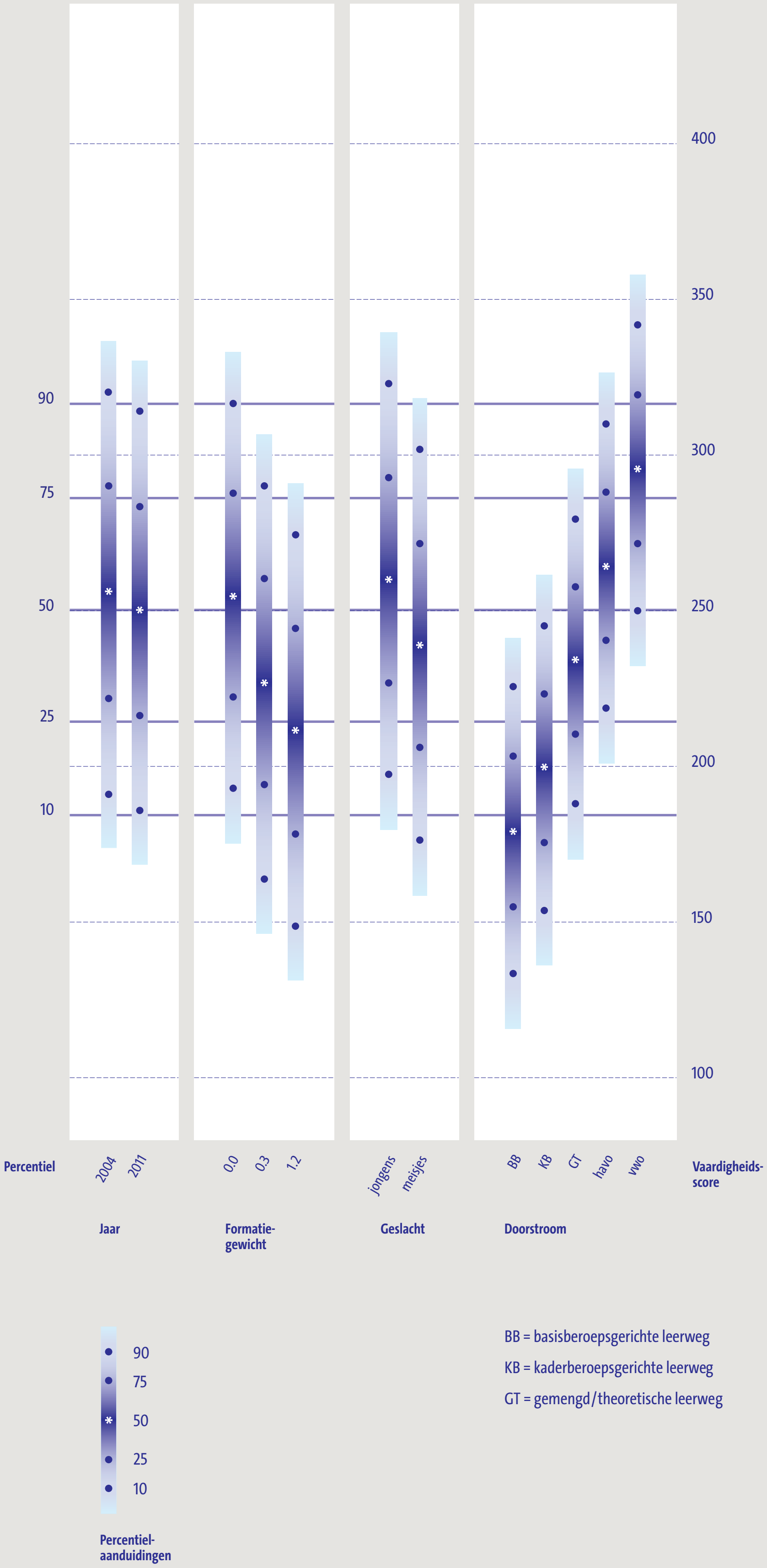
De moeilijkheidsgraad van de opgaven

Een bekende manier om de moeilijkheidsgraad van een opgave aan te geven, is met de zogenoemde p-waarde. Een p-waarde van 0.80 betekent dat 80% van de leerlingen die opgave correct heeft beantwoord. Een opgave met een p-waarde van 0.50 is moeilijker, omdat nu slechts de helft van de leerlingen de opgave juist heeft gemaakt.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Een voorbeeld





BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

Een opgave is echter niet voor alle leerlingen even moeilijk te maken. Over het algemeen zal gelden dat naarmate een leerling een onderwerp beter beheerst, hij of zij een grotere kans heeft om een opgave over dat onderwerp goed te beantwoorden. Die relatie wordt voor een aantal opgaven afgebeeld in de linker kolom van de figuur met verticale balkjes. Het verticale balkje begint op het punt dat de kans om die opgave goed te maken 0.5 is. Naarmate een opgave moeilijker is, zal dat beginpunt steeds hoger op de schaal komen te liggen. De opgaven zijn dus gerangschikt naar moeilijkheidsgraad. Het balkje eindigt op het punt dat de kans op het correcte antwoord 0.8 bedraagt. Het kleurverloop in het balkje, van lichter naar donkerder, symboliseert de toename in de kans om de opgave goed te maken.
Aan de hand van het balkje onderscheiden we drie niveaus in de beheersing van een opgave, zoals ook de legenda laat zien:

- We spreken van goede beheersing wanneer de kans op een goed antwoord groter is dan 0.8. De leerling heeft dan een vaardigheidsscore die hoger ligt dan het balkje aangeeft.
- Wanneer de kans op een goed antwoord tussen 0.5 en 0.8 ligt, spreken we van een matige beheersing. Dit gebied op de vaardigheidsschaal komt dus overeen met wat het balkje weergeeft.
- We spreken van onvoldoende beheersing van een opgave wanneer de kans op een goed antwoord kleiner is dan 0.5. De vaardigheidsscore van de leerling ligt dan onder het beginpunt van het balkje.

Laten we ter verdere illustratie opgave 8 nemen. Leerlingen met vaardigheidsscore 275 hebben een kans van 0.50 om die opgave goed te maken. Leerlingen met een lagere vaardigheidsscore beheersen opgave 8 dus onvoldoende. Als we nu naar de percentiellijnen kijken, dan zien we dat ongeveer 60% van de leerlingen een vaardigheidsscore heeft die lager is dan 275.
Daaruit kunnen we concluderen dat 60% van de leerlingen deze opgave onvoldoende beheerst. Dit betekent overigens niet dat alle leerlingen met een score lager dan 275 deze opgave altijd fout zullen maken. Het betekent wel dat als deze leerlingen tien van deze opgaven zouden maken, ze er gemiddeld minder dan de helft van goed maken.
Dezelfde leerlingen met vaardigheidsscore 275 hebben een kans van 0.80 om opgave 6 goed te maken. Leerlingen met deze of een hogere vaardigheidsscore beheersen deze opgave dus goed. Zij zullen gemiddeld minder dan twee op de tien soortgelijke opgaven fout maken. Uit de percentiellijnen kunnen we weer afleiden dat ongeveer 40% van de leerlingen een hogere vaardigheidsscore heeft en opgave 6 dus goed beheerst. De ondergrens van het balkje voor opgave 6 ligt ongeveer bij vaardigheidsscore 215. Leerlingen met een vaardigheidsscore tussen 215 en 276 beheersen opgave 6 matig.

De afgebeelde opgaven vormen een selectie van alle opgaven op de schaal en zijn met zorg gekozen. Zij vormen enerzijds een goede afspiegeling van de inhoudelijke aspecten die met de opgaven worden gemeten. Anderzijds bestrijken zij een groot bereik van de vaardigheidsschaal, dat wil zeggen dat zij een goed beeld geven van de spreiding van de moeilijkheidsgraad van de opgaven over de gehele schaal.

De vaardigheidsverdelingen van groepen leerlingen

In het rechter gedeelte van de figuur zijn de vaardigheidsverdelingen van verschillende groepen leerlingen afgebeeld. In deze figuur betreft het de vergelijking tussen leerlingen naar formatiegewicht, geslacht en leertijd. Voor iedere onderscheiden groep leerlingen wordt de geschatte vaardigheidsverdeling afgebeeld. Bij deze vaardigheidsverdelingen is niet gecorrigeerd voor andere factoren die mogelijkerwijs van invloed zijn op de resultaten. De wijze van afbeelding laat een vergelijking toe tussen de prestaties van de leerlingen wat betreft de variabelen:

- jaar, met de niveaus 2004 en 2011;
- formatiegewicht, met de niveaus 0.0, 0.3 en 1.2;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- doorstroom, met de niveaus BB, KB, GT, havo en vwo.

We onderscheiden voor iedere groep leerlingen vijf percentielpunten op de vaardigheidsschaal. De gemiddelde vaardigheidsscore van een groep (percentiel 50) is met een wit sterretje aangeduid. In dit geval leert de figuur ons bijvoorbeeld dat de gemiddelde vaardigheidsscore van 0.0-leerlingen 255 bedraagt, van 0.3-leerlingen 227 en van 1.2-leerlingen 212.
De verschillen in vaardigheidsniveaus tussen de onderscheiden groepen leerlingen kunnen vervolgens inhoudelijke betekenis krijgen aan de hand van de voorbeeldopgaven. Zo beheerst de gemiddelde 0.0-leerling in dit geval de eerste vijf opgaven goed en de opgaven 6 en 7 en 9 redelijk goed tot matig, terwijl de gemiddelde 1.2-leerling alleen de eerste twee opgaven goed beheerst en de opgaven 3 tot en met 5 matig.
Op een vergelijkbare manier illustreert de afbeelding ook de verschillen tussen jaar, jongens en meisjes en doorstroomkenmerk.

3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde in de bovenbouw van het basisonderwijs is geïnventariseerd met behulp van een schriftelijke vragenlijst. De aanbodinventarisatie betrof de gebruikte lesmethoden en andere leermiddelen, de onderwijstijd voor rekenen-wiskunde en de werkvormen die leraren gebruiken. Ook werden er vragen gesteld over de wijze waarop gedifferentieerd wordt, over remediëring en een aantal inhoudelijke onderwerpen.

3.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt verslag gedaan van de resultaten van de schriftelijke vragenlijst over het onderwijsaanbod die is voorgelegd aan de leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8 van de scholen die aan het peilingsonderzoek hebben deelgenomen. De vragenlijst is beantwoord door respectievelijk 96% (n =106), 95% (n=105) en 94% (n = 103) van de leraren. Er werden vragen gesteld over de gebruikte lesmethoden en andere leermiddelen, de onderwijstijd voor rekenen-wiskunde, de verschillende werkvormen die binnen de groep gebruikt worden. Daarnaast werd er geïnventariseerd op welke wijze gedifferentieerd wordt en welke aandacht er aan remediëring wordt besteed. Ook hebben we vragen gesteld over inhoudelijke onderwerpen: de rekenmachine, strategieën bij bewerkingen en hoofdrekenen en schattend rekenen.

3.2 Lesmethoden en andere leermiddelen

In deze paragraaf wordt besproken welke lesmethoden en andere leermiddelen gebruikt worden in de jaargroepen 6, 7 en 8. Aan de leraren is gevraagd welke lesmethode en welk aanvullend materiaal ze gebruikten. In 2004 werd geconstateerd dat 20% van de scholen nog werkte met een niet-euroversie van de lesmethode. Het is te verwachten dat dit percentage, bijna 10 jaar na de invoering van de euro, nog verder is gedaald. De afgelopen jaren zijn lesmethoden vernieuwd en zijn er nieuwe rekenmethoden bijgekomen.

Ten opzichte van 2004 is de verdeling van methoden over de scholen licht veranderd (zie tabel 3.1). Met name bij de methode *Pluspunt* en *Alles telt* zijn er veranderingen in alle drie de jaargroepen. Het percentage scholen met *Pluspunt* is gedaald, bijvoorbeeld in jaargroep 8 van 46% naar 37%. Het percentage scholen met *Alles telt* in jaargroep 8 is ten opzichte van 2011 toegenomen van 4% naar 11%. Doordat niet alle leraren de uitgavedatum bij de methode hebben vermeld, is de versie in een aantal gevallen niet te achterhalen. Dit is de reden dat de versies van de methoden bij elkaar opgeteld zijn. De methode *Naar zelfstandig rekenen* wordt in 2011 door geen enkele school meer gebruikt. De nieuwe methode *Reken Zeker* was op het moment van dit peilingsonderzoek nog niet beschikbaar voor de jaargroepen 6, 7 en 8.

Tabel 3.1 Het gebruik van reken-wiskundemethoden in de jaargroepen 6, 7 en 8 in 2004 en 2011 in procenten

	Jaargroep					
	6		7		8	
	2004	2011	2004	2011	2004	2011
Wereld in getallen oude versie of versie onbekend		9		7		13
Wereld in getallen, 2e versie		4		3		3
Wereld in getallen, 3e versie		13		18		14
Wereld in getallen totaal	24	26	24	28	28	30
Pluspunt oude versie of versie onbekend		24		21		19
Pluspunt nieuw		19		17		18
Pluspunt totaal	50	43	48	38	46	37
Wis en Reken*	4	5	4	7	7	6
Alles telt	5	11	5	13	4	11
Rekenrijk	15	13	16	12	14	14
Talrijk	2	2	2	2	2	2
Naar zelfstandig rekenen					1	

* in 2004 inclusief Rekenen en Wiskunde

Behalve naar de reken-wiskundemethode is de leraren ook gevraagd naar aanvullend materiaal dat zij gebruiken voor instructie, oefening of remediëring, voor zover zij dat als 'belangrijk' zouden willen aanmerken. 38% van de leraren in jaargroep 8 geeft aan dat ze naast de methode nog ander materiaal gebruiken. Met name *Maatwerk* (21 keer genoemd), *Kien* (12 keer genoemd) en *Remelka* (8 keer genoemd) worden door de leraren ingezet als extra materiaal.

Over het algemeen zijn leraren tevreden over de gebruikte rekenmethode. 73% van de leraren geeft aan de methode goed tot heel goed bij hem/haar past. Slechts 5% van de leraren geeft aan dat de methode niet goed bij hem/haar past. Op de vraag of de leraar onderdelen/onderwerpen in de rekenmethode anders uitgewerkt wil zien, geeft 70% een bevestigend antwoord. Van de 34 leraren die een toelichting bij deze vraag hebben gegeven noemt ongeveer een derde deel *Delen* als het onderdeel dat ze graag anders uitgewerkt zouden zien. Ook *Breuken* en *Meten* worden vaak genoemd.
In hoofdstuk 9 gaan we verder in op het effect van de rekenmethode op de prestaties van leerlingen op de verschillende onderwerpen.

3.3 Onderwijstijd

In deze paragraaf doen we verslag van de vragen over onderwijstijd die we gesteld hebben. We geven weer hoeveel tijd in totaal per week en per stratum aan rekenonderwijs besteed wordt. Daarnaast hebben we ook informatie verzameld over de lestijd die aan specifieke onderwerpen van rekenen-wiskunde wordt besteed. Het gaat om: *Getallen*, *Optellen en aftrekken, Vermenigvuldigen en delen, Verhoudingen, breuken en procenten* en *Meten, meetkunde, tijd en geld*. Net als in 2004 is ook aan de leraren gevraagd of ze extra tijd besteden aan zwakke leerlingen.

De onderwijstijd voor rekenen-wiskunde wordt net als in de jaren 1992, 1997 en 2004 geschat op ongeveer 5 uur per week (zie tabel 3.2). De standaardafwijking bedraagt in alle drie de jaargroepen ongeveer 45 minuten. We vonden een variatie van 2 tot 10 uur per week. Er zijn geen grote verschillen met 2004, 1997 en 1992, eveneens zijn er geen grote verschillen in lestijd rekenen-wiskunde gevonden tussen de strata. Het in 2004 gevonden stratumeffect, waarbij door stratum-3 scholen meer reken-wiskundeonderwijs gegeven werd, is niet teruggevonden in 2011. Mogelijk komt dit door de veranderde indeling van stratum.

Van de leraren van jaargroep 6 geeft 65% aan dat zwakke leerlingen extra tijd krijgen. Dit neemt af in jaargroep 7 en 8: in jaargroep 7 is dit 57% en in jaargroep 8 is dit 43%. Voor jaargroep 6 en 7 is dit een duidelijke toename ten opzichte van 2004. Het gemiddeld aantal minuten dat de zwakke leerlingen extra tijd krijgen is in alle jaargroepen 40 minuten per week.

*Tabel 3.2 Lestijd in minuten voor rekenen-wiskunde per week in de bovenbouw van het basisonderwijs**

		jaargroep 6		jaargroep 7		jaargroep 8	
		2004	**2011**	**2004**	**2011**	**2004**	**2011**
Totaal	Gemiddelde	300 (5 uur)	305 (5:05 uur)	301 (5:01 uur)	313 (5:13 uur)	300 (5:00 uur)	307 (5:07 uur)
	Standaarddeviatie	46,3	44,3	44,4	51,3	36,7	44,7
	Aantal leraren		99		90		97
Stratum 1	Gemiddelde	292 (4:52 uur)	306 (5:06 uur)	294 (4:54 uur)	305 (5:05 uur)	296 (4:56 uur)	331 (5:31 uur)
	Standaarddeviatie		47,8		44,7		45,3
	Aantal leraren		63		56		60
Stratum 2	Gemiddelde	306 (5:06 uur)	308 (5:08 uur)	306 (5:06 uur)	331 (5:31 uur)	299 (4:59 uur)	307 (5:07 uur)
	Standaarddeviatie		36,7		67,4		52,9
	Aantal leraren		24		23		25
Stratum 3	Gemiddelde	328 (5:28 uur)	295 (4:55 uur)	325 (5:25 uur)	311 (5:11 uur)	327 (5:27 uur)	300 (5 uur)
	Standaarddeviatie		40,1		36,2		25,6
	Aantal leraren		12		11		12
Extra lestijd voor zwakke leerlingen		55%	65%	50%	57%	44%	43%

* De stratumindelingen van 2004 en 2011 verschillen.

We hebben ook gevraagd hoeveel minuten leraren per week per rekenonderdeel besteden. De resultaten hiervan zijn in tabel 3.3 weergegeven. Aan *Getallen* besteden in jaargroep 6 de meeste leraren 60 tot 90 minuten per week. In de jaargroepen 7 en 8 is dit minder; 30 tot 60 minuten per week. Deze zelfde verdeling zien we voor *Optellen en aftrekken*; in jaargroep 6 is dit voor de meeste leraren 60 tot 90 minuten en in jaargroep 7 en 8 is dit 30 tot 60 minuten per week. Het verschil tussen het percentage leraren dat 30 tot 60 minuten per week en het percentage leraren dat 60 tot 90 minuten per week heeft ingevuld is echter niet erg groot. *Vermenigvuldigen en delen* wordt in alle jaargroepen door de meeste leraren 60 tot 90 minuten per week behandeld. Ook lijkt over de jaargroepen heen een trend te bestaan dat de leraren van jaargroepen 7 en 8 per week steeds minder tijd besteden aan *Vermenigvuldigen en delen* in vergelijking met jaargroep 6.

Tabel 3.3 Gemiddelde aantal lesminuten per week en per rekenonderdeel (percentage leraren)

	jaargroep	<30 min	30-60 min	60-90 min	90-120 min	>120 min
Getallen	6	16	31	34	6	13
	7	25	46	20	6	3
	8	35	38	17	6	4
Optellen en aftrekken	6	3	20	36	29	13
	7	4	49	33	10	4
	8	9	45	38	6	2
Vermenigvuldigen en delen	6	0	17	47	26	10
	7	3	28	46	21	3
	8	4	42	42	12	0
Verhoudingen, breuken, procenten	6	22	49	25	3	1
	7	3	29	33	29	6
	8	9	49	25	13	4
Meten, meetkunde, tijd en geld	6	26	51	19	1	3
	7	18	49	25	8	0
	8	0	36	36	23	6

3.4 Instructievormen

In het onderwijs worden verschillende instructie- en werkvormen toegepast. Aan leraren is gevraagd hoeveel tijd in minuten ze besteden aan klassikale instructie, individuele instructie en zelfstandig werken. Alle drie de werkvormen worden door de leraren belangrijk tot zeer belangrijk gevonden; meer dan 90% van de leraren heeft bij elke vorm 'belangrijk' ingevuld.

De tijdsbesteding aan verschillende werkvormen is weergegeven in tabel 3.4. Over het algemeen duren klassikale instructie en individuele instructie 10 tot 20 minuten (respectievelijk 61% tot 70% en 57% tot 64%). Daarnaast werken de leerlingen ongeveer 30 tot 40 minuten (48% tot 52%) zelfstandig. Deze trend is gelijk voor alle jaargroepen.

Tabel 3.4 Tijdsbesteding van leraren per werkvorm (percentage leraren)

	jaargroep.	<10 min	10-20 min	20-30 min	30-40 min	>40 min
Klassikale instructie	6	18	65	16	0	1
	7	15	70	13	0	3
	8	27	61	12	0	0
Individuele instructie	6	10	57	26	2	5
	7	5	64	21	4	6
	8	19	58	17	5	1
Zelfstandig/individueel werken	6	0	9	33	49	10
	7	0	6	27	52	15
	8	0	3	37	48	12

3.5 Differentiatie en remediëring

Leraren kunnen op de verschillende onderwijsbehoeften van leerlingen inspelen door gebruik te maken van differentiatie en remediëring. In de balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool (Hop, 2012), is een trend zichtbaar geworden wat betreft differentiatievormen. De differentiatievorm waarbij de instructie per niveaugroep gegeven wordt, is de laatste jaren in jaargroep 5 toegenomen ten koste van de vorm waarbij alle leerlingen dezelfde instructie krijgen en er bij de verwerking van de oefenstof vervolgens gedifferentieerd wordt.

De vraag over de toepassing van differentiatievormen is ook voorgelegd aan de leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8. Ook zijn er vragen gesteld over of iemand belast is met de extra individuele ondersteuning van leerlingen, en de mate van extra steun die leerlingen ontvangen. Daarnaast is er geïnventariseerd in hoeverre er sprake is van ondersteuning buiten school van ouders en externe ondersteuning.

Wat betreft differentiatievormen hebben we grote overeenkomsten tussen de jaargroepen gevonden (zie tabel 3.5). Het grootste deel van de leraren (53% tot 57%) houdt de instructie voor alle leerlingen over het algemeen gelijk en differentieert bij de verwerking van de oefenstof naar niveau en tempo. Ongeveer een derde deel van de leraren geeft de instructie per niveau- of tempogroep, eventueel met verdere differentiatie bij de verwerking van de oefenstof. Er zijn geen grote verschillen tussen de drie leerjaren. Ten opzichte van voorgaande peilingen zijn er echter wel verschuivingen. Het geven van instructie per niveau- of tempogroep wordt in 2011 vaker genoemd dan in 2004.

Tabel 3.5 Toepassing van enkele differentiatievormen in peilingsonderzoeken van 1992 tot 2011

Differentiatievormen	jaargroep	Percentage leraren in 1992	in 1997	in 2004	in 2011
1 Over het algemeen krijgen alle leerlingen dezelfde instructie en oefenstof.	6	36	33	11	9
	7	39	28	10	6
	8	29	25	8	8
2 De instructie is voor alle leerlingen gelijk; bij de verwerking van de oefenstof wordt gedifferentieerd naar niveau en tempo.	6	50	59	69	57
	7	44	60	68	55
	8	50	60	64	53
3 De instructie wordt per niveau- of tempogroep gegeven, eventueel met verdere differentiatie bij de verwerking van de oefenstof.	6	12	11	20	32
	7	13	12	19	34
	8	15	14	25	34
4 De instructie wordt individueel gegeven en de oefenstof wordt per leerling bepaald.	6	2	3	0	2
	7	5	4	4	5
	8	6	7	3	4

Vergelijken we de resultaten op de vraag over differentiatie in 2011 met de resultaten van de laatste vier peilingen dan zien we wederom een duidelijke toename van het percentage leraren dat de eigen onderwijsorganisatie herkent in differentiatievorm 3. Ruim 30% van de leraren kiest nu voor deze organisatievorm, ten opzichte van ongeveer 15% in 1992 en 25% in 2004. Differentiatievorm 2, waarbij de differentiatie vooral wordt toegepast bij de verwerking van de aangeboden leerstof, wordt nog steeds door het grootste percentage leraren gebruikt, maar dit percentage neemt af ten opzichte van 2004 (in jaargroep 8 van 64% naar 53%). Deze resultaten bevestigen de trend die in 2004 al zichtbaar was in de richting van meer differentiatie binnen het reken-wiskundeonderwijs. Net als in jaargroep 5 neemt differentiatievorm 3, waarbij de instructie per niveaugroep gegeven wordt, de laatste jaren toe in percentage ten koste van differentiatievorm 2.

Van de leraren uit jaargroep 6 en 7 geeft 40% aan dat er binnen hun school geen persoon is die speciaal belast is met de individuele ondersteuning van leerlingen voor rekenen. Van de leraren in jaargroep 8 is dat 46%. Respectievelijk 12%, 18% en 14% van de leraren uit de jaargroepen 6, 7 en 8 geeft aan dat op hun school alleen een intern begeleider of rekenspecialist met de individuele ondersteuning voor rekenen is belast. Meer leraren geven aan dat alleen een remedial teacher belast is met deze ondersteuning, respectievelijk 37%, 33% en 27%.
Een combinatie van intern begeleider/rekenspecialist en remedial teacher wordt door respectievelijk 11%, 9% en 13% van de leraren genoemd.
In tabel 3.6 kan worden afgelezen dat ongeveer een derde van de leraren heeft gerapporteerd dat leerlingen uit zijn of haar klas gebruikmaken van extra individuele ondersteuning. Gemiddeld zijn dit 3 leerlingen in een klas, maar het grootste deel van de leraren geeft aan dat dit om 1 of 2 leerlingen per klas gaat. De relatief hoge standaarddeviaties geven aan dat er grote verschillen zijn wat betreft het aantal leerlingen per groep dat extra individuele ondersteuning ontvangt. Bij de meeste leerlingen gaat het om wekelijkse ondersteuning.

Tabel 3.6 Aantal leerlingen met individuele ondersteuning en de frequentie van de ondersteuning

	jaargroep	aantal	%	gem. aantal lln	std
Extra steun (algemeen)	6	41	38	3,2	4,1
	7	36	34	2,8	4,3
	8	34	33	3,0	2,7
Zeer intensieve (bijna dagelijks) extra steun	6	11	10	2,2	1,6
	7	17	16	2,2	2,5
	8	12	12	4,0	2,9
1 x per week	6	31	29	3,4	3,4
	7	20	19	3,9	3,9
	8	23	22	2,7	2,6
1 à 2 keer per maand	6	5	5	2,0	1,5
	7	7	7	3,0	1,7
	8	5	5	2,4	1,6

Van de leraren in jaargroep 6 geeft 27% aan dat leerlingen uit zijn of haar klas buiten school huiswerk- of studiebegeleiding krijgen. In jaargroep 7 wordt dit gerapporteerd door 39% van de leraren en in jaargroep 8 is dit percentage ongeveer gelijk aan dat in jaargroep 6: 26%.
In jaargroep 6 gaat het gemiddeld om 4,7 leerlingen per groep, in de jaargroepen 7 en 8 om 2,6 leerlingen per groep. Het hoge gemiddelde in jaargroep 6 wordt veroorzaakt door twee uitschieters: leraren die aangeven dat 19 en 20 leerlingen gebruikmaken van huiswerk- of studiebegeleiding.
De meerderheid van de leraren is tevreden of zeer tevreden over de begeleiding van school (zie tabel 3.7). Over de ondersteuning vanuit huis heeft ongeveer de helft neutraal/n.v.t. ingevuld. Mogelijkerwijs hebben leraren minder zicht op de begeleiding vanuit huis dan op de ondersteuning van school en externen. Van de leraren die hier wel zicht op hebben is de meerderheid tevreden over de begeleiding van ouders en/of verzorgers. Wat betreft de begeleiding van externen heeft de meerderheid van de leraren ingevuld hierover tevreden te zijn. Ook over de begeleiding door externen, maar minder dan bij de begeleiding vanuit thuis, heeft een relatief groot deel van de leraren aangegeven neutrale opvattingen te hebben.

Tabel 3.7 Tevredenheid van leraren over de resultaten van de ondersteuning (percentage en totaal; n)

	jaargroep	ontevreden	neutraal/ n.v.t.	tevreden	n*
Ondersteuning van de school	6	7	22	73	106
	7	5	8	87	105
	8	0	14	86	82
Ondersteuning thuis	6	15	53	32	106
	7	16	47	38	105
	8	10	48	42	93
Ondersteuning extern*	6	0	29	71	106
	7	12	35	53	105
	8	4	50	46	87

* Alleen de leraren die aangegeven hebben dat er leerlingen zijn die gebruikmaken van externe ondersteuning.

3.6 Rekenmachine

In de actuele discussies rondom het gebruik van de rekenmachine in het basisonderwijs gaat het onder andere over de vraag of de inzet waardevol is bij rekenzwakke leerlingen en leerlingen met dyscalculie. Ook gaat het om de vraag of het wenselijk is dat door het gebruik van de rekenmachine het aanleren van standaardalgoritmes minder prioriteit krijgt. Leerlingen hebben tenslotte altijd een rekenmachine bij de hand. Daarbij speelt ook de ontwikkeling van reken-wiskundevaardigheden in het voortgezet onderwijs een rol. Aan leraren is, net als in 2004, gevraagd of en wanneer leerlingen een rekenmachine gebruiken en welke functies aangeleerd worden.

In tabel 3.8 is te zien dat in jaargroepen 7 en 8, net als in 2004, het grootste deel van de leraren de leerlingen een rekenmachine laat gebruiken (respectievelijk 94% en 97%). In 2004 was dit eveneens 94% in jaargroep 7 en 99% in jaargroep 8. De rekenmachine wordt in jaargroep 6 minder vaak gebruikt: 53% van de leraren geeft aan de rekenmachine te laten gebruiken. Ten opzichte van 2004 is dit een toename, toen gaf 40% van de leraren in jaargroep 6 aan dat de leerlingen de rekenmachine gebruiken.

Tabel 3.8 Het gebruik van de zakrekenmachine in het reken-wiskundeonderwijs (percentage leraren)

	jaargroep 6		jaargroep 7		jaargroep 8	
	2004	2011	2004	2011	2004	2011
Gebruiken de leerlingen een zakrekenmachine?	40	53	94	94	99	97
Zo ja:						
Verstrekt de school een rekenmachine?	65	64	66	73	69	71
Zelf meegebracht?	11	9	21	11	19	23
Alleen tijdens specifieke rekenmachinelessen?	76	64	68	79	58	64
Leerlingen zijn vrij in het gebruik	0	0	1	2	2	1
Alleen bij specifieke onderwerpen	37	30	42	23	49	32
Krijgen de leerlingen instructie in functies?	83	94	82	96	70	96

Het grootste deel van de scholen verstrekt de leerlingen een rekenmachine. De leerlingen zijn niet vrij in het gebruik van de rekenmachine. De meerderheid van de leraren zet de rekenmachine alleen tijdens specifieke lessen in (respectievelijk 64%, 79% en 64%). Ten opzichte van 2004 zijn geen grote verschuivingen te zien in het gebruik van de rekenmachine. Leraren konden bij het alternatief *Alleen bij specifieke onderwerpen* invullen voor welke onderwerpen dit geldt. Opvallend is dat leraren de rekenmachine regelmatig inzetten bij zwakke leerlingen.
Ten opzichte van 2004 wordt meer aandacht besteed aan het aanleren van functies. Bijna alle leraren die de rekenmachine laten gebruiken, geven de leerlingen instructie in het gebruik van de functies. Functies zoals +, –, x en ÷ biedt 90% van de leraren aan. In jaargroep 8 leert twee derde van de leraren de %-functie aan, in jaargroep 6 en 7 is dit respectievelijk 6% en 34%.
De functies ± en √ worden nagenoeg niet aangeboden. Een kwart van de leraren in jaargroep 8 geeft aan instructie te geven in de geheugenfuncties.

3.7 Strategieën bij bewerkingen

In de kerndoelen staat beschreven dat leerlingen aan het eind van de basisschool schriftelijk kunnen *Optellen*, *Aftrekken*, *Vermenigvuldigen* en *Delen* volgens meer of minder verkorte standaardprocedures. Deze standaardprocedures zijn bijvoorbeeld de kolomsgewijze strategie of de cijferstrategie. In deze peiling is het niveau hiervan gemeten bij de verschillende onderwerpen over *Bewerkingen*. In 2004 bleek het niveau van deze onderwerpen ten opzichte van 1997 sterk achteruitgegaan te zijn. In de discussie hierover is veel aandacht geweest voor de strategieën die aangeboden worden om het type bewerkingsopgaven uit te rekenen.
Om zicht te krijgen op de praktijk hebben we aan de leraren van jaargroep 6, 7 en 8 gevraagd aan welke strategie zij de voorkeur geven. In 2004 is reeds gevraagd welke strategie het beste aansluit bij de praktijk binnen de groep, en dit is in 2011 wederom gevraagd.
Tabel 3.8 laat zien dat de meeste leraren een voorkeur hebben voor de cijfermatige manier.
Het patroon voor *Optellen*, *Aftrekken* en *Vermenigvuldigen* ziet er ongeveer hetzelfde uit.
De 'lange', kolomsgewijze strategie is populairder onder de leraren in jaargroep 6 en 7 dan in jaargroep 8. Bij *Delen* is de kolomsgewijze strategie populairder dan bij de overige operaties.
Voor het onderdeel *Delen* blijkt is de voorkeur van leraren ongeveer gelijk verdeeld over de twee strategieën. Dit is niet verrassend, aangezien de cijfermatige strategie voor delen in de meeste methoden niet aan de orde komt. Er zijn geen duidelijke verschillen tussen de jaargroepen in strategievoorkeur gevonden.

Tabel 3.8 De voorkeur van de kolomsgewijze strategie of het cijferalgoritme voor de vier hoofdbewerkingen (percentage leraren)

	jaargroep	voorkeur kolomsgewijs	geen voorkeur	voorkeur cijferalgoritme
Optellen	6	17	10	73
	7	12	14	74
	8	7	13	80
Aftrekken	6	15	11	74
	7	6	9	85
	8	5	10	85
Vermenigvuldigen	6	19	16	65
	7	16	10	74
	8	10	12	78
Delen	6	49	11	40
	7	41	15	44
	8	45	10	45

Aan de leraren is, zowel in 2004 als in 2011, gevraagd welke oplossingsprocedure voor de verschillende bewerkingen het beste aansluit bij de praktijk in de eigen groep. Voor elk van de vier hoofdbewerkingen konden zij kiezen uit de kolomsgewijze benadering en het cijfer-algoritme (zie tabel 3.9). In de loop van de leerjaren (van jaargroep 6 naar jaargroep 8) neemt het gebruik van de kolomsgewijze aanpak af ten opzichte van het cijferalgoritme. Delen vormt hierop, net als bij de hierboven beschreven voorkeur van leraren, een uitzondering: de kolomsgewijze aanpak is prominenter in de onderwijspraktijk aanwezig dan bij de andere bewerkingen. Bij de kolomsgewijze aanpak zijn geen grote verschillen te zien ten opzichte van 2004.
Het gebruik van beide methoden samen neemt echter af in alle leerjaren en bij alle bewerkingen. Het gebruik van alleen het cijferalgoritme is daarentegen toegenomen.

Tabel 3.9 Strategie per bewerking en jaargroep jaarvergelijking 2004 en 2011 (percentage leraren)

	jaargroep	Alleen cijferalgoritme 2004	2011	Alleen kolomsgewijs 2004	2011	Beide 2004	2011	Niet/missing 2004	2011
Optellen	6	34	44	20	20	45	30	1	6
	7	53	66	5	9	42	20	0	5
	8	69	70	6	7	25	22	0	1
Aftrekken	6	40	48	22	22	36	24	2	6
	7	59	77	7	7	34	11	0	5
	8	72	81	5	7	23	11	0	1
Vermenigvuldigen	6	22	43	42	35	31	14	5	8
	7	34	61	23	17	42	16	1	6
	8	57	65	13	14	31	20	0	1
Delen	6	4	16	75	73	9	3	12	8
	7	9	23	73	65	17	6	1	6
	8	17	25	58	66	24	8	2	1

3.8 Hoofdrekenen en schattend rekenen

In eerdere peilingsonderzoeken, in 1992, 1997 en 2004 is in de vragenlijst aandacht geweest voor aspecten van *Hoofdrekenen* en *Schattend Rekenen*. *Hoofdrekenen* is daarbij gedefinieerd als handig en flexibel rekenen, waarbij gebruik wordt gemaakt van basisvaardigheden, inzicht in getalrelaties en eigenschappen van bewerkingen. *Hoofdrekenen* legt de basis voor het *Schattend Rekene*n waarbij globaal gerekend wordt op basis van afgeronde getallen. Ook in 2011 is in de vragenlijst aandacht besteed aan de onderwerpen *Hoofdrekenen* en *Schattend Rekenen*. Aan leraren is gevraagd of en welk aanvullend materiaal gebruikt wordt op het gebied van deze onderwerpen. Ook is gevraagd naar de frequentie waarop *Hoofdrekenen* en *Schattend Rekenen* aan de orde komt en is gevraagd aan welke inhoudelijke aspecten aandacht wordt besteed.
In jaargroep 6 maakt 38% van de leraren gebruik van aanvullend materiaal met betrekking tot *Hoofdrekenen* en *Schattend rekenen*. Dit percentage neemt af naar 30% in jaargroep 7 en 25% in jaargroep 8. De aanvullende materialen die gebruikt worden zijn zeer divers. Leraren maken in alle drie de jaargroepen veel gebruik van het digibord. Een enkele leraar noemt een automatiseerprogramma zoals *Zoefi* en *Rekentuin*. Ook *Remelka* en *Maatwerk* worden door een enkele leraar genoemd. Hulpmiddelen zoals kubussen, MAB en breukenstokken worden ook regelmatig ingezet.
In jaargroep 6 en 7 besteedt ongeveer $\frac{4}{5}$ deel van de leraren minimaal twee keer in de week aandacht aan *Hoofdrekenen* en *Schattend rekenen* (tabel 3.10). In jaargroep 8 is dit minder, ongeveer 70%. Leraren die vaker dan twee keer per week tijd besteden aan deze onderwerpen, doen dat minimaal drie en maximaal zeven keer per week. In jaargroep 6 wordt 25 minuten per keer aan *Hoofdrekenen* en *Schattend rekenen* besteed. In jaargroep 7 is dit 20 minuten en in jaargroep 8 is dit 23 minuten. In tabel 3.11 is voor specifieke aspecten van *Hoofdrekenen* weergegeven hoeveel procent van de leraren regelmatig tot vaak aandacht besteedt aan deze aspecten.

Tabel 3.10 Frequentie Hoofdrekenen en Schattend rekenen (percentage leraren)

	jaargroep	2004	2011
< 1 keer per week	6	3	6
	7	6	1
	8	9	4
1 keer per week	6	31	16
	7	30	16
	8	31	28
2 keer per week	6	33	41
	7	39	40
	8	35	34
Vaker	6	28	37
	7	24	43
	8	25	34

Tabel 3.11 Percentage leraren dat regelmatig tot vaak aandacht besteedt aan aspecten van het Hoofdrekenen

	Hoofdrekenaspecten	**jaargroep.**	**1997**	**2004**	**2011**
1	Basisvaardigheden bij het optellen en aftrekken *(vb. 74 – 28 is ... 54 – 8; 78 + 34 is 78 en 30 ... is 108 en 4).*	6 7 8	93 80 79	84 74 70	85 86 84
2	Basisvaardigheden bij het vermenigvuldigen en delen *(vb. 7 x 42 is 7 x 40 en 14; 1200 : 40 is ... 120 : 4).*	6 7 8	93 91 85	88 86 81	93 97 89
3	Basisvaardigheden bij het rekenen met breuken, procenten en kommagetallen *(vb. 20 procent van 400 is 1/5 deel van 400; 6/4 = 1,5; relaties 0,25 → 1/4 → 25 procent).*	6 7 8	30 75 79	36 80 91	50 92 95
4	Het zoeken en hanteren van handige oplossings-strategieën, afhankelijk van de getallen *(vb. 69 + 28 is 70 en 28 min 1; 7 x 39 is 7 x 40 min 7; 21 x 25 is 5 x 100 en 25).*	6 7 8	82 76 82	83 82 85	75 86 82
5	Het door de leerlingen laten hanteren van meerdere oplossingsstrategieën voor eenzelfde (type) opgave.	6 7 8	76 68 75	81 79 80	75 78 86
6	Het via schatting komen tot het betrekkelijk ruwweg bepalen van de uitkomst van een berekening *(vb. 28 x 82 is ongeveer 30 x 80).*	6 7 8	52 66 76	72 79 79	63 77 74
7	Het passend omgaan met benaderingen, afrondingen en schattingen in allerlei min of meer alledaagse toepassingssituaties *(vb. 6 x € 8,95 is ongeveer 6 x 9 euro; € 4,95 + € 7,90 + € 12,50 is iets meer dan € 25).*	6 7 8	51 63 72	66 81 82	60 83 82
8	* Flexibel omgaan met afronden. Afronding aanpassen aan de situatie. *(vb. 10 049 – 34,95 is ongeveer 10 050 – 35 maar 70 000 – 10 049 is ongeveer 70 000 – 10 000)*	6 7 8			45 72 76

* Deze vraag is in 1997 en 2004 niet gesteld.

4 Getallen en bewerkingen

4 Getallen en bewerkingen

Het domein *Getallen en bewerkingen* omvat tien onderwerpen. We beschrijven de inhoud en wat leerlingen op verschillende vaardigheidsniveaus kunnen. We illustreren dat met tal van opgaven en komen bij de meeste onderwerpen tot een synthese in de vorm van een ontwikkelingslijn. Bij een aantal onderwerpen zullen we aandacht schenken aan oplossingsprocedures van leerlingen die bij individuele afnames werden verkregen.

4.1 Getallen en getalrelaties

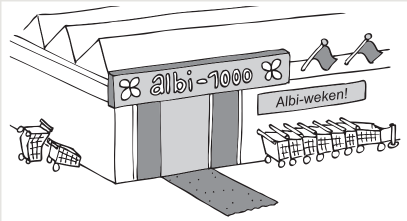
Inhoud

Bij het onderwerp *Getallen en getalrelaties* moeten de leerlingen betekenis kunnen geven aan getallen, zowel in allerlei gebruikssituaties als in het geheel van de getallenrij. Er komen formele aspecten van gehele getallen en kommagetallen aan de orde, die ook in toepassingsgerichte contexten zijn aangeboden. Het betreft onder andere:
- uitspraak en schrijfwijze van gehele en kommagetallen;
- verder tellen en terugtellen met eenheden en sprongen van bijvoorbeeld 0,1 en 0,01 en sprongen van 100 en 250;
- vergelijken en ordenen van getallen en meetuitkomsten;
- analyseren en samenstellen van getallen;
- aanvullen tot ronde getallen;
- afronden van getallen;
- het aangeven van de plaats van getallen op de getallenlijn, zowel precies als globaal;
- het omzetten van breuken en aanduidingen in gewone spreektaal, zoals bijvoorbeeld een kwart miljoen en 0,2 miljoen naar getallen met cijfers.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 3 goed en voorbeeldopgaven 4 tot en met 8 matig. De leerlingen met dit vaardigheidsniveau kunnen goed rekenen met veelvouden van 100 (voorbeeldopgave 2), in deze voorbeeldopgave wordt leerlingen gevraagd de punten te tellen die Irene met 5 knikkers heeft gegooid. Ongeveer 80% van alle leerlingen die de opgave hebben gemaakt gaf het goede antwoord (2000). 1800 was het meest voorkomende foute antwoord (ongeveer 14%). Waarschijnlijk hebben deze leerlingen de tweede knikker in het poortje met de waarde 200 niet meegeteld. De percentiel-10 leerling kan redelijk aangeven welk van drie gegeven kommagetallen het dichtst bij 3000 ligt (voorbeeldopgave 4). Daarnaast zijn deze leerlingen vaardig in het oplossen van contextopgaven waarin zij op basis van de getalsstructuur honderdtallen moeten afhalen, zoals bij voorbeeldopgave 1. Deze leerlingen zijn ook in staat aan te geven hoeveel één minder dan het tienduizendtal is, voorbeeldopgave 3. De percentiel-10 leerlingen zijn matig vaardig in het oplossen van opgaven met kommagetallen zoals in voorbeeldopgaven 5, 7 en 8. Ook 75 500 – 3 keer 20 000 wordt door deze leerlingen matig beheerst (voorbeeldopgave 6).

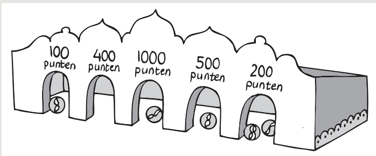
1



De supermarkten in Hollo hebben in totaal 30 335 winkelwagens. 300 winkelwagens zijn kapot. Hoeveel winkelwagens zijn er nog over?

__________ winkelwagens

2



Irene gooit 5 knikkers. Je ziet wat ze gegooid heeft. Hoeveel punten heeft Irene in totaal?

__________ punten

3 Welk getal is één minder dan 30 000?

____

4 Welke meterstand is het dichtst bij 3000 m³?

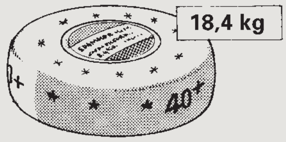
A 

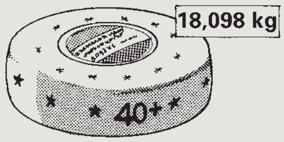
B 

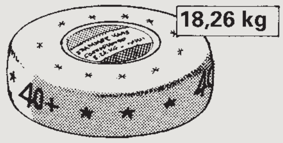
C 

meter __________

5

A 

B 

C 

Welke kaas is het zwaarst?

6 Rob en Jeanette kopen een boot van € 75 500,-. Ze hebben al 3 keer € 20 000,- betaald. Hoeveel euro moeten Rob en Jeanette nog betalen?

€ __________

7 "Anderhalf" geschreven als kommagetal is __________

8

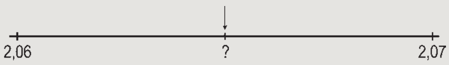
Hoeveel liter water zit er in de maatbeker? Schrijf je antwoord op als kommagetal.

__________ liter

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 8 tot en met 17 matig. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 8 zijn hiervoor al besproken. De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing als het gaat om het positioneren van kommagetallen op de getallenlijn (voorbeeldopgaven 9 en 16). Bij voorbeeldopgave 10 is ook getalbegrip van kommagetallen nodig, leerlingen moeten het verschil tussen 999,9 en 1000,0 berekenen. Deze leerlingen beheersen dit matig. Ook hebben deze leerlingen een matige beheersing van het vergelijken van de grootte van getallen op basis van de schrijfwijze in woorden in plaats van in cijfers, zoals gevraagd wordt in voorbeeldopgave 11. Daarnaast hebben deze leerlingen een matige beheersing van het afronden van kommagetallen zoals in voorbeeldopgave 12, maar hebben ze een goede beheersing van het noteren en vergelijken van kommagetallen (voorbeeldopgaven 4, 5, 7 en 8). Een percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van het terugtellen met sprongen van 25 zoals in voorbeeldopgave 13 wordt gevraagd, waarbij de moeilijkheid ligt in het passeren van het getal 10 000 (10 050 → 10 025 → ? → ?). Ongeveer 97% van alle leerlingen die de opgave heeft gemaakt had het eerste antwoord, 10 000 goed.
Het tweede juiste antwoord, 9975, werd door ongeveer 81% van de leerlingen gegeven. In totaal had 79% van alle leerlingen beide antwoorden juist. Van de leerlingen die het eerste antwoord juist hadden en het tweede antwoord fout, was 9075 het meest voorkomende foute antwoord (8%). Daarnaast gaf 1% van alle leerlingen de antwoorden 1000 en 9975 wat inhoudt dat ze het eerste antwoord fout hadden en het tweede antwoord goed. Bij voorbeeldopgave 14 moeten de leerlingen twee tiende miljoen in cijfers schrijven. Een percentiel-25 leerling beheerst ook deze opgave matig. Dit geldt tevens voor voorbeeldopgave 15 waarin de leerlingen moeten bepalen hoe vaak 0,001 in 1 past.

Voorbeeldopgaven 9-17 Getallen en getalrelaties

9



Welk getal hoort op de getallenlijn op de plaats die de pijl aanwijst?

____

10 De kilometerteller van de auto draait net door naar 999,9 km.
Hoeveel km moet de auto nog rijden voordat de teller naar 1000,0 draait?

__________ km

11

Wie noemt het hoogste getal?

____

12 17,84269

Rond dit getal af op 2 cijfers achter de komma.

____

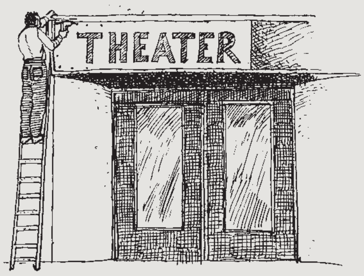
13 met gelijke sprongen terug

10 050 → 10 025 → ☐ → ☐

Welke getallen moeten in de lege hokjes komen?

__________ en __________

14



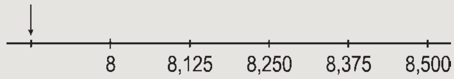
De bouw van dit theater kostte 6 miljoen euro.
Er was gerekend op 6,2 miljoen euro.
Hoeveel euro heeft de bouw minder gekost?
(Schrijf het getal helemaal met cijfers!)

€ __________

15 Hoe vaak past 0,001 in 1?

__________ keer

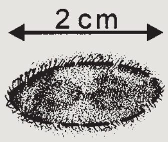
16



Welk getal hoort bij de plaats die de pijl aanwijst?

____

17



Dit diertje is 10 keer zo groot getekend dan het in werkelijkheid is.
Wat is de lengte in cm van dit diertje in werkelijkheid?
Schrijf je antwoord op als kommagetal.

__________ cm

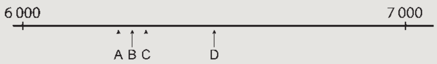
De gemiddelde leerling beheerst de eerste dertien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 14 tot en met 20 en 23 matig. De gemiddelde leerling heeft dus een redelijk tot goed begrip van kommagetallen. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 16 zijn hiervoor besproken. De overige opgaven die de gemiddelde leerling redelijk goed beheerst gaan over:

- het 10 keer verkleinen van 2 cm en noteren als kommagetal (voorbeeldopgave 17);
- het positioneren van gehele getallen boven de 100 op de getallenlijn (voorbeeldopgave 18);
- het bepalen hoe vaak 100 in één miljoen past (voorbeeldopgave 19);
- het afronden van 51 324 op een honderdtal (voorbeeldopgave 20);
- het schatten (in miljoenen) van 13 197 x 1000 (voorbeeldopgave 23).

Het afronden van getallen is voor deze leerlingen nog lastig. Voorbeeldopgave 20, waarbij naar beneden afgerond moet worden, beheersen de leerlingen redelijk goed, echter wanneer complexere afrondingsregels toegepast moeten worden gaat dat de gemiddelde leerling minder goed af. Dat is het geval bij voorbeeldopgave 22. Minder dan de helft (46%) van de leerlingen die deze opgave heeft gemaakt geeft het goede antwoord. Het meest voorkomende onjuiste antwoord is 20 (17%). Deze leerlingen begrijpen de getalstructuur van geld nog niet. Ook de leerlingen die 21 als antwoord gaven (2%) beheersen de afrondingsregels niet. Dat geldt ook voor de leerlingen die 20,04 (6%), 20,50 (6%) en 20,10 (4%) als antwoord hebben gegeven. De voorbeeldopgave 430,08 = 4 x 100 + 3 x 10 + 8 x ____ wordt ook nog niet door deze leerlingen beheerst (voorbeeldopgave 21). Van alle leerlingen die deze opgave hebben gemaakt heeft slechts 39% het goede antwoord (0,01) gegeven. Het antwoord 0,08 werd door 2% van alle leerlingen gegeven. Het meest voorkomende foute antwoord was 0,1 (25%) wat impliceert dat deze leerlingen nog onvoldoende inzicht hebben in de getalsstructuur van getallen achter de komma. Ook de onjuiste antwoorden 0 (6%), 10 (3%) en 100 (2%) impliceren dat die leerlingen deze getalstructuur nog niet begrijpen.

Voorbeeldopgaven 18-23 Getallen en getalrelaties

18



Gebruik je liniaal.
Welke pijl wijst de plaats van 6322 aan?

____

19

1 miljoen euro.
Hoeveel briefjes van 100 euro is dat?

__________ briefjes

20

Voetbalstadions	Capaciteit
Arena (Ajax)	51 324
Alkmaarderhout (AZ)	11 130
De Vijverberg (De Graafschap)	10 900
Gelredome (Vitesse)	26 675

In de Arena is plaats voor 51 324 mensen.
Rond dit aantal af op een honderdtal.

__________ mensen

21 Vul in:

430,08 = 4 x 100 + 3 x 10 + 8 x ________

22 Cora koopt 2,25 m stof van € 8,91 per meter. Ze rekent met haar rekenmachine uit dat dit € 20,0475 kost.
Welk bedrag moet Cora afrekenen?

€ __________

23

Aantal fietsbezitters in 2003 in Nederland X 1000		
Mannen en vrouwen	**Mannen**	**Vrouwen**
13 197	6 617	6 580

Hoeveel Nederlanders ongeveer hadden in 2003 een fiets?
Kies de beste schatting.

A 1,3 miljoen
B 13 miljoen
C 13,1 miljoen
D 13,2 miljoen

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 19 goed. De voorbeeldopgaven 20 tot en met 28, met uitzondering van voorbeeldopgave 27 worden redelijk tot matig beheerst. In voorbeeldopgave 24 moeten de leerlingen $\frac{3}{100}$ seconde afhalen van 10.89 seconden. Een percentiel-75 leerling zal gemiddeld genomen zo'n zes à zeven opgaven van tien opgaven vergelijkbaar met voorbeeldopgave 24 goed maken. Dit is eveneens zo bij voorbeeldopgave 25 waarbij een stuk touw doorgeknipt wordt tussen de 9,9 m en 10 m en leerlingen moeten bepalen hoe lang het grootste stuk touw is. Het juiste antwoord (9,95) wordt door 46% van alle leerlingen gegeven. De meest gemaakte fout (14%) is dat leerlingen de helft nemen van 10, 5 in plaats van de helft van het stuk touw tussen 9,9 en 10 m. Daarnaast heeft 4% van alle leerlingen het antwoord 0,05 gegeven. Deze leerlingen hebben wel berekend hoeveel meter de helft van het stuk tussen 9,9 en 10 m is, maar hebben vervolgens niet berekent hoe lang het grootste stuk touw is. Ongeveer 3% van de leerlingen heeft het antwoord 0,1 gegeven, wat impliceert dat deze leerlingen alleen de lengte van het stuk touw (10 – 9,9) hebben berekent. Daarnaast zijn deze leerlingen matig succesvol in het afronden getallen, zoals 3437,48, op het dichtstbijzijnde gehele getal (voorbeeldopgave 26). Ook voorbeeldopgave 28 (7480 = 8 x 10 + 74 x ____) wordt door de percentiel-75 leerling matig beheerst. Het omrekenen van 460 miljoen munten van één eurocent naar euro’s is voor de percentiel-75 leerling nog te moeilijk (voorbeeldopgave 27).

Voorbeeldopgaven 24-28 Getallen en getalrelaties

24 Het oude record van Wadoebi op de 100 meter was 10.89 seconden.
Hij verbetert zijn record met $\frac{3}{100}$ seconde.
Wat is zijn nieuwe record?

__________ seconde

25

Dit touw van 10 meter wordt op de plek van de pijl doorgeknipt.
Hoeveel meter lang is het grootste stuk touw?

__________ meter

26 Rond af op het dichtstbijzijnde gehele getal.

3437,48 → __________

27 In Nederland zijn 460 miljoen munten van één eurocent.
Hoeveel euro zijn die samen waard?

__________ euro

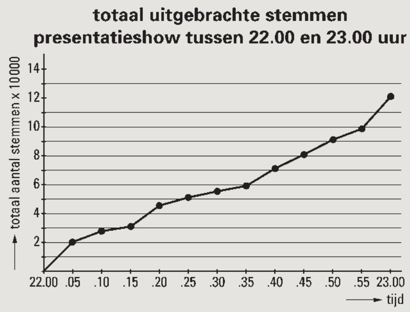
28 Vul in:

7480 = 8 x 10 + 74 x __________

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 21 voorbeeldopgaven goed. Voorbeeldopgaven 22 tot en met 28 worden redelijk tot matig beheerst. Voorbeeldopgaven 29 en 30 vallen buiten het vaardigheidsbereik van deze leerlingen. Het gaat om de opgave waarbij leerlingen het aantal stemmen tussen 22.45 en 23.00 uur uit een grafiek moeten aflezen en vermenigvuldigen met 10 000 (voorbeeldopgave 29). Voorbeeldopgave 30 is de moeilijkste opgave. De leerlingen moet eerst uitrekenen voor welk bedrag er prijzen van 100 euro zijn en vervolgens bepalen hoeveel prijzen dat zijn. Zelfs de percentiel-90 leerlingen hebben een zeer kleine kans om deze opgave goed te maken.

Voorbeeldopgaven 29 en 30 Getallen en getalrelaties

29



Hoeveel stemmen zijn uitgebracht tussen 22.45 en 23.00 uur?

__________ stemmen

30

Hoeveel prijzen van 100 euro zijn dat?

__________ prijzen

Verschillen tussen 2011 en 2004

De groei op het gebied van *Getallen en getalrelaties* die te zien was in de periodes 1992-1997 en 1997-2004 wordt gevolgd door een lichte daling tussen 2004 en 2011. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door een kleiner deel van de leerlingen beheerst, namelijk 71%. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 45% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van de 0.3-leerling en 1.2-leerling liggen betrekkelijk dicht bij elkaar. Het vaardigheidsniveau van de 0.3-leerling ligt een fractie hoger dan het vaardigheidsniveau van de 1.2-leerling. De afstand van de 0.3- en de 1.2-leerling tot de 0.0-leerling is relatief groot.

Net als in 2004 zijn er verschillen tussen jongens en meisjes gevonden. Jongens presteren gemiddeld beter op het onderwerp *Getallen en getalrelaties* dan meisjes: de gemiddelde score van jongens ligt boven het niveau van de percentiel-50 leerling en van de meisjes ligt het gemiddelde daar net onder.

Ook voor de onderscheiden doorstroomniveaus zijn grote verschillen tussen leerlingen eind groep 8 te zien. De gemiddelde BB-leerling presteert ongeveer gelijk aan de percentiel-10 leerling van de gehele populatie. De gemiddelde KB-leerling heeft een hoger vaardigheidsniveau, maar het niveau van de percentiel-25 leerling wordt niet gehaald door deze leerling. De gemiddelde vwo-leerling behaalt het niveau van de percentiel-75 leerling.

Tabel 4.1 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Getallen en getalrelaties

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	256	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	227	49
1.2	212	49
Geslacht		
Jongens	260	49
Meisjes	239	49
Doorstroom		
BB	179	36
KB	200	36
GT	234	36
havo	264	35
vwo	296	35

Tabel 4.2 Getallen en getalrelaties: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

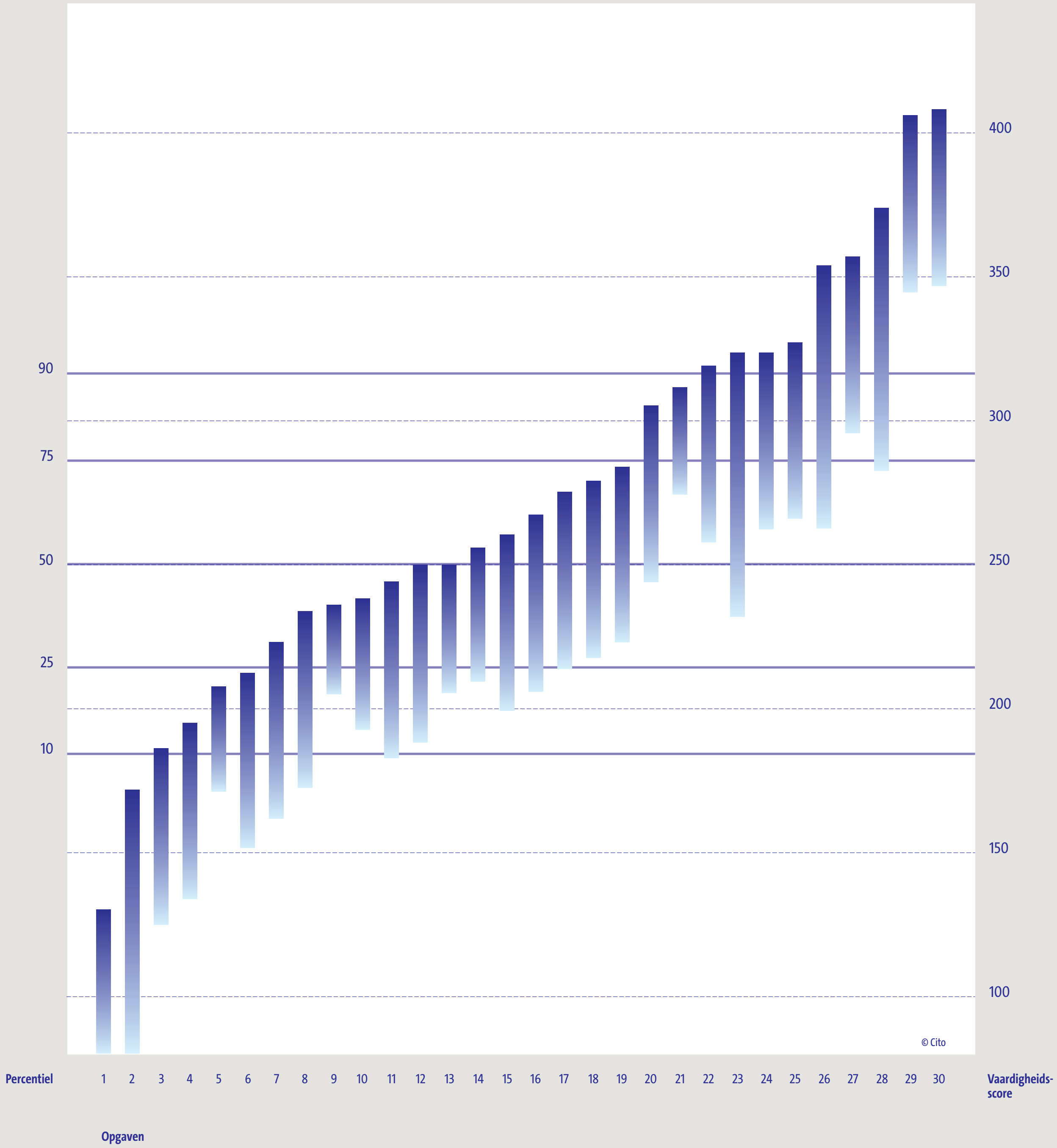
2004	2011
75%	71%
50%	45%

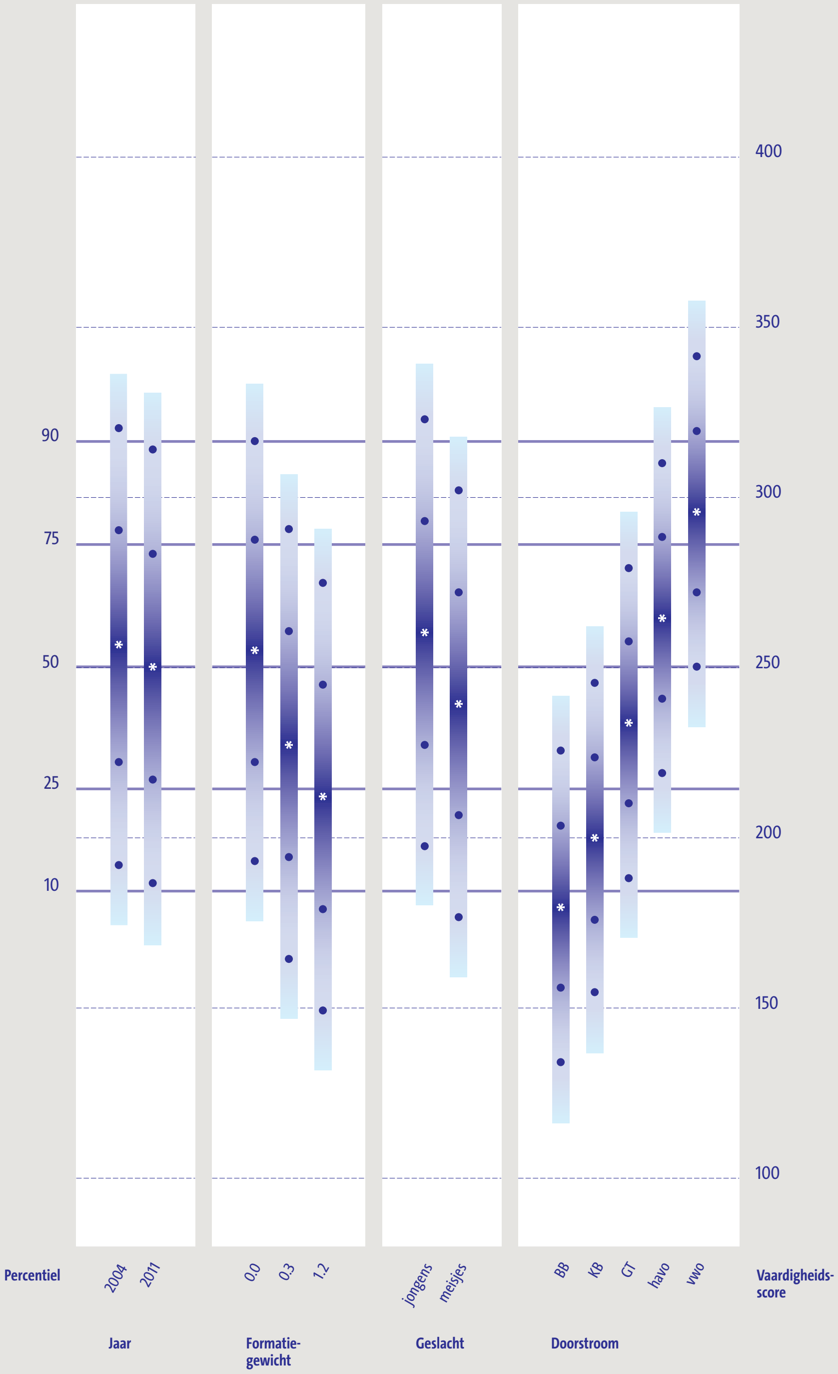
Tabel 4.3 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Getallen en getalrelaties

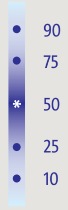
Doorstroomkenmerk	Opgaven die de gemiddelde leerling: goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 en 2	3 tot en met 8	9 tot en met 30
KB	1 tot en met 4	5 tot en met 12	13 tot en met 30
GT	1 tot en met 8	9 tot en met 19	20 tot en met 30
havo	1 tot en met 15	16 tot en met 24, 26	25, 27 tot en met 30
vwo	1 tot en met 19	20 tot en met 28	29 en 30

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Getallen en getalrelaties







Percentiel-
aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Getallen en getalrelaties

- Een getal als 100 000 opdelen in 1 x 25 000 + 5 x 10 000 + 5 x 1000 + ? x 100 (opgave 30)
- Aflezen van grafiek en vermenigvuldigen met 10 000 (opgave 29).

- Aangeven hoeveel euro 460 miljoen munten van 1 eurocent samen waard zijn (opgave 27).

- Analyseren van getallen zoals 7480 = 8 x 10 + 74 x _____ (opgave 28)

- Analyseren van een getal zoals 430,08 = 4 x 100 + 3 x 10 + 8 x ____ (opgave 21)
- Afronden van 20,0475 op twee cijfers achter de komma (opgave 22)
- Afronden van 3437,48 op het dichtstbijzijnde getal (opgave 26)
- Bepalen hoeveel miljoen 13 197 x 100 + 6617 x 100 + 6580 x 1000 ongeveer is (opgave 23)
- Aangeven welke tijd $^{3}/_{100}$ seconde sneller is dan 10,89 seconde (opgave 24)
- Bepalen van de lengte van het grootste stuk touw, wanneer een touw exact tussen 9,9 m en 10 m wordt doorgeknipt (opgave 25)

- Afronden van 51 324 op een honderdtal (opgave 20)

- Aangeven hoeveel briefjes van 100 euro 1 miljoen is (opgave 19)

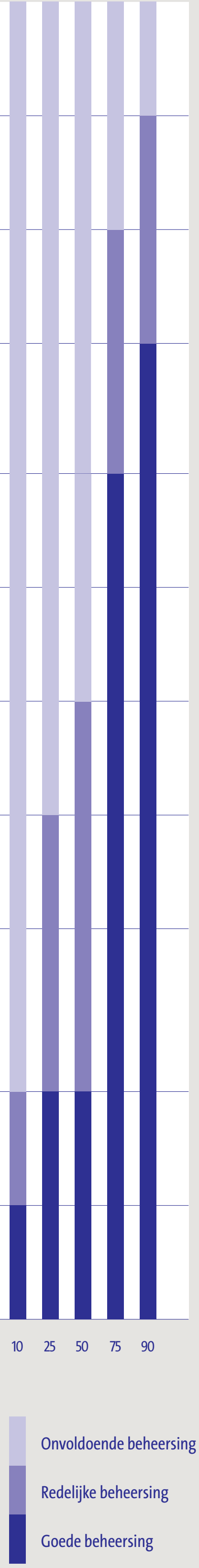
- Met behulp van een liniaal op de getallenlijn met alleen de punten 6000 en 7000, aangeven waar het getal 6322 moet liggen (opgave 18)

- Aangeven wat 10 x zo groot is als 2 (opgave 17)

- Aangeven welk kommagetal halverwege 2,06 en 2,07 ligt op de getallenlijn (opgave 9)
- Aangeven hoe groot het verschil is tussen 999,9 en 1000 (opgave 10)
- Op basis van spreektaalaanduidingen bepalen wat het hoogste getal is (opgave 11)
- Afronden van 17,84269 op twee cijfers achter de komma (opgave 12)
- Terugtellen met sprongen van 25 over 10 000 heen (opgave 13)
- Getallen in spreektaalaanduidingen als 0,2 miljoen kunnen schrijven met cijfers (opgave 14)
- Aangeven hoe vaak 0,001 in 1 past (opgave 15)
- Aangeven op de getallenlijn welk getal 0,125 voor 8 ligt (opgave 16)

- Grootste getal bepalen van getallen met verschillend aantal cijfers achter de komma (opgave 5)
- Terugtellen met veelvouden van 10 000 (opgave 6)
- Spreekwijze kommagetal omzetten in getal (opgave 7)
- Aangeven welk kommagetal hoort bij de inhoud van de maatbeker (opgave 8)

- Tellen met veelvouden van 100 (opgave 2)
- Afhalen van 100-tallen (opgave 1)
- Aangeven wat 1 minder dan een tienduizendtal is (opgave 3)
- Bepalen welk van drie kommagetallen het dichtst bij 30 000 ligt (opgave 4)



4.2 Basisoperaties: optellen en aftrekken

Inhoud

Onder basisoperaties verstaan we de vaardigheid om snel en vaardig bepaalde opgaven uit te rekenen door gebruik te maken van basiskennis, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen. Het gaat bij optellen en aftrekken om:

- optel- en aftrekopgaven met gehele getallen onder de 100;
- opgaven met grotere (ronde) getallen zoals 10 000 – 9750;
- opgaven van gehele getallen met nullen, analoog aan de tafels van optellen en aftrekken, zoals 60 + 50; 170 – 80;
- optel- en aftrekopgaven waarbij kommagetallen worden gebruikt, zoals 100 – 0,5.

De opgaven zijn de leerlingen visueel en auditief aangeboden: ofwel via een cd met een opgavenboekje waarbij op elke pagina een opgave staat, ofwel via een PowerPointpresentatie. Hierdoor werd de tijd die leerlingen kregen om te antwoorden, 7 seconden per opgave, onder controle gehouden. Voor verschillen tussen de afnamecondities is gecorrigeerd.

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 17 matig. De eerste zeven voorbeeldopgaven zijn vier aftrekopgaven en drie optelopgaven. Het aftrekken

- tot 100 met gehele getallen (voorbeeldopgave 2);
- met kommagetallen (voorbeeldopgave 5);
- met gehele getallen tot 1000 (voorbeeldopgave 6);
- met gehele getallen over de 1000 (voorbeeldopgave 7)

wordt door deze leerlingen goed beheerst. Voorbeeldopgave 8 is net als voorbeeldopgave 6 een aftrekopgave met gehele getallen tot 1000, maar wordt door deze leerlingen matig beheerst. De getallen in voorbeeldopgave 6 lenen zich voor compensatie, terwijl dit bij voorbeeldopgave 8 minder het geval is. Dit zou kunnen verklaren waarom voorbeeldopgave 8 voor deze leerlingen moeilijker is dan voorbeeldopgave 6. Daarnaast moeten leerlingen in voorbeeldopgave 8 lenen van 0, wat doorgaans moeilijker blijkt te zijn dan lenen van andere getallen. Ook in voorbeeldopgave 12 moeten leerlingen lenen van 0, maar nu met getallen boven de 1000. Ook deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-10 leerling matig beheerst.
Wat betreft optellen heeft de percentiel 10-leerling een goede beheersing van het optellen van gehele getallen over de 1000 (voorbeeldopgave 1 en 3) en het optellen van kommagetallen tot 20 (voorbeeldopgave 4). Deze leerlingen hebben een matige beheersing van het optellen van kommagetallen tot 100 (voorbeeldopgaven 9, 10 en 13 tot en met 15). Het optellen van getallen boven de 1000 wordt door deze leerlingen ook matig beheerst (voorbeeldopgaven 11, 16 en 17).

Voorbeeldopgaven 1-17 Basisoperaties: optellen en aftrekken

1 500 + 8900 =	**4** 0,53 + 9,47 =
2 100 – 35 =	**5** 1 – 0,75 =
3 6400 + 900 =	**6** 249 – 50 =

7 8050 – 100 =	13 0,625 + 0,375 =
8 500 – 13 =	14 0,25 + 9,5 =
9 4,60 + 0,80 =	15 5,5 + 0,25 =
10 29,25 + 10,75 =	16 3750 + 1250 =
11 5000 + 89 000 =	17 24 900 + 25 100 =
12 8000 – 7250 =	

De percentiel-25 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgaven 1 tot en met 15 en een redelijk goede beheersing van de voorbeeldopgaven 16 tot en met 20. Voorbeeldopgaven 21 tot en met 24, 28 en 29 worden door deze leerlingen matig beheerst. De eerste 17 voorbeeldopgaven zijn in de voorgaande paragraaf besproken. Voorbeeldopgaven 18 tot en met 20 zijn alle drie aftrekopgaven die door de percentiel-25 leerlingen redelijk goed worden beheerst. Wanneer deze leerlingen van deze drie voorbeeldopgaven tien vergelijkbare varianten zouden maken, zouden zij er gemiddeld acht goed beantwoorden. Voorbeeldopgaven 18 en 19 zijn beide opgaven waarin leerlingen een kommagetal moeten aftrekken van een geheel getal.
In voorbeeldopgave 20 wordt leerlingen gevraagd het verschil te berekenen tussen twee gehele getallen boven de 1000. Voorbeeldopgaven 21 tot en met 23 zijn aftrekopgaven tot 100 waarin leerlingen een kommagetal van een geheel getal moeten aftrekken. Alle drie deze opgaven worden door de percentiel-25 leerling matig beheerst. Voorbeeldopgaven 24, 28 en 29 zijn optelopgaven die door deze leerlingen matig worden beheerst. In voorbeeldopgave 24 en 29 gaat het om het optellen van twee kommagetallen en in voorbeeldopgave 28 moeten leerlingen twee getallen boven de 1000 optellen.

Voorbeeldopgaven 18-24 Basisoperaties: optellen en aftrekken

18 75 – 74,3 =	22 100 – 0,5 =
19 10 – 0,45 =	23 1 – 0,125 =
20 6000 – 5750 =	24 60,42 + 50,58 =
21 12 – 3,6 =	

De gemiddelde leerling beheerst de eerste 24 voorbeeldopgaven goed en de overige voorbeeldopgaven matig. De eerste 24 voorbeeldopgaven zijn reeds besproken. Voorbeeldopgaven 25 tot en met 27 zijn aftrekopgaven. In voorbeeldopgaven 25 en 27 moeten leerlingen een kommagetal van een afgerond geheel getal aftrekken. In voorbeeldopgave 26 moeten leerlingen 10 000 – 25 berekenen. Alle drie deze aftrekopgaven worden matig beheerst. De gemiddelde leerling heeft ook een matige beheersing van voorbeeldopgaven 28 tot en met 30 waarin leerlingen gevraagd wordt om gehele getallen boven de 100 of 1000 op te tellen (voorbeeldopgave 28 en 30), of om twee kommagetallen bij elkaar op te tellen (voorbeeldopgave 29).

Voorbeeldopgaven 25-30 Basisoperaties: optellen en aftrekken

25 1200 – 600,50 =

26 10 000 – 25 =

27 30 – 5,95 =

28 23 400 + 8500 =

29 0,7 + 3,04 =

30 836 + 299 =

Vanaf **percentiel 75** beheersen de leerlingen alle voorbeeldopgaven goed.

Verschillen tussen 2011 en 2004

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen op het onderwerp *Basisoperaties: optellen en aftrekken* is licht gedaald. De positieve trend die zichtbaar was in 2004 zet dus niet door.
Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 71% van de leerlingen beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 45% van de leerlingen beheerst.

Verschillen tussen leerlingen

We vinden een daling van het vaardigheidsniveau met de toename van het formatiegewicht. Vergelijken we de gemiddelde leerling naar formatiegewicht dan heeft een gemiddelde leerling met formatiegewicht 1.2 de eerste 20 voorbeeldopgaven goed, een leerling met formatiegewicht 0.3 de eerste 22 voorbeeldopgaven en een gemiddelde leerling met formatiegewicht 0.0 de eerste 24.

Jongens halen net als in 2004 gemiddeld een hoger vaardigheidsniveau dan meisjes, 261 ten opzichte van 239.

Er is, zoals te verwachten, een duidelijke toename in het gemiddelde vaardigheidsniveau van de leerlingen in de vijf doorstroomniveaus. De verschillen tussen het gemiddelde vaardigheidsniveau van de BB-leerling en het gemiddelde vaardigheidsniveau van de KB-leerling zijn groter dan de verschillen tussen het gemiddelde vaardigheidsniveau van de KB-leerling en de GT-leerling.

De gemiddelde BB-leerling functioneert ongeveer op hetzelfde niveau als de percentiel-10 leerling in de gehele populatie. De gemiddelde KB-leerling functioneert op hetzelfde vaardigheidsniveau als de percentiel-25 leerling. De gemiddelde vwo-leerling functioneert op hetzelfde niveau als de percentiel-75 leerling.

Tabel 4.4 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	256,316	50,641
2011		
Formatiegewicht		
0.0	252	49,61
0.3	239	50,03
1.2	231	49,434
Geslacht		
Jongens	261	48,906
Meisjes	239	48,735
Doorstroom		
BB	187	41
KB	217	41
GT	236	41
havo	264	41
vwo	287	41

Tabel 4.5 Basisoperaties: optellen en aftrekken: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	71%
50%	45%

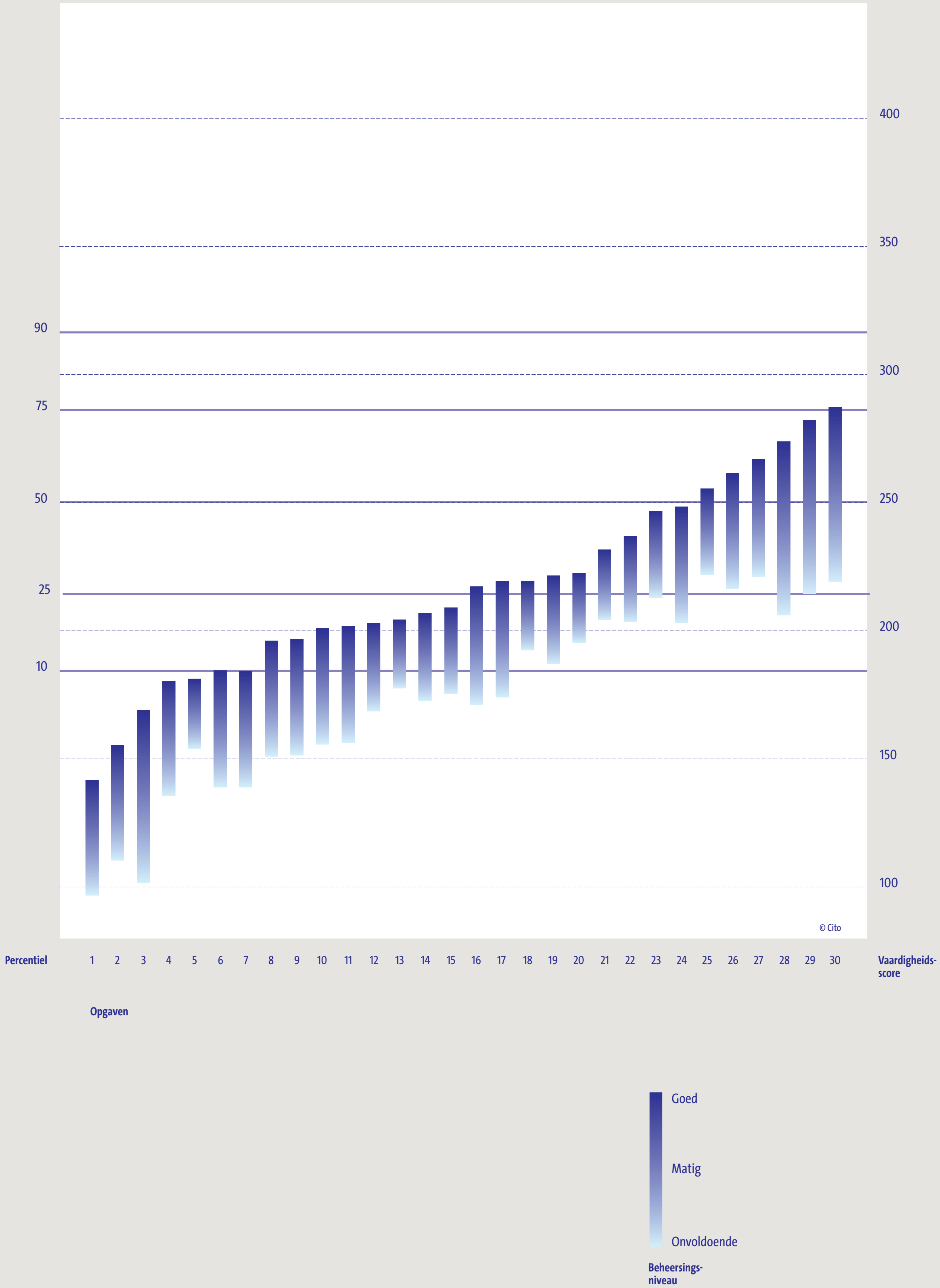
Tabel 4.6 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken

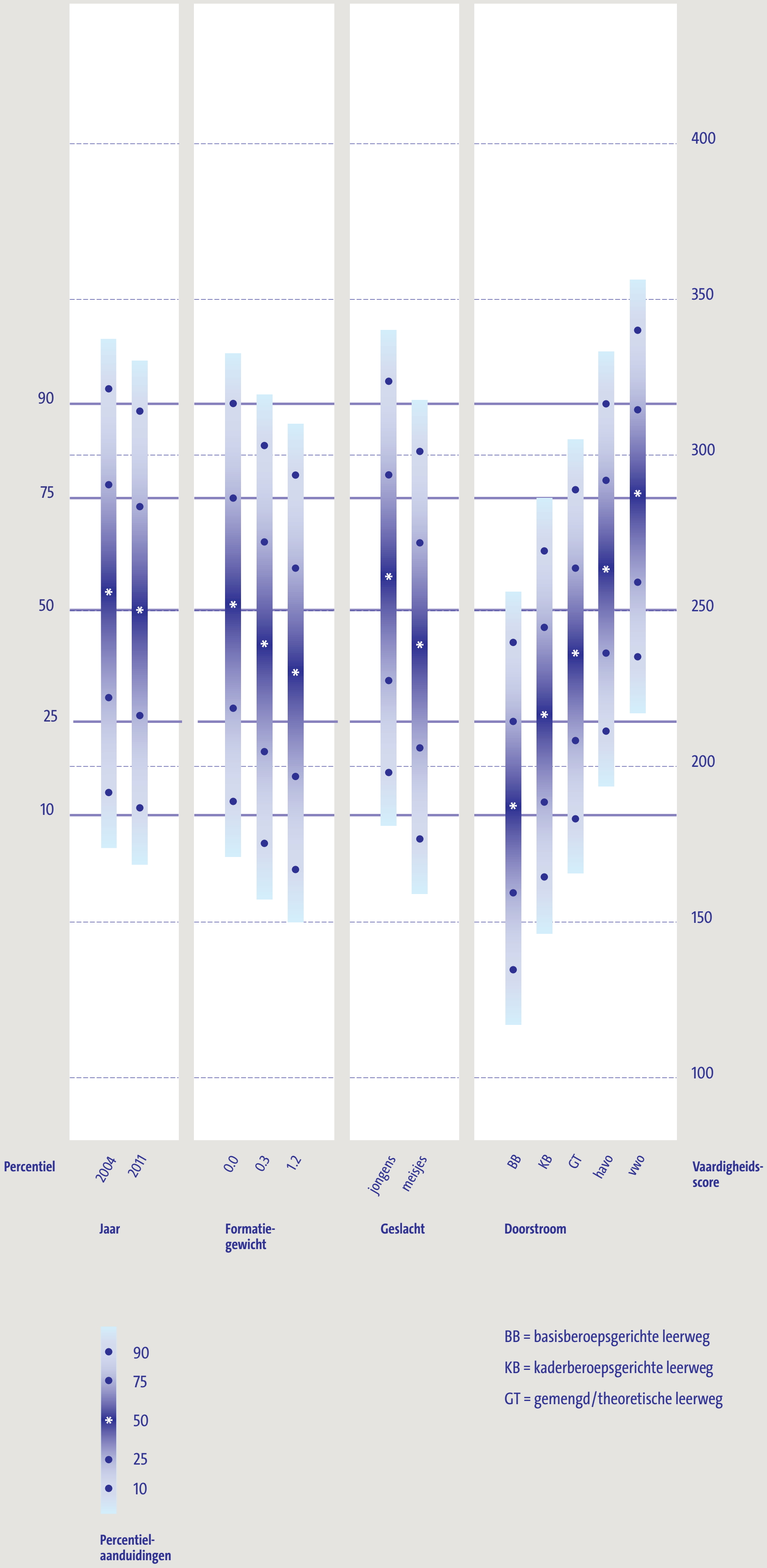
	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 tot en met 7	8 tot en met 17	18 tot en met 30
KB	1 tot en met 15	16 tot en met 24, 26, 28 en 29	25, 27 en 30
GT	1 tot en met 21	22 tot en met 30	-
havo	1 tot en met 26	27 tot en met 30	-
vwo	1 tot en met 29	30	-

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Basisoperaties: optellen en aftrekken

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Basisoperaties: optellen en aftrekken





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

4.3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Onder basisoperaties verstaan we de vaardigheid om snel en vaardig bepaalde opgaven uit te rekenen door gebruik te maken van basiskennis, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen. Het gaat bij vermenigvuldigen en delen om:

- vermenigvuldig- en deelopgaven met gehele getallen onder de honderd;
- opgaven van gehele getallen met nullen en kommagetallen, analoog aan de tafels van vermenigvuldigen en delen: zoals 420 : 6, 5 x 900, 0,60 x 500 en 2,4 : 3;
- opgaven waarbij vermenigvuldigd met of gedeeld door 10, 100, 1000 moet worden, zoals bij 1000 x 45; 3,75 x 100; 2,5 : 10 en 75 : 1000.

De opgaven zijn de leerlingen visueel en auditief aangeboden: ofwel via een cd met een opgavenboekje waarbij op elke pagina een opgave staat, ofwel via een PowerPointpresentatie. Hierdoor werd de tijd die leerlingen kregen om te antwoorden, 7 seconden per opgave, onder controle gehouden. Voor verschillen tussen de afnamecondities is gecorrigeerd.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst geen enkele voorbeeldopgave van deze schaal goed. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 8 worden door deze leerlingen matig beheerst en voorbeeldopgaven 9 tot en met 30 worden nog niet beheerst. Van de eerste acht voorbeeldopgaven die door deze leerlingen matig worden beheerst, zijn er zes vermenigvuldigopgaven. Bij twee van deze zes voorbeeldopgaven gaat het om het vermenigvuldigen van een geheel getal met een kommagetal (voorbeeldopgaven 4 en 6). Voorbeeldopgaven 3 en 5 gaan om het vermenigvuldigen van een geheel getal met een tiental of honderdtal. Ook voorbeeldopgave 8 wordt door de percentiel-10 leerling matig beheerst. In deze opgave moeten leerlingen 40 vermenigvuldigen met 25.

Voorbeeldopgaven 1-8 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

1 8 x 25 =

2 1800 : 10 =

3 11 x 80 =

4 4 x 0,15 =

5 12 x 400 =

6 10 x 0,5 =

7 24 000 : 100 =

8 40 x 25 =

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 8 tot en met 16 en 19 matig. Voorbeeldopgaven 9 tot en met 13 en 15 zijn vermenigvuldigopgaven waarin leerlingen:

- een kommagetal en een geheel getal moeten vermenigvuldigen (voorbeeldopgave 9 tot en met 11, 13 en 15);
- een kommagetal met 100 moeten vermenigvuldigen (voorbeeldopgave 10 en 15);
- een kommagetal met 5 moeten vermenigvuldigen (voorbeeldopgave 12 en 13);
- een kommagetal met een getal dichtbij 5 (4) en 10 (11) moeten vermenigvuldigen (voorbeeldopgave 9 en 11).

Deze zes vermenigvuldigopgaven worden door de percentiel-25 leerling matig beheerst. Het vermenigvuldigen van een kommagetal met 1000 (voorbeeldopgave 17) en 11 x 2,50 (voorbeeldopgave 18) is voor deze leerlingen nog te moeilijk. Van de voorbeeldopgaven die door deze leerlingen matig worden beheerst zijn er maar twee deelopgaven (voorbeeldopgave 14 en 16). In voorbeeldopgave 14 gaat het om de dubbele relatie van 48 en 24 en in voorbeeldopgave 16 moeten leerlingen een kommagetal delen door 10.

Voorbeeldopgaven 9-16 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

9 11 x 0,90 =	**13** 5 x 0,8 =
10 100 x 3,75 =	**14** 4800 : 240 =
11 4 x 0,5 =	**15** 100 x 0,1 =
12 5 x 48 =	**16** 6,3 : 10 =

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van de eerste zeventien voorbeeldopgaven. Voorbeeldopgaven 18 en 19 worden redelijk goed beheerst, van tien met deze voorbeeldopgaven vergelijkbare opgaven zouden deze leerlingen er gemiddeld acht goed beantwoorden. In voorbeeldopgave 19 moeten leerlingen een honderdtal delen door 15. Hierbij gaat het om het zien van de relatie tussen 60 en 15 (4 x 15 = 60).
Voorbeeldopgaven 20 tot en met 24 worden door de gemiddelde leerling matig beheerst. Voorbeeldopgave 20 is vergelijkbaar met voorbeeldopgave 16 waarin leerlingen wordt gevraagd een kommagetal te delen door 10. Voorbeeldopgave 16 wordt door de gemiddelde leerling echter goed beheerst, terwijl voorbeeldopgave 20 matig wordt beheerst. Voorbeeldopgaven 21 en 22 zijn beide deelopgaven waarin leerlingen een veelvoud van tien (10 en 20) moeten delen door 0,5. Beide voorbeeldopgaven worden door deze leerlingen matig beheerst. Ook het delen van 120 door 8 (voorbeeldopgave 23) beheerst de gemiddelde leerling matig. Het delen van 1000 door 8 (voorbeeldopgave 25) wordt door deze leerlingen echter nog niet beheerst.
De gemiddelde leerling heeft al wel een matige beheersing van 10 : 0,20 (voorbeeldopgave 24).

Voorbeeldopgaven 17-24 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

17 0,05 x 1000 =	**21** 20 : 0,5 =
18 11 x 2,50 =	**22** 10 : 0,5 =
19 600 : 15 =	**23** 120 : 8 =
20 0,06 : 10 =	**24** 10 : 0,20 =

De percentiel-75 leerling heeft een goede beheersing van de voorbeeldopgaven 1 tot en met 25. De voorbeeldopgaven 26 tot en met 28 worden door deze leerlingen matig beheerst. In voorbeeldopgave 26 wordt leerlingen gevraagd om een geheel getal te delen door een geheel getal dat groter is (20 : 50). In voorbeeldopgave 28 moeten leerlingen 10 delen door 8. De uitkomsten van zowel voorbeeldopgave 26 als 28 zijn kommagetallen en de getallen zijn zo gekozen dat leerlingen deze delingen zouden kunnen associëren met het vereenvoudigen en omzetten van breuken naar kommagetallen. Ook voorbeeldopgave 27 is een deelopgave, in deze voorbeeldopgave moeten leerlingen de tafel van 12 herkennen en een geheel getal delen door een kommagetal. Het vermenigvuldigen van twee kommagetallen (voorbeeldopgave 29) en het delen van 25 door 1000 (voorbeeldopgave 30) is voor de percentiel-75 leerling nog te moeilijk.

De percentiel-90 leerling beheerst deze laatste twee voorbeeldopgaven al wel matig.

Voorbeeldopgaven 25-30 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

25 1000 : 8 =	**28** 10 : 8 =
26 20 : 50 =	**29** 0,2 x 0,05 =
27 3600 : 1,2 =	**30** 25 : 1000 =

Verschillen tussen 2011 en 2004

Net als bij het onderwerp *Basisoperaties: optellen en aftrekken* zien we een lichte daling in de vaardigheid bij het onderwerp *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 71% van de leerlingen beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 45% van de leerlingen beheerst.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp **Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen**

- Complexe vermenigvuldigopgave, zoals 0,2 x 0,5 (opgave 29)
- Complexe deelopgave waarbij een tweecijferig getal gedeeld moet worden door 1000, zoals 25 : 1000 (opgave 30)

- Complexe deelopgave als 20 : 50 en 10 : 8 (opgave 26 en 28)
- Deelopgave waarbij door een kommagetal gedeeld moet worden, zoals 3600 : 1,2 (opgave 27)

- Complexe deelopgave als 1000 : 8 (opgave 25)
- Deelopgave, waarbij door een kommagetal gedeeld moet worden, zoals 10 : 0,20 (opgave 24)

- Complexe deelopgave, zoals 120 : 8 (opgave 23)
- Deelopgaven met kommagetallen, zoals 0,06 : 10, 20 : 0,5 en 10 : 0,5 (opgave 20, 21 en 22)

- Vermenigvuldigopgave, zoals 11 x 2,50 (opgave 18)

- Vermenigvuldigopgave met kommagetal en 1000, zoals 0,05 x 1000 (opgave 17)

- Deelopgave met kommagetal, zoals 6,3 : 10 (opgave 16)
- Deelopgave zoals 4800 : 240 (opgave 14)

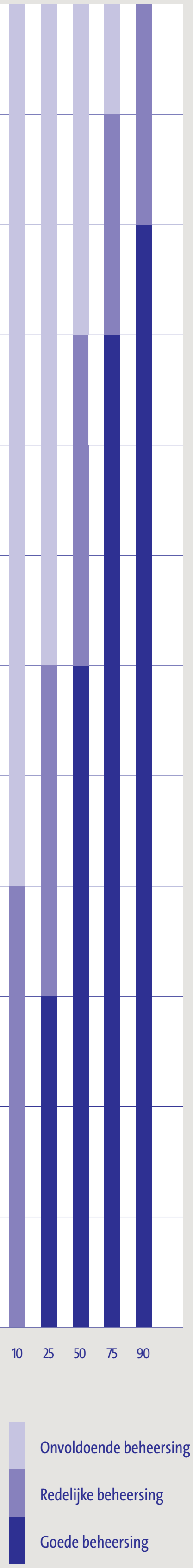
- Vermenigvuldigopgaven met gehele getallen, zoals 5 x 48 (opgave 12)
- Vermenigvuldigopgaven met kommagetallen, zoals 11 x 0,90, 100 x 3,75, 4 x 0,5, 100 x 0,1 en 5 x 0,8 (opgave 9, 10, 11, 13 en 15)

- Vermenigvuldigopgave zoals 40 x 25 (opgave 8)
- Deelopgave met nullen zoals 24 000 : 100 (opgave 7)

- Vermenigvuldigopgaven met kommagetallen, zoals 4 x 0, 15 en 10 x 0,5 (opgave 4 en 6)

- Eenvoudige deelopgave met nullen, zoals 1800 : 10 (opgave 2)

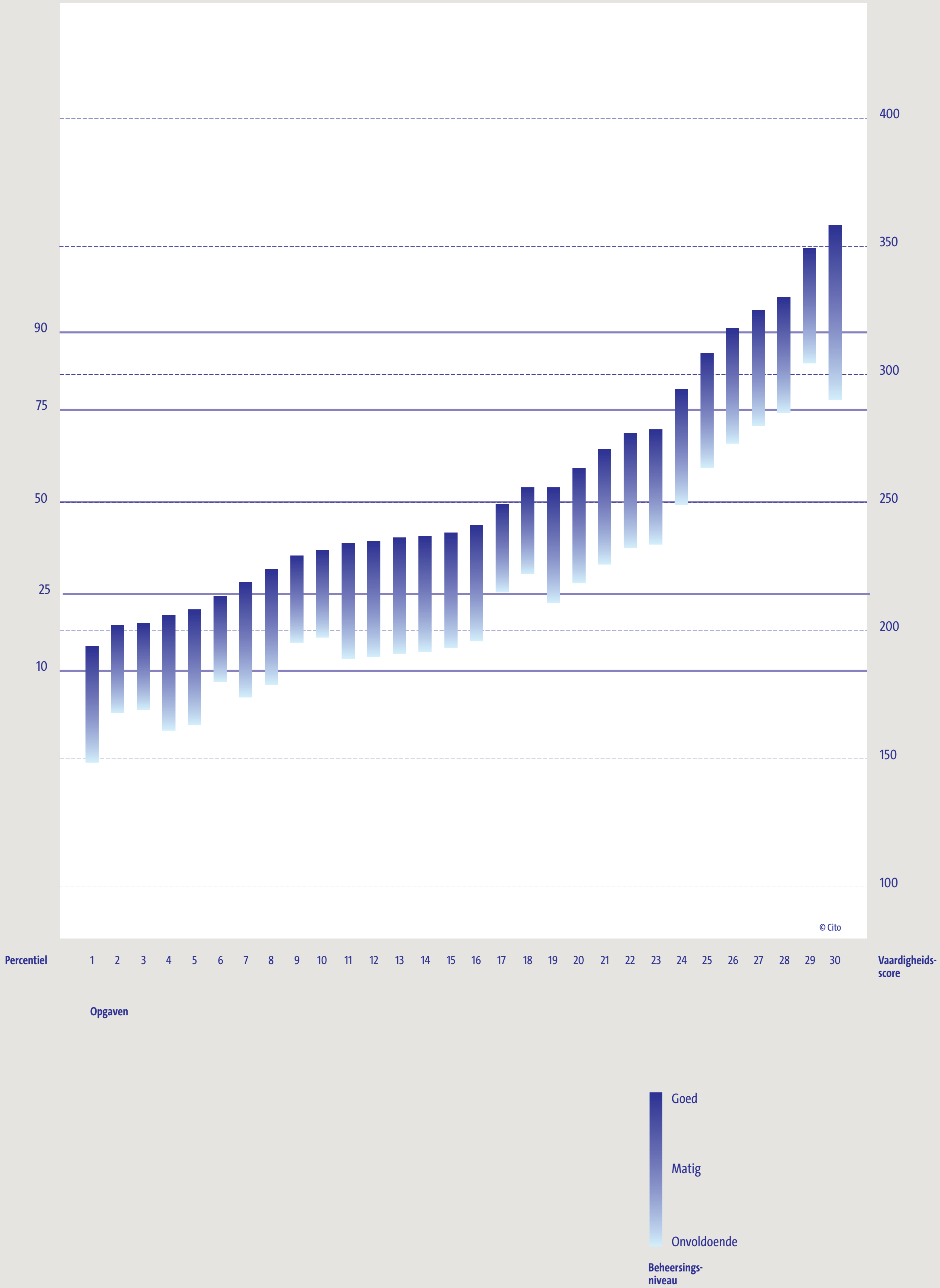
- Vermenigvuldigopgaven zoals 8 x 25, 12 x 400, 11 x 80 (opgave 1, 3 en 5)

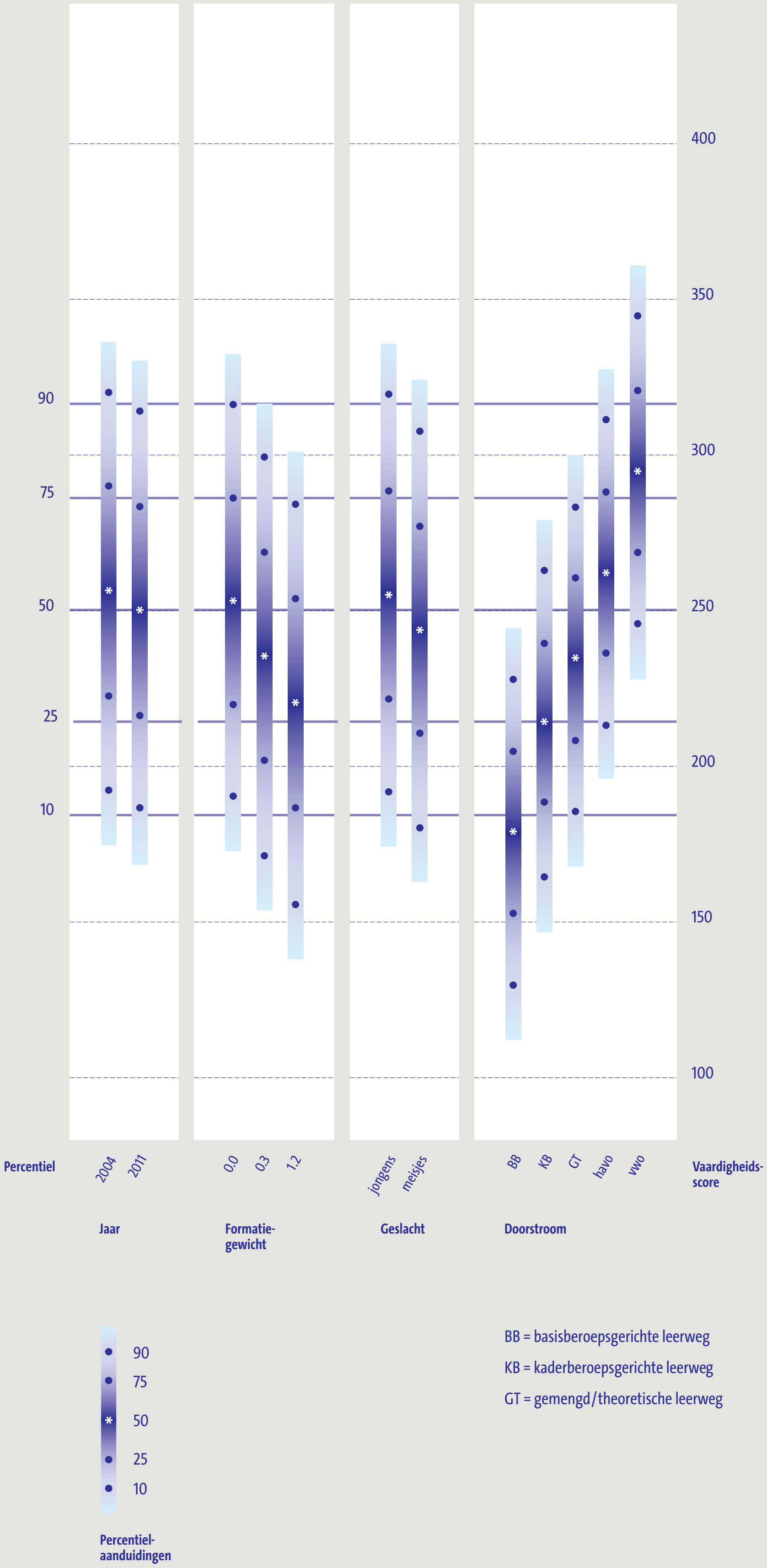


In dit schema is de slecht discriminerende opgave 19 niet meegenomen.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen




Percentiel
90
75
50
25
10
400
350
300
250
200
150
100
Vaardigheids-
score
2004
2011
Jaar
0.0
0.3
1.2
Formatie-
gewicht
jongens
meisjes
Geslacht
BB
KB
GT
havo
vwo
Doorstroom
90
75
50
25
10
Percentiel-
aanduidingen
BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

Verschillen tussen leerlingen

De relatieve afstand van de 0.0-leerling tot de 0.3- en 1.2-leerling is niet zo groot.

Jongens halen gemiddeld een hoger vaardigheidsniveau dan meisjes, de verschillen (respectievelijk 256 en 244) zijn niet zo groot als bij *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*.

Er is net als bij *Basisoperaties: optellen en aftrekken*, een duidelijke toename in het gemiddelde vaardigheidsniveau van de leerlingen in de vijf doorstroomniveaus. De verschillen tussen het gemiddelde vaardigheidsniveau van de BB-leerling en het gemiddelde vaardigheidsniveau van de KB-leerling zijn groter dan de verschillen tussen het gemiddelde vaardigheidsniveau van de KB-leerling en dat van de GT-leerling.
De gemiddelde BB-leerling functioneert een fractie lager dan de percentiel-10 leerling in de gehele populatie. De gemiddelde KB-leerling functioneert op hetzelfde vaardigheidsniveau als de percentiel-25 leerling. De gemiddelde vwo-leerling functioneert een fractie hoger als de percentiel-75 leerling.

Tabel 4.7 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	257	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	253	49
0.3	236	50
1.2	220	50
Geslacht		
Jongens	256	50
Meisjes	244	50
Doorstroom		
BB	179	38
KB	214	38
GT	235	38
havo	262	38
vwo	295	38

Tabel 4.8 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	71%
50%	45%

Tabel 4.9 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	-	1 tot en met 5, 7	6, 8 tot en met 30
KB	1 tot en met 6	1 tot en met 16, 19	17, 18, 19 tot en met 30
GT	1 tot en met 11	12 tot en met 23	24 tot en met 30
havo	1 tot en met 19	20 tot en met 24	25 tot en met 30
vwo	1 tot en met 24	25 tot en met 28, 30	29

4.4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

Inhoud

Bij het onderwerp *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* gaat het om optel- en aftrekopgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. Bij de instructie aan de leerlingen is er door de toetsleiders expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden, dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier, en zonder het noteren van tussenuitkomsten. Anders dan bij de vorige twee onderwerpen was er nu geen tijdsdruk om het antwoord snel te geven. De leerlingen hadden dus de tijd om een geschikte oplossingsstrategie te vinden en toe te passen.

Op basis van de gegeven getallen wordt van de leerling verwacht dat deze een adequate aanpak kiest. Bij een aantal opgaven moet de leerling eerst uit de context afleiden welke bewerking uitgevoerd moet worden.
De optelopgaven, zowel formeel als in context, nodigen uit tot het hanteren van oplossingsprocedures zoals:
- het verwisselen of hergroeperen: 483 + 59 + 17 = 483 + 17 + 59 = 500 + 59 = 559;
- het splitsen en rekenen via een rond getal: 8,96 + 0,16 = 8,96 ..... 9 ..... 9,12;
- het vervangen van de oorspronkelijke getallen door één van de getallen te vergroten en het andere getal in dezelfde mate te verkleinen of omgekeerd (194 + 210 = 200 + 204 = 404);
- het vervangen van één of meer van de getallen door een afgerond getal en daarvoor achteraf compenseren (99 + 99 als 100 + 100 – 2);

Bij de aftrekopgaven gaat het om procedures zoals:
- hergroeperen;
- splitsen en rekenen via een rond getal;
- het vergroten of verkleinen van beide getallen in gelijke mate;
- het vervangen van één getal door een rond getal en daarvoor achteraf compenseren;
- aanvullen;
- het in één keer aftrekken van twee of meer getallen.

Wat leerlingen kunnen

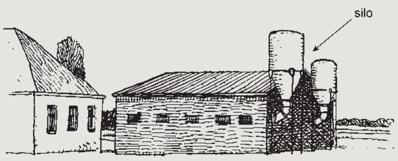
De percentiel-10 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en voorbeeldopgaven 2 tot en met 9 worden door deze leerling matig beheerst. Het optellen van getallen boven de 1000 zoals 2800 + 1250 wordt door deze leerlingen goed beheerst (voorbeeldopgave 1). Ook bij voorbeeldopgave 2, waarbij leerlingen met kommagetallen rekenen: bij 3,75 moet eerst 2,25 en vervolgens 3,62 opgeteld worden, wordt redelijk goed beheerst. Voorbeeldopgaven 3 en 4 zijn contextopgaven die door de percentiel-10 leerling met redelijke kans op succes worden beheerst. In voorbeeldopgave 3 moeten leerlingen uitrekenen hoeveel je overhoudt van 125 euro wanneer je 68 euro en 22 euro uitgeeft. In voorbeeldopgave 4 moeten leerlingen bepalen hoeveel van de 108 paarden niet gefinisht zijn, wanneer er 79 wel finishen. Voor de voorbeeldopgaven 5 tot en met 7 geldt dat wanneer van deze voorbeeldopgaven tien vergelijkbare opgaven zouden worden voorgelegd, de percentiel-10 leerlingen gemiddeld zes à zeven van de tien opgaven goed zouden beantwoorden. Het gaat hierbij om opgaven waarin:

- leerlingen een aantal kleine bedragen (kleiner dan € 2,50) bij elkaar moeten optellen (voorbeeldopgave 5);
- leerlingen het verschil tussen 1486 en 1887 (in een context) moeten bepalen (voorbeeldopgave 6);
- leerlingen de kale optelopgave 645 + 565 moeten oplossen (voorbeeldopgave 7).

84% van alle leerlingen die voorbeeldopgave 7 gemaakt heeft, geeft het goede antwoord. 4% van alle leerlingen geeft 1200 als antwoord, 3% geeft 1110 als antwoord.
Het bepalen van een temperatuurverschil aan de hand van een tabel wordt slechts door een enkele percentiel-10 leerling beheerst (voorbeeldopgave 8). Ook de vleksom 776 + ? + 700 = 2000 (voorbeeldopgave 9) wordt nog maar matig beheerst door deze leerlingen.

Voorbeeldopgaven 1-9 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

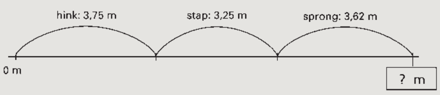
1



In de grote silo zit 2800 kg voer, in de kleine silo 1250 kg.
Hoeveel kg is dat samen?

__________ kg

2 *Nieuw clubrecord van Borgi bij de hink-stap-sprong*



Hoe groot was de hink-stap-sprong van Borgi in totaal?

__________ meter

3 Eline heeft € 125,- gespaard. Ze koopt er spulletjes voor haar mp3-speler voor. Ze koopt een luidsprekerset van € 68,- en een waterdicht hoesje van € 22,-.
Hoeveel euro heeft ze over?

__________ euro

4

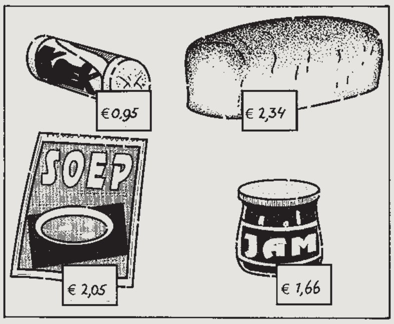

Paardenrace zwaar voor paard en ruiter

Sport - De paardenrace van zaterdag was een moeilijke wedstrijd. Van de 108 paarden zijn er 79 gefinisht.

Hoeveel paarden hebben de finish **niet** gehaald?

__________ paarden

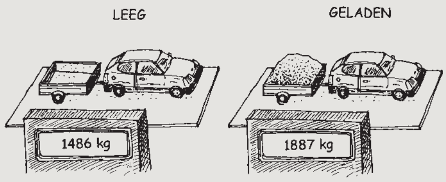
5



Hoeveel kosten deze boodschappen samen?

€ ________

6



De auto met de aanhanger wordt leeg en geladen gewogen.
Hoeveel kg zand ligt op de aanhanger?

________ kg

7 645 + 565 = ________

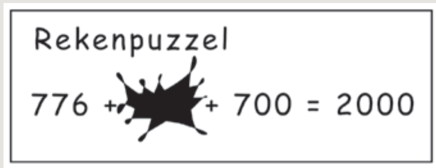
8

plaats	weertype	max. temp.	mm neerslag
Amsterdam	onbewolkt	4	**0.0**
Berlijn	onbewolkt	-3	**0.1**
Boedapest	zwaar bew.	-4	**0.1**
Dublin	zwaar bew.	7	**1**
Frankfort	onbewolkt	-2	**0.0**
Geneve	half bew.		**0.0**
Helsinki	licht bew.	-9	**0.1**
Madrid	licht bew.	14	**0.1**
Moskou	zwaar bew.	-3	**0.0**
Praag	licht bew.	-6	**0.5**
Rome	zwaar bew.	12	**0.0**
Wenen	onbewolkt	-5	**0.5**

Hoe groot is het verschil in temperatuur tussen Amsterdam en Wenen?

________ graden

9



Welk getal ligt onder de vlek?

____

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 7 tot en met 12 matig. Voorbeeldopgave 10 is een contextopgave die gaat over het bepalen van het verschil tussen 1662 en 998. 79% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het juiste antwoord (664) gegeven. Op deze voorbeeldopgave zijn 85 verschillende onjuiste antwoorden geobserveerd. Het antwoord 660 kwam het meeste voor (22% van alle leerlingen), dit antwoord kan het gevolg zijn van foutief compenseren. De leerling berekent 1662 – 1000 en haalt vervolgens 2 eraf in plaats van dit er weer bij te doen. De kale optelling 5,85 + 4,2 (voorbeeldopgave 11) beheersen deze leerlingen matig, net als voorbeeldopgave 10. Het bepalen van het verschil tussen 24,3 en 15,7 wordt door deze leerlingen eveneens matig beheerst (voorbeeldopgave 12). De percentiel-25 leerling beheerst de laatste zes voorbeeldopgaven nog niet.

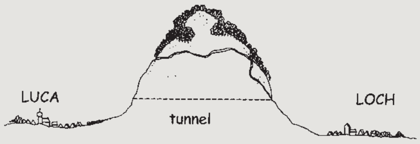
Voorbeeldopgaven 10-12 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

10 Vroeger bouwde men vaak vele eeuwen over een kerk. In de stad Maesdrecht kwam in 1662 de kerk klaar. Men was in 998 met de bouw van de kerk begonnen.
Hoeveel jaar heeft men over deze kerk gebouwd?

_________ jaar

11 5,85 + 4,2 = _______

12



De weg van Luca naar Loch over de berg is 24,3 km.
De weg door de tunnel is 15,7 km.
Hoeveel km is de weg door de tunnel korter?

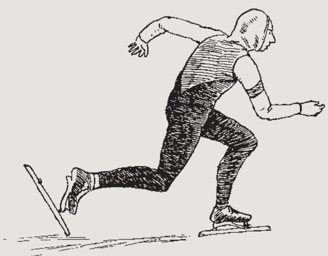
_________ km

De gemiddelde leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 12 tot en met 16 redelijk tot matig. Deze leerling heeft een matige beheersing van:

- het optellen en aftrekken van seconden (voorbeeldopgaven 13 en 14);
- het bepalen van het verschil tussen 75,50 en 115,45 (voorbeeldopgave 16);
- de kale aftrekopgave 1873 – 998 = (voorbeeldopgave 15). Deze opgave wordt door 75% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, goed gemaakt. 5% van alle leerlingen geeft als antwoord 871. Ook dit kan het gevolg zijn van verkeerde compensatie.

Voorbeeldopgaven 13-16 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

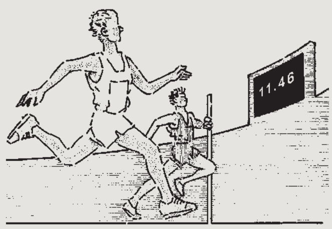
13



Falko schaatst twee keer 500 meter. De eerste keer doet hij er 50,01 seconden over. De tweede keer schaatst hij de afstand in 49,99 seconden.
Hoeveel seconden is Falko de tweede keer sneller?

_________ seconden

14



Brian finisht na 11,46 seconden.
Joe finisht 0,6 seconde later dan Brian.
Welke tijd loopt Joe?

_________ seconden

15 1873 – 998 = _______

16

Boekenkast

Meubelplaat	€ 75,50
Beukenhout	€ 115,45

Hoe groot is het verschil in prijs tussen de kast in meubelplaat en de kast in beukenhout?

€ ________

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste vijftien voorbeeldopgaven goed en de laatste drie voorbeeldopgaven matig.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste zestien voorbeeldopgaven goed en de laatste twee voorbeeldopgaven matig. In voorbeeldopgave 17 moeten leerlingen het verschil tussen een kwart miljoen en 189 500 bepalen. Percentiel-75 leerlingen beheersen dit matig en percentiel-90 leerlingen beheersen dit goed. Zowel de percentiel-75 als percentiel-90 leerlingen hebben een matige beheersing van voorbeeldopgave 18 (80 – 3,5 =).

Voorbeeldopgaven 17 en 18 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

17 Het aantal inwoners van Obelin is in 6 jaar van 189 500 naar een kwart miljoen gestegen.
Hoeveel inwoners zijn er in die 6 jaar bijgekomen?

________ inwoners

18 80 – 3,5 = ________

Verschillen tussen 2011 en 2004

Op het gebied van *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* is tussen 1997 en 2004 geen groei of achteruitgang geobserveerd. In de periode 2004-2011 is een minieme vooruitgang geobserveerd. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 78% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 53% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Leerlingen met verschillende formatiegewichten hebben ook een verschillend vaardigheids-niveau op dit onderwerp. 0.0-leerlingen scoren het hoogst, gevolgd door de 0.3-leerlingen en daarna de 1.2-leerlingen. De relatieve afstand tussen het vaardigheidsniveau van deze groepen leerlingen is niet groot (zie tabel 4.10). De gemiddelde 0.0-leerling heeft een vaardigheid van 252, dit ligt ongeveer gelijk met het gemiddelde van de populatie. De gemiddelde 0.3-leerling heeft een vaardigheid van 241 en de gemiddelde 1.2-leerling heeft een vaardigheid van 228.

Dit ligt beide nog ruim boven het niveau van de percentiel-25 leerling, die een gemiddelde vaardigheid heeft van 214.

Net als in 2004 zijn de gemiddelde prestaties van jongens beter dan die van meisjes.

Afhankelijk van het doorstroomniveau hebben leerlingen duidelijk onderscheidbare vaardigheidsniveaus. De gemiddelde BB-leerling functioneert op dit onderwerp ongeveer op het niveau van de percentiel-10 leerling, de gemiddelde KB-leerling functioneert op het niveau van de percentiel-25 leerling. De gemiddelde GT-leerling functioneert met een score van 235 lager dan het populatiegemiddelde (250), terwijl de gemiddelde havo-leerling met een score van 265 hoger functioneert. De gemiddelde vwo-leerling functioneert op het niveau van de percentiel-75 leerling.

Tabel 4.10 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	246	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	252	50
0.3	241	50
1.2	228	50
Geslacht		
Jongens	260	49
Meisjes	239	49
Doorstroom		
BB	177	38
KB	214	38
GT	235	38
havo	265	37
vwo	289	37

Tabel 4.11 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

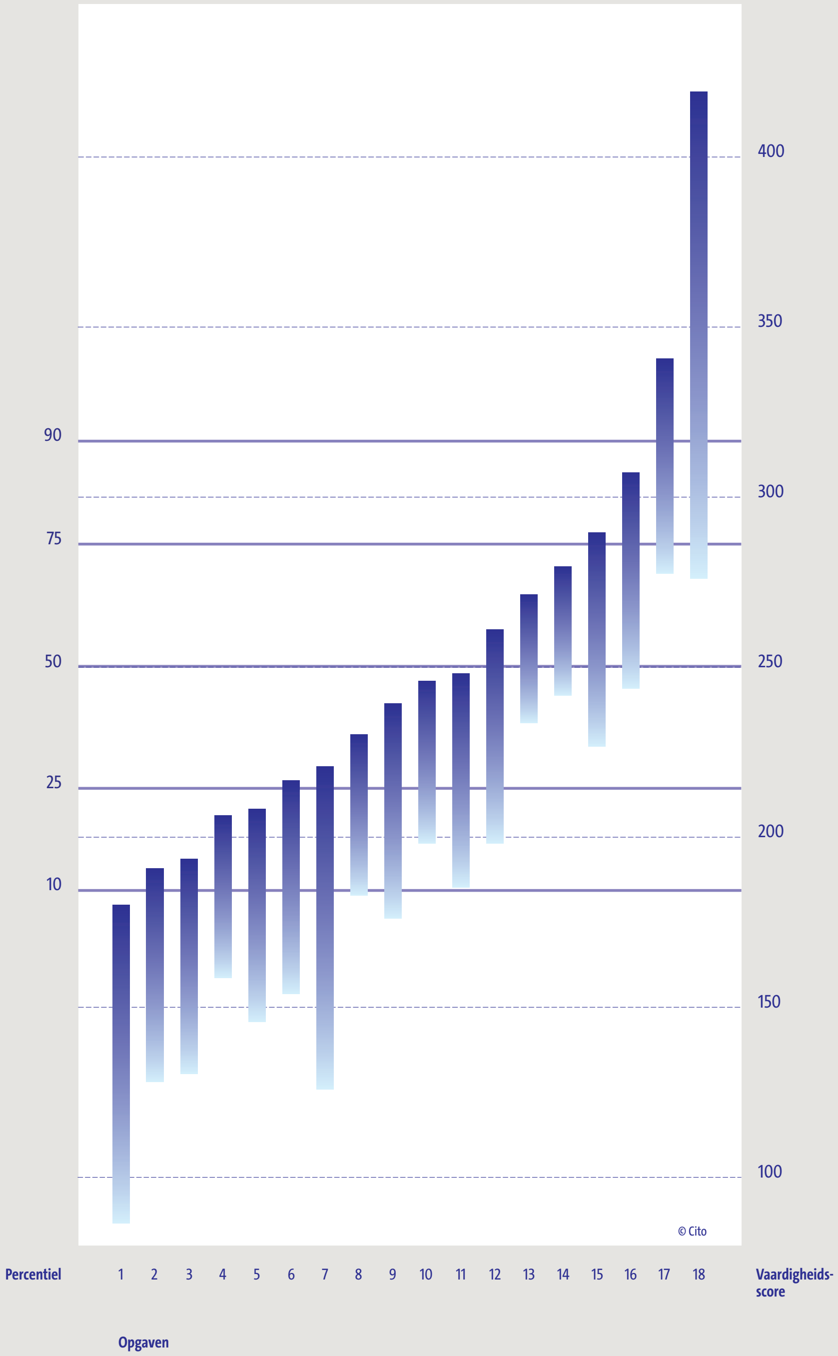
2004	2011
75%	78%
50%	53%

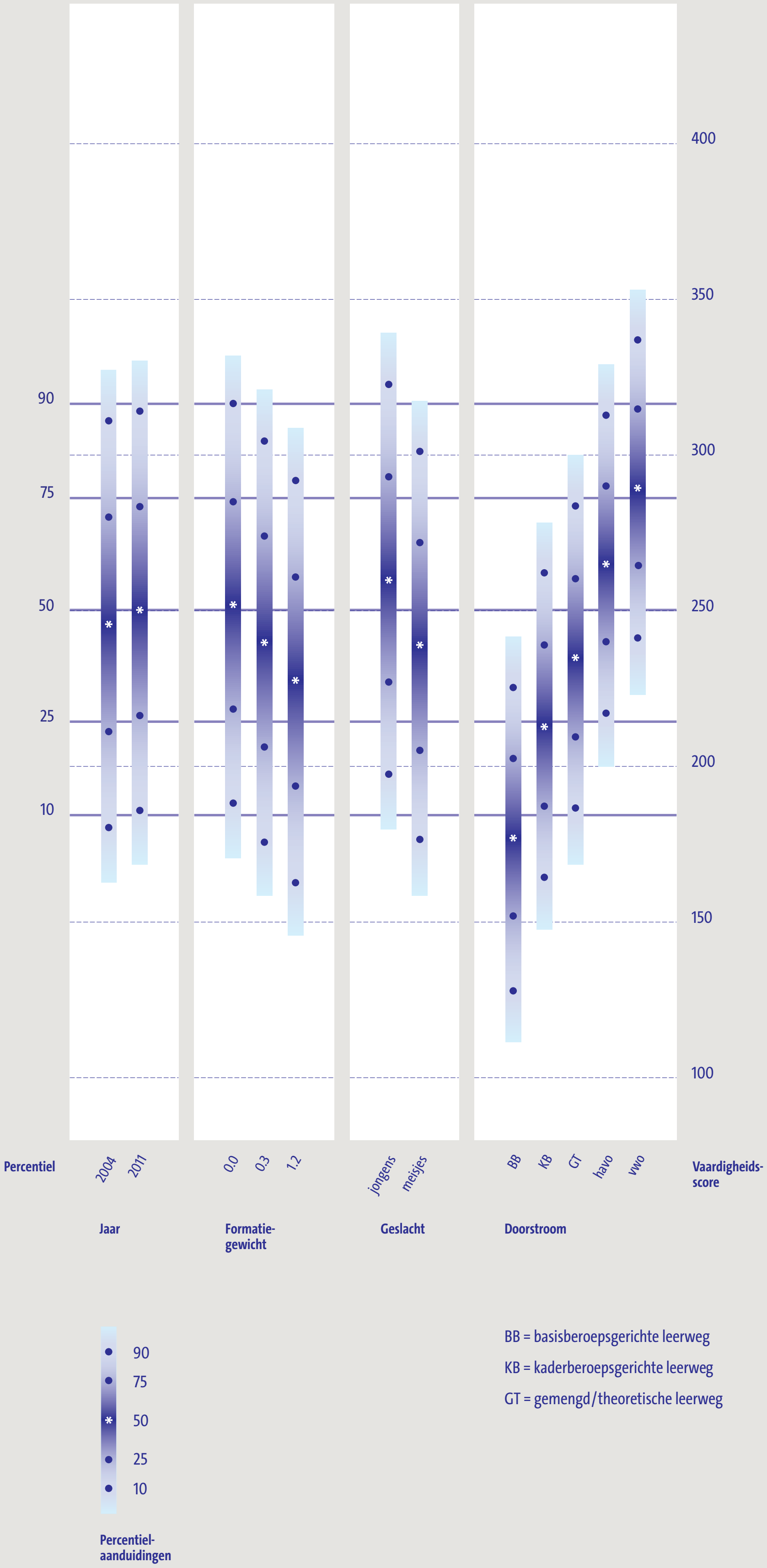
Tabel 4.12 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

Doorstroomkenmerk	Opgaven die de gemiddelde leerling: goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	1 tot en met 9	10 tot en met 18
KB	1 tot en met 5	6 tot en met 12	13 tot en met 18
GT	1 tot en met 8	9 tot en met 13	17 tot en met 18
havo	1 tot en met 12	13 tot en met 16	17 en 18
vwo	1 tot en met 14	15 tot en met 18	-

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Hoofdrekenen: optellen en aftrekken





BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

- Opgave, zoals 80 – 3,5, waarbij een kommagetal wordt afgetrokken van een tiental (opgave 18)
- Opgave waarbij moet worden uitgerekend hoeveel mensen er zijn bijgekomen als er een stijging is van 189 500 naar een kwart miljoen inwoners (opgave 17)

- Opgave waarbij het verschil bepaald moet worden tussen € 75,50 en € 115,45 (opgave 16)

- Kale opgave met mogelijkheid tot compensatie, 1873 – 998 (opgave 15)
- Opgave waarbij aangegeven moet worden welke tijd 0,6 seconde langzamer is dan 11,46 seconde (opgave 14)
- Opgave waarbij het verschil bepaald moet worden tussen twee getallen met twee cijfers achter de komma, 50,01 en 49,99 (opgave 13).

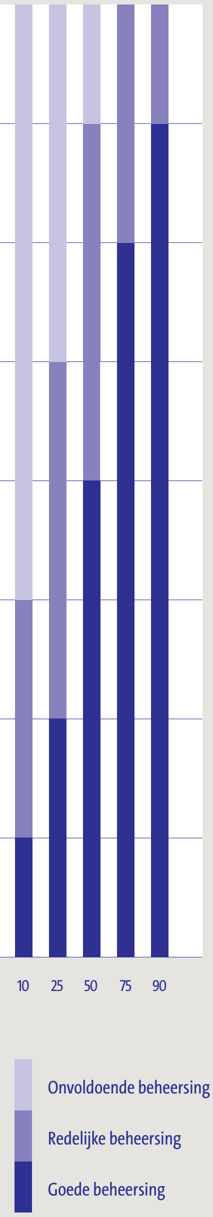
- Opgave waarbij het verschil bepaald moet worden tussen getallen met 1 cijfer achter de komma, 24,3 – 15,7 (opgave 12)

- Optelopgave met een ongelijk aantal cijfers achter de komma, 5,85 + 4,2 (opgave 11)
- Opgave waarbij bepaald moet worden hoe lang over de bouw van een kerk gedaan is, de getallen lenen zich voor compenseren (1662 – 998) (opgave 10)

- Vlekopgave waarbij de drie getallen samen 2000 moeten zijn (opgave 9)
- Het verschil bepalen tussen een positief en een eenvoudig negatief getal (opgave 8).

- Kale optelopgave waarbij het voor de hand ligt de honderdtallen samen te nemen en vervolgens de tientallen en eenheden (645 + 565) (opgave 7)
- Aftrekopgave waarbij de getallen 1 meer dan een honderdtal verschillen (1887 – 1486)
- Optelopgave waarbij leerling door het maken van de juiste combinaties handig de uitkomst kan bereken, zoals bij opgave 5 (eerst 2,05+ 0,95 en de 2,34 en 1,66)
- Aftrekopgave, waarbij bepaald moet worden hoeveel paarden **niet** gefinisht zijn, waarbij een mogelijkheid is tot compenseren (opgave 4)

- Optelopgave van drie gehele getallen, waarbij het tweede en derde getal samen een tiental vormen (opgave 3)
- Optelopgave met drie kommagetallen, waarbij de eerste twee getallen samen een geheel getal vormen (opgave 2)
- Eenvoudige optellingen in het getalgebied tot 10 000, 2800 + 1250 (opgave 1)



Aanvullend onderzoek

Bij de vaardigheid *Hoofdrekenen* gaat het om het op een handige en vaak snelle manier een opgave oplossen. Hierbij moet de leerling gebruikmaken van de getalskenmerken van de getallen in de opgave. In tegenstelling tot bij de vaardigheid *Bewerkingen* is het dus niet de bedoeling dat leerlingen een standaardalgoritme gebruiken om tot een uitkomst te komen. *Hoofdrekenen* kan op twee manieren geoperationaliseerd worden: (1) als rekenen **uit** het hoofd, waarbij leerlingen geen papier mogen gebruiken; en (2) als rekenen **met** het hoofd waarbij het toegestaan is om tussenantwoorden of hulpberekeningen op papier te noteren (zie ook Verschaffel, Greer & De Corte, 2007). De tweede operationalisatie zorgt enerzijds voor minder belasting van het werkgeheugen, maar maakt het anderzijds voor sommige leerlingen aantrekkelijker om een standaardalgoritme toepassen, met als gevolg dat het verschil tussen het meten van de vaardigheid *Hoofdrekenen* en de vaardigheid *Bewerkingen* minder duidelijk wordt.

Om meer kennis te krijgen over op welke wijze leerlingen hoofdrekenopgaven oplossen als ze papier mogen gebruiken, is in dit peilingsonderzoek een deelonderzoek naar deze problematiek uitgevoerd.
Een deel van de opgaven van de schaal *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* en *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* zijn afgenomen in twee condities:

1. De conditie zonder papier. De leerlingen moeten de opgaven uit hun hoofd uitrekenen.
2. De conditie met papier. Leerlingen mogen het papier gebruiken om berekeningen te doen en tussenuitkomsten op te schrijven.

Van de voorbeeldopgaven waarbij papier gebruikt mocht worden is nagegaan op welke wijze de leerling de opgave berekend heeft, door de aantekeningen die in de boekjes gemaakt zijn te coderen met behulp van de volgende codes:

- a algoritmische strategie; *hieronder valt zowel de traditionele cijferstrategie als de kolomsgewijze strategie;*
- b hoofdrekenstrategie waarbij aantekeningen op het papier gemaakt zijn; *bijvoorbeeld compenseren, beredeneren of splitsen;*
- c geen uitwerking;
- d misconceptie, *leerling gebruikt de verkeerde operatie om de opgave op te lossen (komt niet voor bij optellen en aftrekken)*
- e geen antwoord.

Bij het onderwerp *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* zijn tien opgaven in dit onderzoek meegenomen. Van deze tien afgenomen opgaven zijn vier opgaven gemakkelijker in de conditie zonder papier en vijf opgaven gemakkelijker in de conditie met papier. Eén opgave is even moeilijk in beide condities. Van de voorbeeldopgaven zijn de voorbeeldopgaven 7, 10 en 15 in beide condities afgenomen. Hierna worden de resultaten van deze drie opgaven besproken.

Voorbeeldopgave 7, waarbij leerlingen 645 + 565 = moeten uitrekenen, is in beide condities even moeilijk. 37% van de leerlingen die deze opgave met papier gemaakt hebben, heeft een algoritmische strategie gebruikt. 4% van de leerlingen gebruikt een hoofdrekenstrategie, en 55% noteert geen uitwerking bij het uitrekenen van deze opgave. Tot slot geeft 4% van de leerlingen geen antwoord.

Voorbeeldopgave 10, waarbij leerlingen moeten bepalen hoeveel jaar aan een kerk gebouwd is, wanneer men in 998 begonnen is en in 1662 geëindigd is met bouwen, wordt in de conditie waarbij papier gebruikt mag worden een fractie beter gemaakt dan in de conditie waarbij geen papier gebruikt mag worden (respectievelijk p-waarden van 0.75 en 0.73). Deze opgave wordt minder vaak algoritmisch uitgerekend dan voorbeeldopgave 7, namelijk door 31% van de leerlingen. Eveneens 4% gebruikt een hoofdrekenstrategie, zoals splitsen, en gebruikt hierbij papier. 61% van de leerlingen noteert geen uitwerking bij het uitrekenen van deze opgave. 4% van de leerlingen geeft geen antwoord.

Voorbeeldopgave 15 is een kale aftrekopgave. Leerlingen moeten hierbij 1873 – 998 = uitrekenen. 71% van de leerlingen die deze opgave in de conditie waarbij papier gebruikt mocht worden hebben gemaakt, heeft het antwoord goed. In de conditie waarbij geen uitrekenpapier gebruikt mocht worden ligt dit percentage veel lager, namelijk op 59%.
Het percentage leerlingen dat een algoritme toepast wanneer uitrekenpapier gebruikt mag worden, ligt veel hoger bij deze voorbeeldopgave dan bij voorbeeldopgave 7 en 10, namelijk 53%. 3% van de leerlingen gebruikt een hoofdrekenstrategie, zoals bijvoorbeeld splitsen, en gebruikt hierbij papier. 36% van de leerlingen noteert geen uitwerking bij het uitrekenen van deze opgave. Het percentage leerlingen dat niet tot een antwoord komt, ligt met 8% veel hoger dan bij de twee hiervoor besproken opgaven.

Tabel 4.13 Strategiegebruik Hoofdrekenen: optellen en aftrekken met papier

Strategie	Voorbeeldopgave 7	Voorbeeldopgave 10	Voorbeeldopgave 15
Algoritmisch	37%	31%	53%
Hoofdrekenen met papier	4%	4%	3%
Zonder uitwerking	55%	61%	36%
Missing	4%	4%	8%
n (totaal)	343	334	321

4.5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Bij het onderwerp *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* gaat het om vermenigvuldig- en deelopgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. De leerlingen moeten de opgaven 'uit het hoofd' uitrekenen, maar anders dan bij de basisoperaties is er nu geen tijdsdruk om het antwoord snel te geven. De leerling heeft dus de tijd om een geschikte oplossingsstrategie te vinden en toe te passen. De diversiteit van de opgaven vraagt bovendien van de leerling om een flexibele instelling ten aanzien van de te kiezen strategieën. Op basis van de gegeven getallen wordt van de leerling verwacht dat deze een adequate aanpak kiest. Bij een aantal opgaven moet de leerling eerst uit de context afleiden welke bewerking uitgevoerd moet worden. Bij enkele deelopgaven wordt geen exacte uitkomst op basis van een deling met de gegeven getallen gevraagd, maar spelen afronden en interpreteren van de rest een rol.

De vermenigvuldigopgaven, zowel formeel als in context, nodigen uit tot het hanteren van oplossingsprocedures zoals:
- verwisselen of hergroeperen: 4 x 7 x 25 = 4 x 25 x 7;
- splitsen: 7 x 23 = 7 x 20 + 7 x 3;
- veranderen van één van de getallen in een rond getal en daarvoor een correctie toepassen: 8 x 98 = 8 x 100 – 8 x 2;

- vervangen van de opgave door een opgave met dezelfde uitkomst, door één van de factoren te vermenigvuldigen met een getal en de andere factor door datzelfde getal te delen: 18 x 3,5 = 9 x 7;

Bij de deelopgaven gaat het om procedures zoals:

- splitsen van het deeltal: 1608 : 8 als 1600 : 8 en 8 : 8;
- veranderen van één van de getallen in een rond getal en daarvoor een correctie toepassen: 1592 : 8 = 1600 : 8 minus 8 : 8;
- vervangen van de opgave door een opgave met dezelfde uitkomst, door beide getallen met eenzelfde getal te delen of te vermenigvuldigen: 22,5 : 2,5 = 45 : 5;
- afronden van de uitkomst. Bij die opgaven moet de leerling uit de context afleiden welke betekenis aan de rest moet worden toegekend en of naar boven of naar beneden moet worden afgerond.

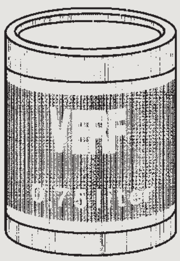
Bij de instructie aan de leerlingen is er door de toetsleiders expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden. Dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier en zonder het opschrijven van tussenuitkomsten naast de opgaven.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 goed en 2 matig. In deze opgaven moet vermenigvuldigd worden met kommagetallen. In voorbeeldopgave 1 moeten leerlingen 4 x 0,75 berekenen en in voorbeeldopgave 2 berekenen ze 4 x 35,50. Deze opgaven zijn beide op te lossen door twee keer het dubbele te nemen. De rest van de opgaven wordt niet door de percentiel 10-leerling beheerst.

Voorbeeldopgaven 1 en 2 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

1



Peter koopt 4 van deze blikken.
Hoeveel liter verf is dat in totaal?

__________ liter

2

Samir koopt 4 cd-roms. Elke cd-rom kost € 35,50.
Hoeveel moet Samir betalen?

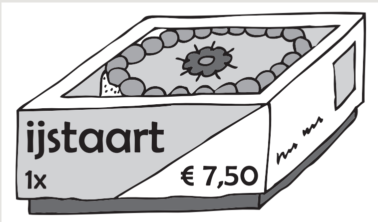
€ __________

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed. Voorbeeldopgaven 2 tot en met 10 worden matig beheerst. Deze leerlingen beheersen de kale delingen 217 : 7 en 80 000 : 400 redelijk (voorbeeldopgaven 3 en 6). Wanneer percentiel-25 leerlingen deze opgaven voorgelegd krijgen, zullen ze deze in ongeveer zes van de tien keer goed maken. Voorbeeld-opgave 4, 12 x 7,50, wordt ook redelijk beheerst. In voorbeeldopgave 5 moeten leerlingen bepalen hoe vaak meneer Boersma met een kruiwagen van 60 liter naar de achtertuin moet rijden om 2400 liter aarde te vervoeren. De percentiel-25 leerling beheerst deze opgave eveneens redelijk. De delingen 600 : 12 (voorbeeldopgave 7) en 36 000 : 900 (voorbeeldopgave 10) worden door deze leerlingen matig beheerst. Dit geldt ook voor de vermenigvuldigingen 200 x 1,75 (voorbeeldopgave 8) en 50 x 600 (voorbeeldopgave 9).

Voorbeeldopgaven 3-10 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

3 217 : 7 = ________

4



Meester Bart koopt 12 ijstaarten.
Hoeveel euro moet hij betalen?

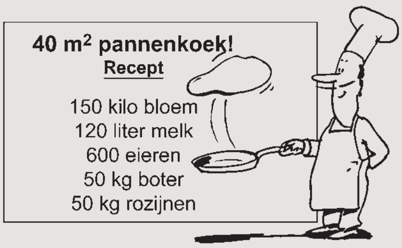
€ __________

5 De vrachtwagen van het tuincentrum heeft 2400 liter aarde gebracht. Meneer Boersma brengt de aarde met zijn kruiwagen naar de achtertuin. In de kruiwagen gaat ongeveer 60 liter aarde.
Hoe vaak moet meneer Boersma een kruiwagen naar de achtertuin rijden?

__________ keer

6 80 000 : 400 = ________

7



Bakker Wim maakt deze reuzenpannenkoek.
Hoeveel dozen van 12 eieren heeft hij voor deze pannenkoek nodig?

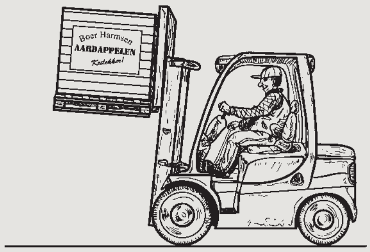
__________ dozen

8

De 200 leerlingen van de Augustschool gaan naar een optreden van Doki de clown.
Een kaartje kost € 1,75
Hoeveel moet er voor 200 leerlingen worden betaald?

€ __________

9



Boer Harmsen heeft 50 kisten van 600 kg aardappelen.
Hoeveel kg aardappelen is dit in totaal?

__________ kg

10 In de haven van Rotterdam is een schip met 36 000 kisten sinaasappels aangekomen. Met een goederentrein worden de kisten verder vervoerd.
In één wagon gaan 900 kisten.
Hoeveel wagons zijn er nodig om alle kisten te vervoeren?

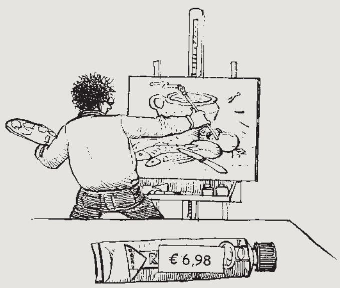
__________ wagons

De gemiddelde leerling beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed tot nagenoeg goed en voorbeeldopgaven 10 tot en met 15 matig. Deze leerlingen kunnen redelijk een kommagetal door 100 delen, zoals 52,7 : 100 (voorbeeldopgave 11). De deelopgave 364 : 7 in context beheersen deze leerlingen matig (voorbeeldopgave 13). Hier moeten de leerlingen berekenen hoeveel maanden oma al gespaard heeft, wanneer ze 7 euro per maand spaart en er al 364 euro op de rekening staat. 65% van alle leerlingen heeft deze opgave goed beantwoord. 3% van de leerlingen gaf 50 als antwoord. Waarschijnlijk hebben deze leerlingen eerst 350 : 7 gedaan, maar zijn ze vergeten nog iets te doen met de overgebleven 14. 2% van de leerlingen geeft het antwoord 48, deze leerlingen hebben waarschijnlijk de verkeerde kant op gecompenseerd (14 : 7 = 2, afgetrokken van 50 in plaats van het opgeteld). Ook de deelopgave 50 : 2,40, waarbij beredeneerd moet worden hoeveel jassen gemaakt kunnen worden (rest kan dus niet), beheersen de leerlingen matig (voorbeeldopgave 14). De vermenigvuldiging 6,98 x 6 = beheersen de gemiddelde leerlingen goed (voorbeeldopgave 12). Voorbeeldopgave 15 (11 x 5 =) daarentegen beheersen deze leerlingen matig. Bij deze opgave moet het antwoord in centen gegeven worden en hoeft er niet omgerekend te worden naar euro's. 62% van de leerlingen gaf het goede antwoord, 13% van de leerlingen gaf echter het antwoord in euro's: € 6,05.

Voorbeeldopgaven 11-15 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

11 52,7 : 100 = ______

12



Karel koopt 6 van deze tubes verf.
Hoeveel moet hij betalen?

€ ______

13 De oma van Martin spaart elke maand 7 euro voor hem.
Er staat nu al € 364,- op de spaarrekening van Martin.
Hoeveel maanden spaart de oma van Martin al?

______ maanden

14 Een mode-ontwerper koopt 50 m stof.
Voor één jas gebruikt hij 2,40 m stof.
Hoeveel jassen kan hij in totaal maken?

______ jassen

15

Voor het verjaardagspartijtje koopt moeder 11 van deze mutsen.
Hoeveel cent is dit samen?

______ cent

De percentiel-75 leerling en **de percentiel-90 leerling** beheersen voorbeeldopgaven 1 tot en met 15 goed of nagenoeg goed. De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 16 en 17 matig, voorbeeldopgave 18 (106 x 96 – 6 x 96 =) ligt buiten het vaardigheidsbereik.
De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 16 en 17 goed, maar voor deze leerling is voorbeeldopgave 18 nog erg uitdagend. In voorbeeldopgave 16 moeten leerlingen bepalen

hoeveel boeken van € 2,35 ze met € 25 en € 50 kunnen kopen. Bij deze opgave moesten leerlingen twee antwoorden geven (10 en 21). 38% van de leerlingen had beide antwoorden goed. 22% van de leerlingen had alleen het eerste antwoord goed en het tweede antwoord fout. In voorbeeldopgave 17 moeten de leerlingen 250 x 4 x 0,75 uitrekenen.

Voorbeeldopgaven 16-18 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

16

BOEKEN IN DE UITVERKOOP
€ 2,35 PER STUK

Hoeveel van deze boeken kun je kopen als je € 25,- hebt?

__________ boeken

En hoeveel van deze boeken kun je kopen als je € 50,- hebt?

__________ boeken

17 De school houdt een 'koekenactie'.
Er zitten 4 koeken van € 0,75 per stuk in één zakje.
In totaal verkopen de leerlingen 250 zakjes met koeken.
Voor hoeveel geld is dat?

€ __________

18 106 x 96   6 x 96 = ________

Verschillen tussen 2011 en 2004

Op het gebied van *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* is een zeer lichte vooruitgang waarneembaar. In de periode 1997-2004 was geen groei of achteruitgang zichtbaar.
Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 79% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 56% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Wat betreft het effect van formatiegewichten is te zien dat de gemiddelde 0.0-leerling op een iets hoger niveau functioneert dan het gemiddelde van de populatie. De gemiddelde 1.2-leerling functioneert op een niveau dat ongeveer gelijk ligt aan het niveau van de percentiel-25 leerling. Het niveau van de gemiddelde 0.3-leerling ligt hoger dan het niveau van de gemiddelde 1.2-leerling, maar lager dan het niveau van de 0.0-leerling.

Het gemiddelde vaardigheidsniveau van jongens is 259 tegen 241 voor de meisjes. Jongens presteren dus aanzienlijk beter op dit onderwerp dan meisjes.

Uit de vergelijking van de doorstroomniveaus blijkt dat de gemiddelde BB-leerling op dit onderwerp lager functioneert dan de gemiddelde percentiel-10 leerling. Deze leerlingen beheersen de eerste twee voorbeeldopgaven matig. De gemiddelde GT-leerling functioneert op een niveau dat ligt tussen de percentiel-25 leerling en de gemiddelde leerling. Deze leerling beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed. De gemiddelde vwo-leerling heeft een vaardigheidsniveau van 296, dit ligt hoger dan het vaardigheidsniveau van de percentiel-75 leerling (286, zie tabel 4.14). Deze leerling beheerst de eerste vijftien voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 16 en 17 matig en opgave 18 nog niet.

Tabel 4.14 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	243	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	49
0.3	232	50
1.2	220	50
Geslacht		
Jongens	259	49
Meisjes	241	49
Doorstroom		
BB	174	35
KB	208	35
GT	230	34
havo	265	34
vwo	296	34

Tabel 4.15 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

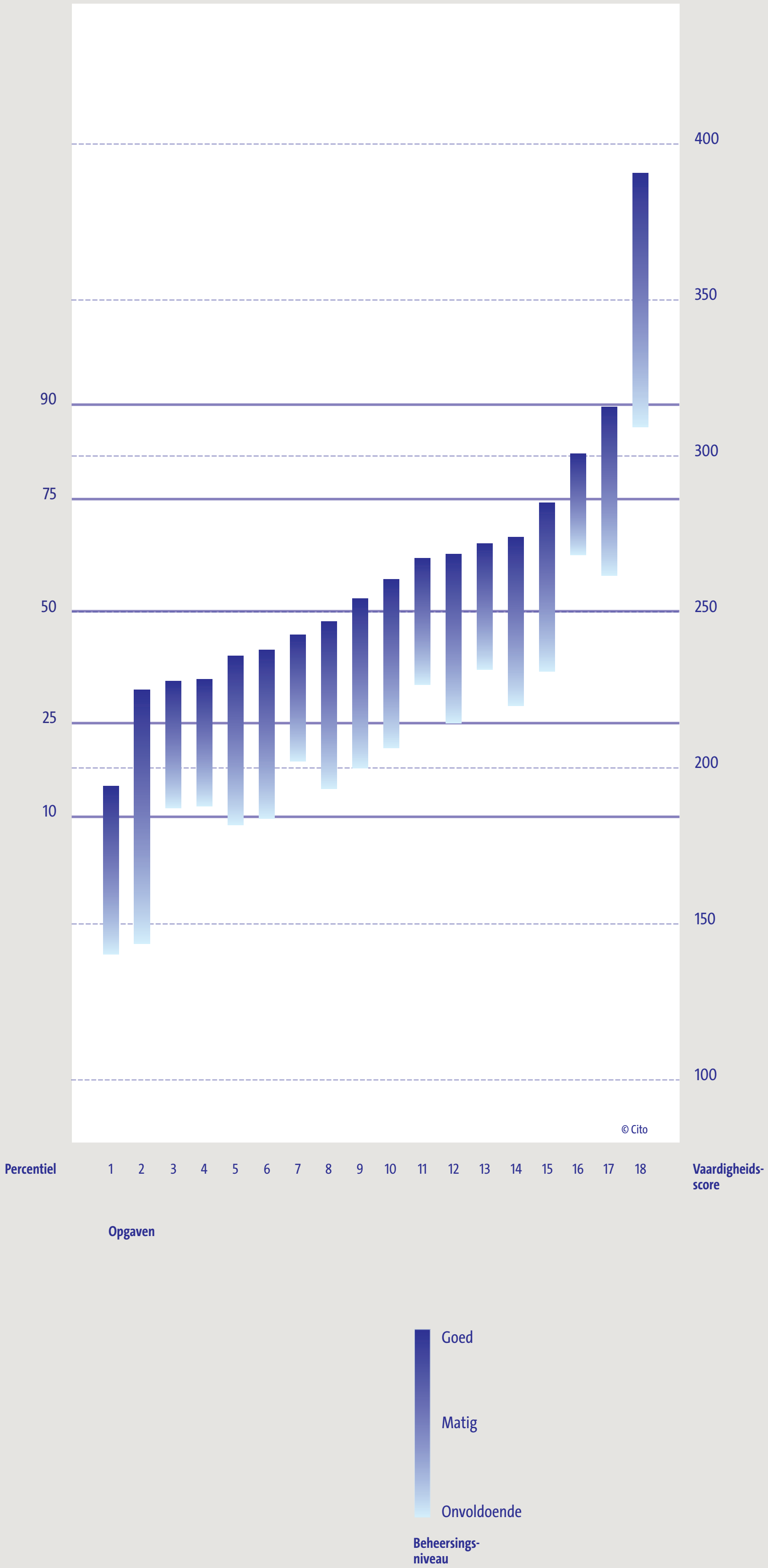
2004	2011
75%	79%
50%	56%

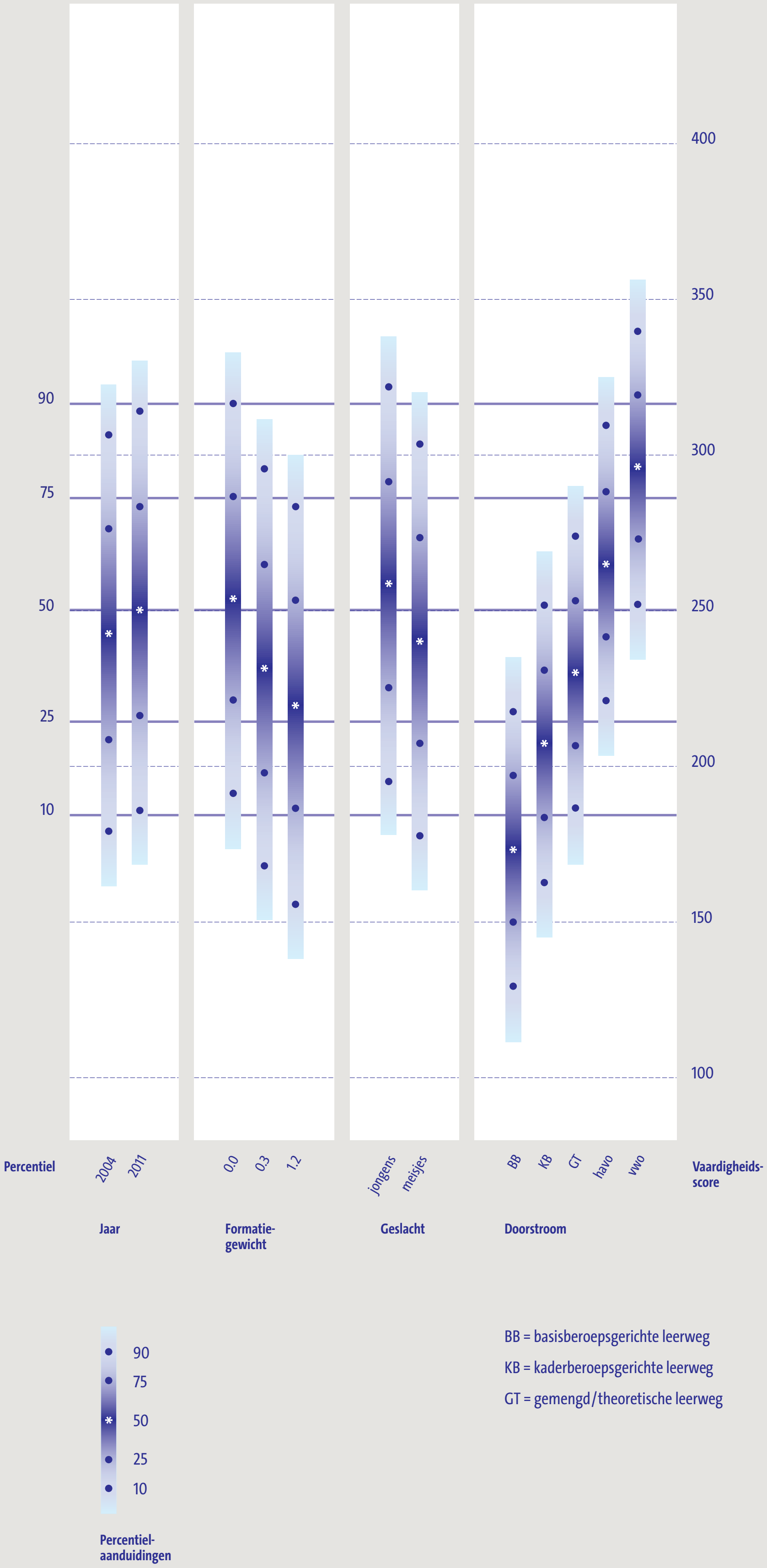
Tabel 4.16 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	1 en 2	3 tot en met 18
KB	1	2 tot en met 10	11 tot en met 18
GT	1 tot en met 4	5 tot en met 12,14	13, 15 tot en met 18
havo	1 tot en met 10	11 tot en met 15, 17	16 en 18
vwo	1 tot en met 15	16 en 17	18

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

- Opgave waarbij inzicht in getallen en bewerkingen vereist is, zoals 106 x 96 – 6 x 96 (opgave 18)

- Toepassingsopgave, waarbij leerlingen meerdere bewerkingen moeten uitvoeren nadat ze uit de context afgeleid hebben welke bewerking ze moeten uitvoeren (opgave 17)
- Deelopgave waarbij beredeneerd moet worden hoeveel boeken van € 2,35 gekocht kunnen worden wanneer je respectievelijk 25 euro en 50 euro hebt (opgave 16)

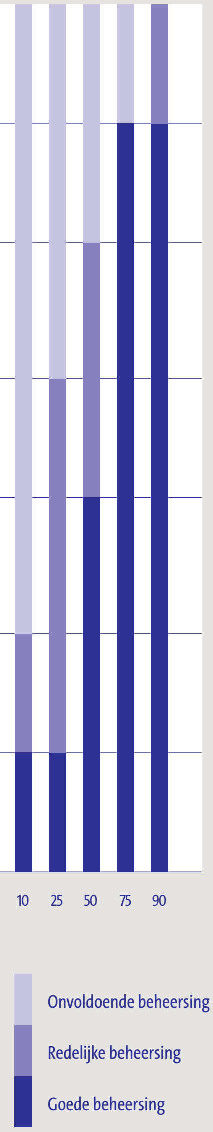
- Een toepassingsopgave waarbij 11 x 55 cent berekend moet worden (opgave 15)
- Opgave waarbij gerendeerd moet worden hoeveel jassen gemaakt kunnen worden (50 meter stof, 2,40 meter per jas), de leerlingen moeten hier omgaan met de rest (opgave 14)
- Deelopgave waarbij berekend moet worden hoeveel maanden de oma van Martin 7 euro heeft gespaard (364 : 7) (opgave 13)
- Vermenigvuldigopgave als 4 x 6,98 waarbij een aanpak voor de hand ligt via 6 x 7 en het toepassen van een correctie daarop (opgave 12)
- Kale opgave waarbij een getal met 1 cijfer achter de komma gedeeld wordt door 100, 52,7: 100 (opgave 11)

- Deelopgave waarbij een duizendtal gedeeld moet worden door een honderdtal, zoals 36 000 : 900, de getallen zijn afgeleid van een bekende berekening (36 : 9) (opgave 10)

- Vermenigvuldigopgave waarbij een tiental met een honderdtal vermenigvuldigd moet worden, 50 x 600 (opgave 9)
- Vermenigvuldigopgave van een honderdtal met een kommagetal, als 200 x 1,75 (opgave 8)
- Deelopgave waarbij in een context 600 : 12 berekend moet worden (opgave 7)
- Deelopgave waarbij de getallen afgeleid zijn van een bekende deling zoals 2400 : 60 (24 : 6) en 80 000 : 400 (8 : 4) (opgave 5 en 6))
- Vermenigvuldigopgave van een geheel getal met een kommagetal, zoals 12 x 7,50 (opgave 4)
- Een kale opgave als 217 : 7, die eenvoudig op te lossen is wanneer de leerling ziet dat het getal te splitsen is in 210 en 7 (opgave 3)

- Vermenigvuldigopgave, als 4 x 35,50, die op te lossen is door bijvoorbeeld twee keer het dubbele te nemen (opgave 2)

- Vermenigvuldigopgave, als 4 x 0,75, die op te lossen is door bijvoorbeeld twee keer het dubbele te nemen (opgave 1)



Aanvullend onderzoek

Ook bij het onderwerp *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* zijn negen opgaven in twee condities afgenomen:

1. De conditie zonder papier. De leerlingen moeten de opgaven uit hun hoofd uitrekenen.
2. De conditie met papier. Leerlingen mogen het papier gebruiken om berekeningen te doen en tussenuitkomsten op te schrijven.

Van de negen opgaven blijken vier opgaven gemakkelijker wanneer ze zonder papier uitgerekend worden, vier blijken gemakkelijker wanneer ze met papier uitgerekend mogen worden en één opgave is even moeilijk in beide condities. De voorbeeldopgaven 3, 4, 11, 14, 16, en 18 zijn in beide condities afgenomen en worden hieronder besproken. Van deze voorbeeldopgaven is nagegaan op welke wijze de leerling de opgave berekend heeft, door de aantekeningen die in de boekjes gemaakt zijn te. Hiervoor zijn dezelfde codes gebruikt als beschreven in *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*:

a algoritmische strategie; *hieronder valt zowel de traditionele cijferstrategie als de kolomsgewijze strategie;*
b hoofdrekenstrategie waarbij aantekeningen op het papier gemaakt zijn; *bijvoorbeeld compenseren, beredeneren of splitsen;*
c geen uitwerking;
d misconceptie; *leerling gebruikt de verkeerde operatie om de opgave op te lossen;*
e geen antwoord.

Voorbeeldopgave 3 is een kale deelopgave waarbij de leerlingen 217 : 7 moeten uitrekenen.
In de conditie waarbij de leerlingen geen uitrekenpapier mogen gebruiken komt 77% tot het goede antwoord, in de conditie met papier ligt dit percentage iets hoger, 82%.
In de tweede conditie wordt 32% van de opgaven met een cijferalgoritme of een kolomsgewijze strategie uitgerekend. Ruim de helft van de leerlingen gebruikt geen uitrekenpapier om deze opgave op te lossen.

Voorbeeldopgave 4 is een vermenigvuldigopgave waarbij de leerlingen moeten uitrekenen hoeveel 12 taarten van € 7,50 in totaal kosten. Deze opgave is in beide condities even moeilijk. Interessant is dat bijna 30% van de leerlingen een hoofdrekenstrategie toepast en hierbij papier gebruikt. Een leerling berekent bijvoorbeeld 10 x 7,50 en 2 x 7,50 en schrijft 75 en 15 op.

Voorbeeldopgave 11, een kale opgave waarbij 52,7 : 100 berekend moet worden, wordt beter gemaakt wanneer leerlingen geen uitrekenpapier mogen gebruiken (63% correct ten opzichte van 58%). Het percentage leerlingen dat geen berekening maakt, is wanneer uitrekenpapier gebruikt mag worden, relatief hoog, namelijk 77%. Slechts 5% van de leerlingen gebruikt een algoritme om deze opgave op te lossen.

Voorbeeldopgave 14 is een opgave waarbij 50 meter gedeeld moet worden door 2,40 meter. Hierbij moet de rest correct geïnterpreteerd worden. Het verschil in moeilijkheid tussen de eerste en tweede conditie is verwaarloosbaar (respectievelijk 59% versus 58,8%). Net als bij voorbeeldopgave 11 rekent een groot deel van de leerlingen deze opgave uit het hoofd uit, ook wanneer ze uitrekenpapier mogen gebruiken (70%). 17% van de leerlingen heeft een hoofdrekenaanpak gebruikt waarbij ze papier hebben gebruikt, om bijvoorbeeld een tussenoplossing op te schrijven.

Voorbeeldopgave 16 is een moeilijke opgave, bij deze opgave moet beredeneerd worden hoeveel boeken van € 2,35 gekocht kunnen worden voor 25 euro en hoeveel voor 50 euro. In de eerste conditie, waarbij geen uitrekenpapier gebruikt mocht worden heeft slechts 42% de opgave goed. In de tweede conditie, waarbij uitrekenpapier gebruikt mocht worden, is het percentage goed nog lager: 30%. Het percentage leerlingen dat geen uitrekenpapier gebruikt bij het oplossen van deze opgave is wederom hoog, 61%. Een kwart van de leerlingen gebruikt het papier om bijvoorbeeld een tussenoplossing te noteren.

Voorbeeldopgave 18 is een kale opgave: 106 x 96 – 6 x 96 =. Ook deze opgave is moeilijk. In de conditie zonder papier heeft 28% van de leerlingen deze opgave goed. In de tweede conditie heeft 24% van de leerlingen deze opgave goed. In tegenstelling tot voorbeeldopgave 11, 14 en 16 gebruikt bij voorbeeldopgave 18 een groot percentage van de leerlingen een cijferalgoritme of een kolomsgewijze methode. 19% van de leerlingen berekent dit uit het hoofd. Opvallend is het hoge percentage leerlingen dat geen antwoord geeft op deze vraag, 22%.

Tabel 4.17 Strategiegebruik Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen met papier

Strategie	Voorbeeld-opgave 3	Voorbeeld-opgave 4	Voorbeeld-opgave 11	Voorbeeld-opgave 14	Voorbeeld-opgave 16	Voorbeeld-opgave 18
Algoritmisch	32%	29%	5%	8%	7%	42%
Hoofdrekenen met papier	10%	29%	7%	17%	25%	14%
Zonder uitwerking	51%	41%	77%	70%	61%	19%
Misconceptie					1%	2%
Missing	6%	1%	11%	5%	6%	22%
n (totaal)	334	324	334	326	303	298

4.6 Schattend rekenen

Inhoud

Bij het onderwerp *Schattend rekenen* gaat het om opgaven die niet exact uitgerekend hoeven te worden. De leerlingen moeten bewerkingen uitvoeren met afgeronde getallen.
De volgende typen opgaven komen voor:
- aangeven welke berekening de beste schatting geeft;
- nagaan of de werkelijke uitkomst groter of kleiner is dan de met afgeronde getallen berekende uitkomst;
- uitvoeren van een globale berekening om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven of te beslissen waar de komma komt te staan;
- gebruikmaken van ervaringsgegevens, bijvoorbeeld om aan te geven op welke schaal de tekening van een auto is gemaakt.

Bij dit onderwerp komen naast opgaven met gehele getallen en kommagetallen ook opgaven voor met breuken en procenten. Daarbij is van essentieel belang dat leerlingen de relatie zien tussen gegeven getallen en die relatie kunnen aangeven met breuken of procenten, zoals bijvoorbeeld in 398 van de 795 stemmers; dat is ongeveer de helft van de stemmers ofwel 50%. In vergelijking met andere onderwerpen komen bij dit onderwerp vrij veel meerkeuze-opgaven voor.

Bij de instructie door de toetsleiders is aangegeven dat de leerlingen deze opgaven al hoofdrekenend moeten oplossen, dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier of het opschrijven van tussenoplossingen.

Wat leerlingen kunnen

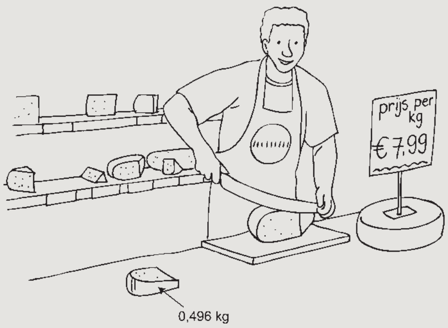
De percentiel-10 leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed. Voorbeeldopgaven 3 tot en met 5 en 7 worden matig beheerst. In de eerste voorbeeldopgave moeten de leerlingen uit vier schattingen de beste schatting van 309 x 892 kiezen. In de tweede voorbeeldopgave moeten de leerlingen op basis van de kiloprijs schatten hoeveel een stukje kaas van 0,496 kg kost. Beide voorbeeldopgaven worden door de percentiel-10 leerling beheerst. Voorbeeldopgave 3 (500 : 35 is ongeveer ...) en voorbeeldopgave 4 (1000 : 123 is ongeveer ...) worden door deze leerlingen matig beheerst. De complexe schatting waarin leerlingen meerdere bedragen moeten optellen (voorbeeldopgave 5) wordt door deze leerlingen matig beheerst. 88% van de leerlingen die opgave 5 hebben gemaakt kiest voor het juiste antwoord B. D wordt gekozen door 8% van de leerlingen. Op dit antwoord kan een leerling komen door alles naar het bovengelegen tiental af te ronden. De leerling berekent dan dus 5 x een kaartje van 30 euro (4 x 24, 95 en 1 x 21,95) en een parkeerkaartje van 10 euro (7,50).

Voorbeeldopgaven 1-7 Schattend rekenen

1 309 x 892 =
Welke van de onderstaande berekeningen geeft de beste schatting?

A 300 x 800 C 300 x 900
B 400 x 900 D 400 x 800

2



Hoeveel euro ongeveer kost het kleine stukje kaas?

A € 4,- C € 40,-
B € 32,- D € 4000,-

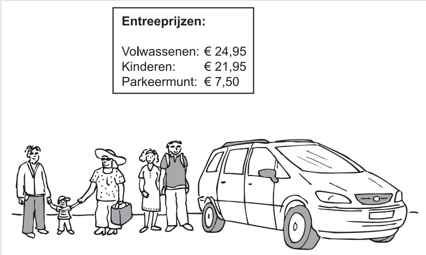
3 Het kopieerapparaat van de school maakt 35 kopieën per minuut. Juf Ans moet de uitnodiging voor de ouderavond 500 keer kopiëren.
Hoeveel minuten zal dat ongeveer duren?

A 5 minuten C 15 minuten
B 10 minuten D 20 minuten

4 Schatten!
In een pak zitten 1000 rietjes voor de schoolmelk.
Op een school gebruikt men 123 rietjes per week.
Hoeveel weken ongeveer kan men dan met zo'n pak rietjes doen?

A ongeveer 6 weken
B ongeveer 8 weken
C ongeveer 10 weken
D ongeveer 12 weken

5



Opa, oma, vader, moeder en Jan gaan naar het pretpark. Ze kopen ook een parkeermunt.
Hoeveel ongeveer moeten ze in totaal betalen?

A € 110,- C € 150,-
B € 130,- D € 160,-

6 5480 + 3129 = 367,7

Leila is de komma's in de som vergeten. Het antwoord is goed.
Schrijf de som over en zet de komma's op de goede plaats.

____

7 Aantal bezoekers Diergaarde Blijdorp

2005	2006	2007	2008
1 478 513	1 428 098	1 558 104	1 608 325

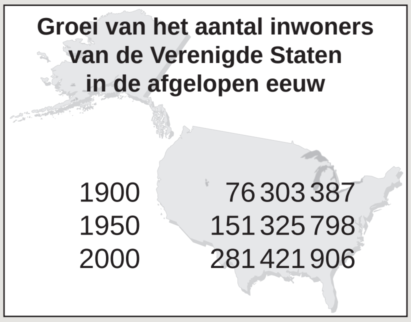
Hoeveel bezoekers ongeveer heeft Diergaarde Blijdorp van 2005 – 2008 gehad?

A 1,5 miljoen C 6 miljoen
B 4 miljoen D 8 miljoen

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 6 tot en met 9 matig. deze leerlingen kunnen matig in 5480 + 3129 de komma's zo plaatsen dat er 367,7 uitkomt (voorbeeldopgave 6). Ook kunnen deze leerlingen matig schatten hoeveel miljoen 1 478 513 + 1 428 098 + 1 558 104 + 1 608 325 is (voorbeeldopgave 7). Een percentiel-10 leerling zal van de tien met voorbeeldopgave 7 vergelijkbare opgaven er ongeveer vijf goed beantwoorden, terwijl een percentiel-25 leerling ongeveer zes à zeven van de tien opgaven goed zal maken. In voorbeeldopgave 8 moeten leerlingen het verschil tussen 76 303 387 en 281 421 906 schatten in miljoenen. Dit wordt door de percentiel-25 leerlingen matig beheerst. Het schatten van een kwart van 3592,95 wordt eveneens matig beheerst (voorbeeldopgave 9). 73% van de leerlingen die voorbeeldopgave 9 gemaakt hebben komt tot het goede antwoord C. Deze leerlingen hebben waarschijnlijk een kwart van 3600 genomen. 15% kiest voor alternatief B. Tot dit antwoord komt een leerling door 3592,95 naar beneden af te ronden tot 3000 en hier een kwart van te nemen. Tot slot wordt ook voorbeeldopgave 12 matig beheerst. In deze opgave moeten leerlingen 2500 : 12 bij benadering berekenen. Voorbeeldopgave 11 is nog te moeilijk voor deze leerlingen.

Voorbeeldopgaven 8-12 Schattend rekenen

8



Met hoeveel miljoen ongeveer is het aantal inwoners van de Verenigde Staten tussen 1900 en 2000 gegroeid?
Kies de beste schatting.

A 75 miljoen C 150 miljoen
B 100 miljoen D 200 miljoen

9 De opbrengst van de Rommelmarkt is € 3592,95.
Ongeveer een kwart is verdiend met de verkoop van boeken.
Ongeveer hoeveel euro is verdiend met de verkoop van boeken?

A € 250,- C € 900,-
B € 750,- D € 1000,-

10 Schatten!
66 van de 200 leden stemden voor het voorstel.
Welk deel van de leden stemde voor?

A ongeveer $\frac{1}{6}$ deel D ongeveer $\frac{2}{3}$ deel
B ongeveer $\frac{1}{3}$ deel E ongeveer $\frac{1}{33}$ deel
C ongeveer $\frac{1}{12}$ deel

11 Alle 4983 werknemers van een bedrijf hebben een eindejaarscadeau gekregen. Elk cadeau kostte € 19,85.
Hoeveel heeft dit het bedrijf ongeveer in totaal gekost?

A € 10 000,- C € 80 000,-
B € 50 000,- D € 100 000,-

12
De vader van Sharon heeft geld geleend.
Hij moet nu € 2500,- terugbetalen in 12 maanden.
Hoeveel is dat ongeveer per maand?

A € 120,-
B € 200,-
C € 250,-
D € 300,-

De gemiddelde leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven redelijk goed tot goed en voorbeeldopgave 14 matig. In voorbeeldopgave 10 moeten leerlingen bepalen een hoeveelste deel 66 van de 200 ongeveer is. De gemiddelde leerling kan dit redelijk goed. Ook het bij benadering berekenen van 4983 x 19,85 kunnen deze leerlingen redelijk goed (voorbeeld-opgave 11). Voorbeeldopgave 13 (twee derde van 23 978) is nog te moeilijk voor de gemiddelde leerling. 76 000 – 10 899,02 – 24 028,97 is ongeveer ... wordt door de gemiddelde leerling al wel matig beheerst (voorbeeldopgave 14). 52% van de leerlingen die voorbeeldopgave 14 hebben gemaakt geeft het antwoord 41 000. 27% van de leerlingen kiest voor antwoord C. Deze leerlingen hebben waarschijnlijk 76 000 – 10 000 – 24 000 berekend.

Voorbeeldopgaven 13 en 14 Schattend rekenen

13 Voor een schaatswedstrijd zijn 23 978 kaarten verkocht.
Twee derde deel hiervan is verkocht aan Nederlandse schaatsfans.
Hoeveel kaarten zijn dat ongeveer?

Ongeveer ___________

14 Schatten.

76 000 – 10 899,02 – 24 028,97
is ongeveer ...

A 40 000
B 41 000
C 42 000
D 46 000

De percentiel-75 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 tot en met 13 redelijk goed tot goed. Voorbeeldopgaven 14 en 15 worden matig beheerst. In opgave 15 moeten leerlingen op de eerste plaats schatten hoeveel kilometer Henk zou rijden volgens de planning (12 000 + 10 000 + 11 000) en hoeveel kilometer Henk daadwerkelijk heeft gereden (12 493 + 10 247 + 10 749). Vervolgens moeten de leerlingen bepalen hoeveel kilometer ongeveer Henk meer heeft gereden dan gepland.

De percentiel-90 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 tot en met 15 goed tot redelijk goed. Deze leerling beheerst voorbeeldopgave 16 (schatting van het verschil tussen 89 694 en 103 689) matig.

Voorbeeldopgaven 15 en 16 Schattend rekenen

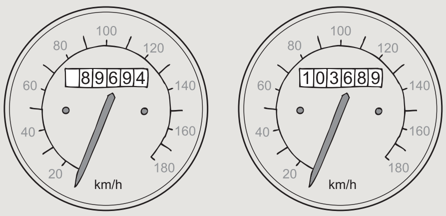
15

maanden	gepland aantal km	gereden aantal km
oktober	12 000	12 493
november	10 000	10 247
december	11 000	10 749

Henk werkt als vrachtwagenchauffeur. In de tabel zie je hoeveel kilometer ongeveer Henk volgens de planning zou rijden en hoeveel kilometer hij echt heeft gereden.
Henk heeft in totaal meer gereden dan gepland; hoeveel meer ongeveer?

A ongeveer 500 km meer
B ongeveer 750 km meer
C ongeveer 1000 km meer
D ongeveer 2000 km meer

16



Stand kilometerteller APK-keuring 02.09.07

Stand kilometerteller APK-keuring 02.09.08

Hoeveel kilometer ongeveer is gereden tussen beide keuringen?

A 10 000
B 11 000
C 13 000
D 14 000

Verschillen tussen 2011 en 2004

De lichte vooruitgang op het gebied van *Schattend rekenen* die te zien was tussen 1997 en 2004, is wederom zichtbaar in de vergelijking van 2004 en 2011. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 79% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 55% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van de 0.0-leerling, de 0.3-leerling en de 1.2-leerling liggen ongeveer even ver van elkaar verwijderd. De 0.0-leerling heeft het hoogste vaardigheidsniveau en de 1.2-leerling het laagste.

Meisjes hebben gemiddeld, net als in 2004, een achterstand ten opzichte van de jongens. Meisjes hebben een gemiddeld een vaardigheidsniveau van 236 terwijl jongens een gemiddeld vaardigheidsniveau van 263 hebben (zie tabel 4.18).

Het schattend rekenen blijkt voor leerlingen met een doorstroom naar vwo weinig problemen op te leveren. Een gemiddelde vwo-leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven goed en de andere vier opgaven matig. De BB-leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 3 tot en met 5 worden matig beheerst. Een gemiddelde GT-leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 6 tot en met 12 matig.

Tabel 4.18 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Schattend rekenen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	244	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	253	49
0.3	237	50
1.2	224	50
Geslacht		
Jongens	263	48
Meisjes	236	48
Doorstroom		
BB	182	34
KB	202	34
GT	229	34
havo	263	33
vwo	300	34

Tabel 4.19 Schattend rekenen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	79%
50%	55%

Tabel 4.20 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Schattend rekenen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**Goed beheerst**	**Matig beheerst**	**Onvoldoende beheerst**
BB	1 en 2	3 tot en met 5	6 tot en met 16
KB	1 en 2	3 tot en met 8	9 tot en met 16
GT	1 tot en met 5	6 tot en met 12	13 tot en met 16
havo	1 tot en met 8	9 tot en met 14	15 en 16
vwo	1 tot en met 12	13 tot en met 16	-

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Schattend rekenen

- Aftrekopgave waarbij het verschil geschat moet worden tussen 103 689 en 89 694 (opgave 16)

- Toepassingsopgave waarbij geschat moet worden met grote getallen (12 493 – 120 000) + (10 247 – 10 000) + (11 000 – 10 749) (opgave 15)

- Ongeveer rekenen met breuken als $\frac{2}{3}$ deel van 23 978 is ongeveer $\frac{2}{3}$ deel van 24 000 (opgave 13)

- Schattend aftrekken van grote getallen met twee cijfers achter de komma zoals 76 000 – 10 899,02 – 24 028,97 = (opgave 14)

- Deelopgave waarbij 2500 gedeeld moet worden door 12 (opgave 12)
- Schatten van de uitkomst van een vermenigvuldiging met grote getallen en waar beide getallen afgerond moeten worden, zoals 19,85 x 4983 (opgave 11)
- Ongeveer rekenen met breuken in situaties als bij 66 van de 200 leden is ongeveer $^1/_3$ deel van de leden (opgave 10)

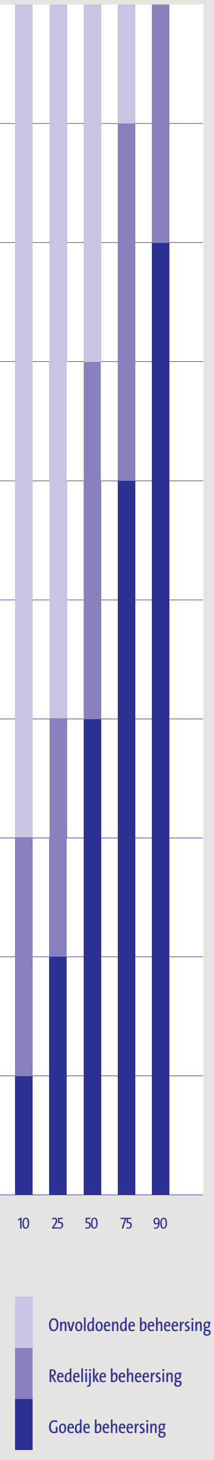
- Schatten wat ongeveer een kwart is van 3592,95 (opgave 9)

- Bepalen wat het verschil is tussen 151 325 798 en 281 421 906 (opgave 8)
- Kommaplaatsing in een optelopgave als 5480 + 3129 – 367,7 (opgave 6)

- Schatten van een optelling met grotere getallen die vervolgens omgezet moeten worden naar miljoenen (opgave 7)

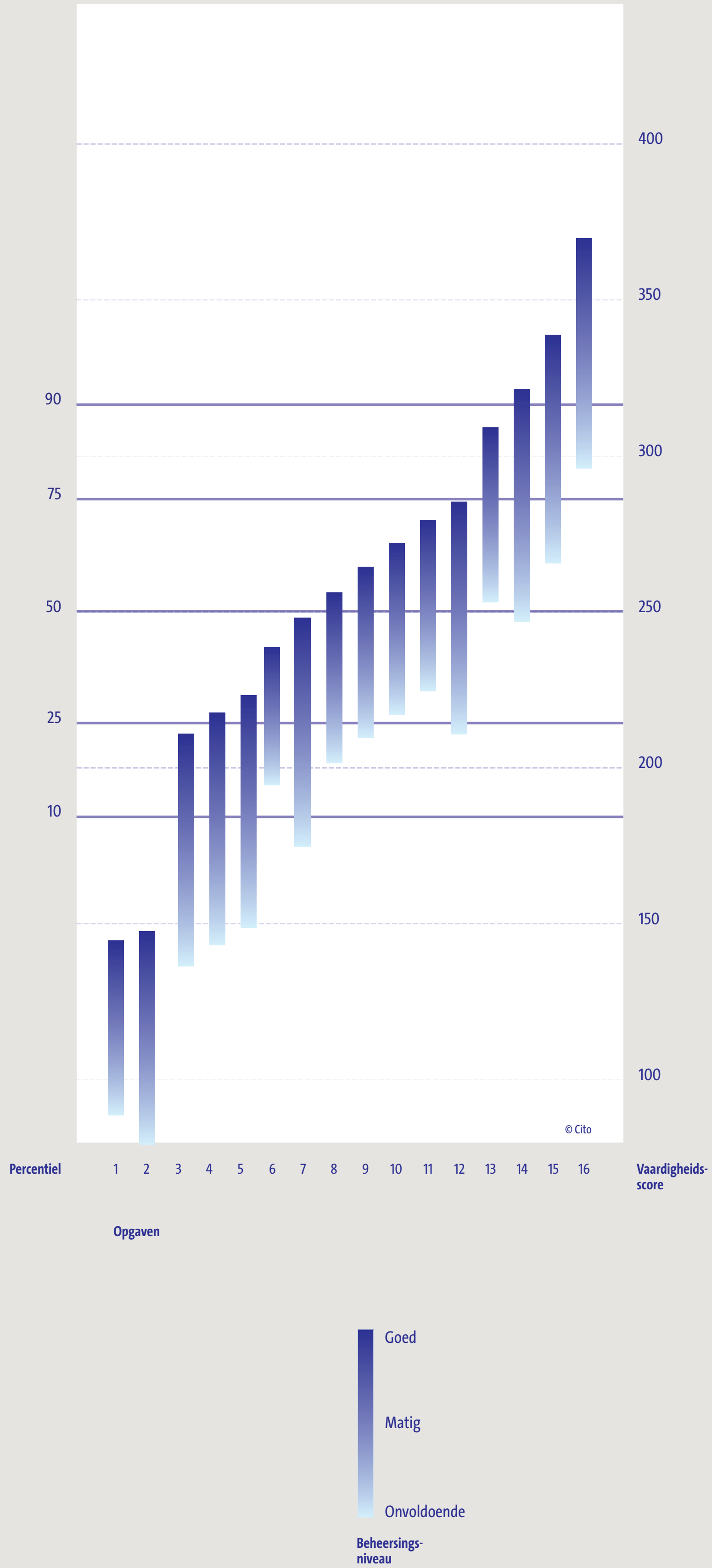
- Schatten van een toepassingsopgave waarbij meerdere berekeningen nodig zijn (opgave 5)
- Inschatten van de deelopgaven 500 : 35 (opgave 3) en 1000 : 123 (opgave 4)

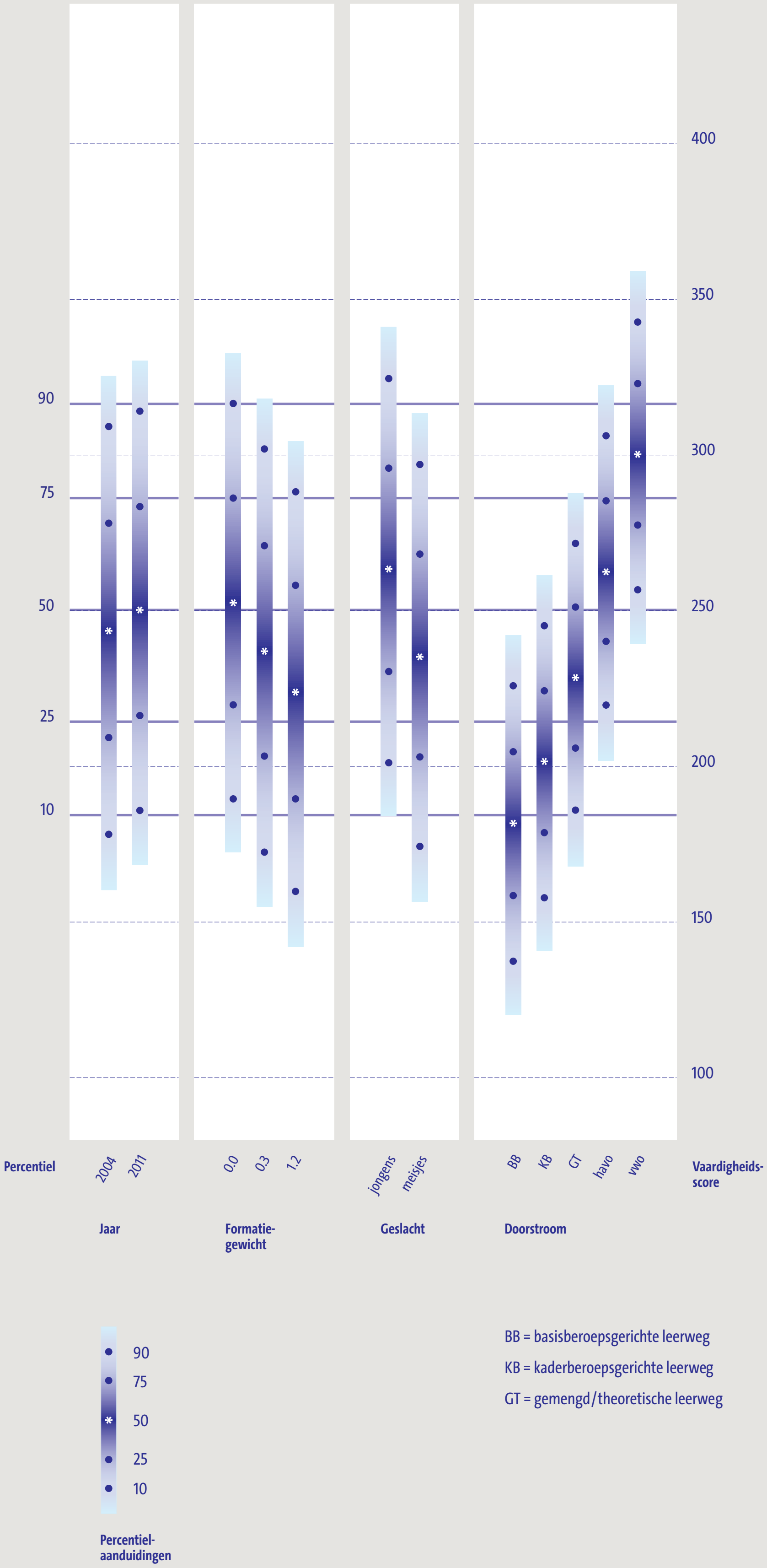
- Schatten van de uitkomst van een vermenigvuldiging als 0,496 x 7,99 (opgave 2)
- Aangeven met welke berekening 309 x 892 het beste geschat kan worden (opgave 1)



De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Schattend rekenen




400
350
300
250
200
150
100
90
75
50
25
10
Percentiel
2004
2011
0.0
0.3
1.2
jongens
meisjes
BB
KB
GT
havo
vwo
Vaardigheids-
score
Jaar
Formatie-
gewicht
Geslacht
Doorstroom
90
75
50
25
10
Percentiel-
aanduidingen
BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

Individuele opgaven

In hoofdstuk 3 blijkt uit tabel 3.10 dat leraren de afgelopen jaren meer onderwijstijd besteden aan het onderdeel *Schattend rekenen*. De behoefte om in deze peiling aanvullend onderzoek te doen naar schattend rekenen komt voort uit de onduidelijkheid over welke antwoorden goed gerekend moeten worden wanneer leerlingen een opgave schattend oplossen. Het doel van het onderzoek naar schattend rekenen is om inzicht te krijgen in de schatstrategieën van leerlingen in jaargroep 8

Van zes opgaven zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures van 331 leerlingen verzameld. De leerlingen mochten geen uitrekenpapier gebruiken en rapporteerden mondeling aan de testleider, die de uitwerking noteerde. Op basis van deze aantekeningen zijn de oplossingswijzen van de leerlingen gecodeerd. Hierbij zijn de volgende codes gehanteerd:

1 Schatstrategie waarbij afgerond wordt volgens de **afrondingsregels**. Hierbij wordt 142,90 143 of 140.
2 Schatstrategie waarbij **gehakt** wordt. De leerling hakt aan de achterkant van het getal de cijfers af. 142,90 wordt dan 142.
3 Schatstrategie waarbij **aangepast wordt afgerond**. De leerling past het getal zodanig aan, dat het een 'mooi' getal wordt. Bijvoorbeeld 142,90 wordt veranderd in 150.
4 **Exact uitgerekend**. De leerlingen rekent de opgave exact uit, de getallen worden niet afgerond. Dit wil overigens niet zeggen dat de leerling altijd op het juiste exacte antwoord uitkomt.
5 Rest/onduidelijk. Bij deze categorie is het niet duidelijk wat de leerling heeft gedaan.

Leerlingen kunnen daarnaast, na het gebruiken van één van de bovenstaande strategieën, hun antwoord **compenseren**. Dit betekent dat leerlingen hun antwoord, afhankelijk van de gekozen strategie, naar boven of beneden bijstellen. Naast het coderen van de strategieën is daarom ook gecodeerd of een leerling zijn/haar antwoord heeft gecompenseerd.

In totaal zijn 1970 oplossingen van leerlingen gecodeerd. Hiervan viel 4% in de categorie rest/onduidelijk (zie tabel 4.21). De meest toegepaste schatstrategie is *volgens afrondingsregels* (50%). Bij alle opgaven, behalve aftrekopgave 5 en vermenigvuldigopgave 6, is de strategie *volgens afrondingsregels* het meest door leerlingen toegepast. Bij zowel opgave 5 als 6 wordt in de meeste gevallen een aangepaste afrondingsstrategie gebruikt. De aangepaste afrondingsstrategie is over alle zes de opgaven genomen de tweede vaakst geobserveerde strategie (28%). De *hakstrategie* wordt als schatstrategie het minst toegepast. Het gebruik van de hakstrategie lijkt samen te hangen met het type opgave omdat deze strategie bij opgave 4 in verhouding tot de overige opgaven veel vaker is toegepast. Respectievelijk 25% tegenover 7, 3, 2, 1 en 3%.
12% van de gemaakte opgaven is exact berekend.

Opgave 1

Winterbanden alleen deze week:

€142,90 per stuk

Theo koopt 4 winterbanden in de aanbieding.
Hoeveel euro moet hij in totaal ongeveer betalen?

€ ______

Opgave 2

€ 15 089 – € 49,95 is ongeveer ______

Opgave 3

Naam school	Aantal leerlingen
De Wegwijzer	248
De Julianaschool	409
De Cirkel	452
De Triangel	193

Deze 4 scholen hebben samen sportdag.
Hoeveel leerlingen ongeveer zijn dit samen?

________ leerlingen

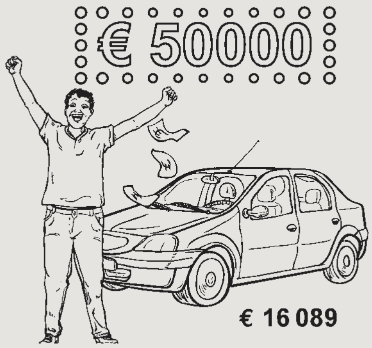
Opgave 4

14,861 x 3,089 =

Vier kinderen rekenen deze som uit.
Eén van de kinderen heeft het goede antwoord.
Wat moet het goede antwoord zijn?

A 42,905629 C 45,905629
B 56,905629 D 60,905629

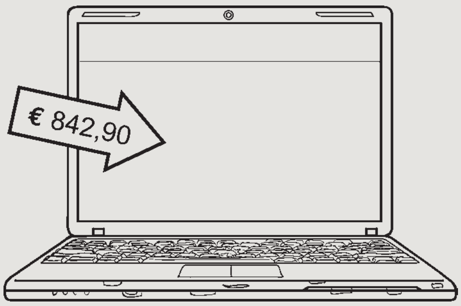
Opgave 5



Jonathan heeft de hoofdprijs gewonnen. Hij koopt een nieuwe auto.
Hoeveel euro heeft hij dan ongeveer nog over?

€ ________

Opgave 6



Meneer Wim koopt voor school 4 laptops.
Hoeveel euro moet hij ongeveer betalen?

€ ________

Tabel 4.21 Gebruikte strategieën per opgave en voor het totaal aantal gemaakte opgaven (%)

Operatie	Opgave 1 x	2 −	3 +	4 x	5 −	6 x	Percentage over het totaal
Volgens afrondingsregels	52	55	73	59	18	40	50
Hakstrategie	7	3	2	25	1	3	7
Aangepast afronden	21	27	3	5	63	47	28
Exact	17	10	17	6	14	7	12
Rest/onduidelijk	2	6	5	5	3	2	4
n	329	326	330	331	326	328	1970

Bij 3% van de berekeningen wordt door de leerlingen achteraf gecompenseerd. Een voorbeeld hiervan is 14,861 x 3,089 is 14 x 3 en er een beetje bij. 14 van de 236 exact berekende antwoorden is achteraf geschat. Bijvoorbeeld: “Dit is 571,60 maar ik moet schatten, dus schrijf ik 570 op.” In tabel 4.22 is per opgave weergegeven in hoeveel procent van de geobserveerde oplossingen is gecompenseerd.

Tabel 4.22 Oplossingen waarin leerlingen gecompenseerd hebben per opgave en in totaal (%)

Operatie	Opgave 1 x	2 −	3 +	4 x	5 −	6 x	totaal
Compensatie	15	5	4	11	3	5	43
Compensatie na exact	8	0	2	1	1	2	14
Aantal exacte berekeningen	49	32	54	20	46	21	222
n	329	326	330	331	326	328	1970

4.7 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Inhoud

Bij het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* gaat het om het optellen en aftrekken van gehele getallen en kommagetallen, waarbij de leerling uitrekenpapier kan gebruiken om bijvoorbeeld tussenuitkomsten op te schrijven van hoofdrekenprocedures of om een cijfer-procedure uit te voeren. De meeste opgaven worden in een eenvoudige context aangeboden. De contexten zijn voor het merendeel ontleend aan het rekenen met geld en aan het meet-domein, zonder dat daarbij herleidingen of specifieke kennis van rekenprocedures bij het meten een rol spelen.

De taal speelt een belangrijke rol in de contextopgaven. Het optellen komt voor zowel in de betekenis van ‘eraan toevoegen’ als in de betekenis van samennemen. Aftrekken kan betrekking hebben op er iets afnemen of op vergelijken. In dat laatste geval gaat het om het verschil. De vraag kan dan luiden: ‘Hoeveel kan er nog bij?’ of ‘Hoe lang is het geleden?’

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst geen van de voorbeeldopgaven van het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* goed. Voorbeeldopgaven 1, 2 en 7 worden matig beheerst. Dit zijn alle drie optelopgaven, waarvan voorbeeldopgaven 1 en 2 kale opgaven zijn (respectievelijk 352 + 86 + 149 = en 3208 + 8057 =). Voorbeeldopgave 7 is een contextopgave waarbij leerlingen vijf kommagetallen bij elkaar moeten optellen.

Voorbeeldopgaven 1 en 2 Bewerkingen: optellen en aftrekken

1 352 + 86 + 149 = _______

2 3208 + 8057 = _______

De percentiel-25 leerling beheerst eveneens geen van de voorbeeldopgaven goed. Voorbeeldopgave 1 tot en met 3, 5 tot en met 7, 12 en 17 worden door deze leerlingen matig beheerst. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van kale aftrekopgaven zoals 48 – 9,75 (voorbeeldopgave 3) en 5,27 – 2,68 (voorbeeldopgave 6). 77% van de leerlingen die opgave 3 hebben gemaakt komen tot het correcte antwoord 38,25. 8,4% komt tot het antwoord 39,25. Contextopgaven zoals voorbeeldopgaven 5, 7, 12 en 17 waarbij leerlingen vier of vijf getallen bij elkaar moeten optellen worden eveneens matig beheerst. 71% van de leerlingen die voorbeeldopgave 12 hebben gemaakt kwamen tot het goede antwoord. 10% van de leerlingen kwam echter tot het antwoord 15275. Deze leerlingen hebben in plaats in plaats van 804 'overigen' gerekend met 8040. Een oorzaak hiervan kan zijn dat in de afbeelding het getal 804 links uitgelijnd staat. In voorbeeldopgave 4 moeten leerlingen het verschil berekenen tussen 8848 en 5895. Dit is voor de percentiel-25 leerling nog te uitdagend.

Voorbeeldopgaven 3-7 Bewerkingen: optellen en aftrekken

3 48 – 9,75 = _______

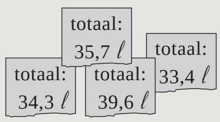
4

Hoge bergen	
Mount Everest	8848 m
Kilimanjaro	5895 m

Hoeveel meter is de Mount Everest hoger dan de Kilimanjaro?

_________ m

5



Niek heeft in de vakantie vier keer getankt. Hierboven zie je zijn bonnetjes.
Hoeveel liter benzine heeft Niek in totaal getankt?

_________ liter

6 5,27 – 2,68 = _______

7

Ingrid koopt deze 5 delen van Avonturen in de Melkweg.
Hoeveel moet zij betalen?

€ __________

De gemiddelde leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en voorbeeldopgaven 2 tot en met 7 redelijk goed. Voorbeeldopgaven 8 tot en met 17 worden matig beheerst. In voorbeeldopgave 8 moeten leerlingen vier bedragen uit de tekst bij elkaar optellen. Een gemiddelde leerlinge zal van tien van dergelijke opgaven er gemiddeld zes à zeven goed beantwoorden. Dit geldt eveneens voor voorbeeldopgave 9 (3,45 + 3,4 + 5,05 + 4,6 =) en voorbeeldopgave 10 (10 324 – 846 in context). Voorbeeldopgave 11 (10 072 – 4374) is iets moeilijker voor de gemiddelde leerling. Voorbeeldopgaven 13 en 14 zijn beide contextaftrekopgaven en worden door deze leerlingen matig beheerst. De kale variant van voorbeeldopgave 14: 55 – 23,67 = (voorbeeldopgave 15) wordt eveneens matig beheerst. Deze opgave is nagenoeg even moeilijk als opgave 14. 59% van de leerlingen die opgave 14 hebben gemaakt, hebben het correcte antwoord 31,33 gegeven. 5% van de leerlingen geeft het antwoord 21,33 en eveneens 5% van de leerlingen geeft het antwoord 26,33. Voorbeeldopgave 15 is door andere leerlingen gemaakt dan voorbeeldopgave 14. We zien een licht afwijkend antwoordpatroon bij voorbeeldopgave 15 ten opzichte van voorbeeldopgave 14. 55% van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft het goede antwoord. 8% van de leerlingen geeft hier het antwoord 21,33 en 6% het antwoord 56,33. Het antwoord 32,67 wordt bij de kale opgave vaker gegeven dan bij de contextopgave (voorbeeldopgave 14), respectievelijk 5% en 3%. In voorbeeldopgave 16 moeten leerlingen zes getallen onder de 1000 bij elkaar optellen. De gemiddelde leerling beheerst dit matig. Voorbeeldopgave 17, waarbij leerlingen meerdere getallen onder de 100 bij elkaar optellen, wordt ook matig beheerst. Voorbeeldopgaven 18 en 19 vallen buiten het vaardigheidsbereik van deze leerlingen.

Voorbeeldopgaven 8-17 Bewerkingen: optellen en aftrekken

8 Eugenie koopt een boek van € 23,95, een cd van € 17,35, een vulpen van € 13,85 en een agenda van € 12, .
Hoeveel heeft ze in totaal uitgegeven?

€ __________

9 3,45 + 3,4 + 5,05 + 4,6 = ________

10 Aan een prestatieloop nemen 10 324 mensen deel.
Onderweg vallen 846 mensen uit.
Hoeveel deelnemers lopen de tocht uit?

__________ deelnemers

11 10 072 – 4374 = ________

12

Fietsenwinkel *fiets4all*

Verkochte fietsen in 2010

	Aantallen
Racefietsen	2903
Mountainbikes	1287
Toerfietsen	3045
Overigen	804

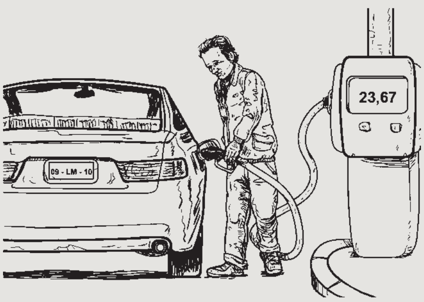
Hoeveel fietsen zijn er in 2010 in deze fietswinkel in totaal verkocht?

__________ fietsen

13 Een jas die eerst € 349,95 kostte, kost in de uitverkoop nog maar € 175,-.
Hoeveel euro is de korting?

€ __________

14



Maarten tankt 23,67 liter bij de pomp. De tank zit nu vol. Er zit 55 liter in.
Hoeveel liter zat nog in de tank toen Maarten ging tanken?

__________ liter

15 55 – 23,67 = ________

16

Nieuwe abonnees op jeugdblad Toktok	
jan	26
feb	103
mrt	263
apr	408
mei	98
juni	201

Hoeveel nieuwe abonnees zijn er in totaal in deze zes maanden bijgekomen?

__________ nieuwe abonnees

17 Oma Riet koopt voor haar kleinkinderen de volgende boeken:

Radeloos van Carry Slee	€ 12,95
Harry Potter en de orde van de Feniks van J.K. Rowling	€ 21,50
Harry Potter en de Vuurbeker van J.K. Rowling	€ 16,90
De Zevensprong van Tonke Dragt	€ 16,95

Hoeveel moet ze betalen?

€ __________

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed, De voorbeeldopgaven 12 tot en met 17 worden redelijk beheerst. Een percentiel-75-leerling zal van tien van dergelijke opgaven er zes à zeven goed beantwoorden. De voorbeeldopgaven 18 tot en met 21 worden matig beheerst. In voorbeeldopgave 18 moeten de leerlingen het verschil tussen 38 796,00 en 40 372,00 berekenen. Deze leerlingen beheersen deze voorbeeldopgave matig. In voorbeeldopgave 19 moeten leerlingen 18,90, 298, 119,50 en 9,95 bij elkaar optellen, ook deze opgave wordt door de leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgave 20 (2361 + 994 + 37 + 36 047) wordt eveneens matig beheerst. In voorbeeldopgave 21 moeten leerlingen 1000, 1,5 miljoen en tienduizend euro bij elkaar optellen. Ook deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-75 leerling matig beheerst.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 19 opgaven goed, de voorbeeldopgaven 20 en 21 worden door deze leerlingen matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 18-20 Bewerkingen: optellen en aftrekken

18 | 0 | 0 | 3 | 8 | 7 | 9 | 6 | , | 0 | 0 | | 0 | 0 | 4 | 0 | 3 | 7 | 2 | , | 0 | 0 |

voor   na

Pieter is met de auto op vakantie geweest. Hierboven zie je de kilometerstand van zijn auto voor en na de vakantie.
Hoeveel kilometer heeft Pieter in de vakantie gereden?

__________ km

19 sjaal: € 18, 90   jas: € 298, -

trui: € 119,50   muts: € 9,95

Je ziet hierboven de prijskaartjes van de kleren die Francien gekocht heeft.
Hoeveel heeft ze in totaal betaald?

€ __________

20 2361 + 994 + 37 + 36 047 = ________

21 Mevrouw Van der Laar heeft € 1000,- op haar bankrekening staan. Ze wint 1,5 miljoen euro bij de loterij. Uit de erfenis van tante Jo krijgt ze tienduizend euro.
Hoeveel staat er dan op de bankrekening van mevrouw Van der Laar?

€ __________

Verschillen tussen 2011 en 2004

De in 2004 gesignaleerde terugval ten opzichte van 1997 zet niet door, maar herstelt zich evenmin. Ten opzichte van 2004 is in 2011 een minieme achteruitgang op het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* gevonden. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 71% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 46% behaald.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Bewerkingen: optellen en aftrekken

- Complexe contextopgave waarbij 1000, 1,5 miljoen en tienduizend bij elkaar opgeteld moeten worden (opgave 21)
- Opgave als 236 + 994 +37 +36 047, waarbij vier getallen, waarvan één 1-cijferige,twee 3-cijferige en één 5-cijferige, bij elkaar opgeteld moeten worden (opgave 20)

- Optellen van meerdere geldbedragen als € 18,90 + € 298 + € 119,50 + € 9,95 (opgave 19)
- Opgave waarbij het verschil bepaald moet worden tussen 40 372 en 38 796 (opgave 18)

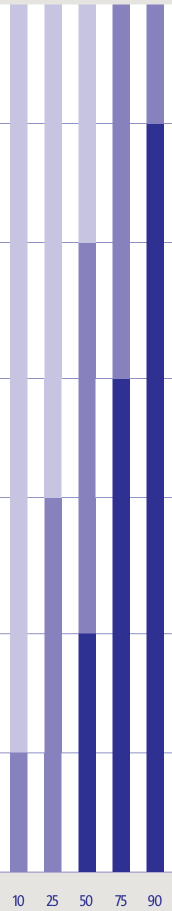
- Optelopgave als 26 + 10 + 263 + 408 + 98 + 201, waarbij vier 3-cijferige en twee 2-cijferige getallen bij elkaar opgeteld moeten worden (opgave 16)
- Kale aftrekopgave als 55 – 23,67, waarbij het verschil bepaald moet worden tussen een kommagetal en een geheel getal (opgave 15)
- Verschil bepalen tussen een getal met twee cijfers achter de komma en een geheel getal, 23,67 + ___ = 55 (opgave 14)
- Aftrekopgave waarbij berekend moet worden hoeveel korting is verkregen, 349,95 – 175 (opgave 13)

- Kale aftrekopgave als 10 072 – 4374 (opgave 11)
- Aftrekopgave in de context zoals 10 324 – 846 (opgave 10)
- Kale optelopgave als 3,45 + 3,4 + 5,05 + 4,06 waarbij getallen met verschillend aantal cijfers achter de komma bij elkaar opgeteld moeten worden, de opgave nodigt uit om 3,4 + 4,6 + 3,45 + 5,05 te berekenen (opgave 9)
- Optellen van meerdere bedragen met cijfers achter de komma, 23,95 + 17,35 + 13,85 + 12,- (opgave 8)

- Aftrekopgaven als 5,27 – 2,68, waarbij beide getallen twee cijfers achter de komma hebben (opgave 6)
- Optellen van meerdere kommagetallen met een gelijk aantal cijfers achter de komma, 35,7 + 34,3 + 33,4 + 39,6 = (opgave 5)
- Het verschil bepalen tussen 8848 en 5895 (opgave 4)

- Aftrekopgave, als 48 – 9,75, waarbij een kommagetal afgetrokken moet worden van een geheel getal (opgave 3)

- Optelopgave als 3208 + 8257, waarbij 4-cijferige getallen bij elkaar opgeteld moeten worden (opgave 2)
- Optelopgave waar drie gehele getallen bij elkaar opgeteld moeten worden (opgave 1)



In dit schema zijn de slecht discriminerende opgaven 7, 12 en 17 niet meegenomen.

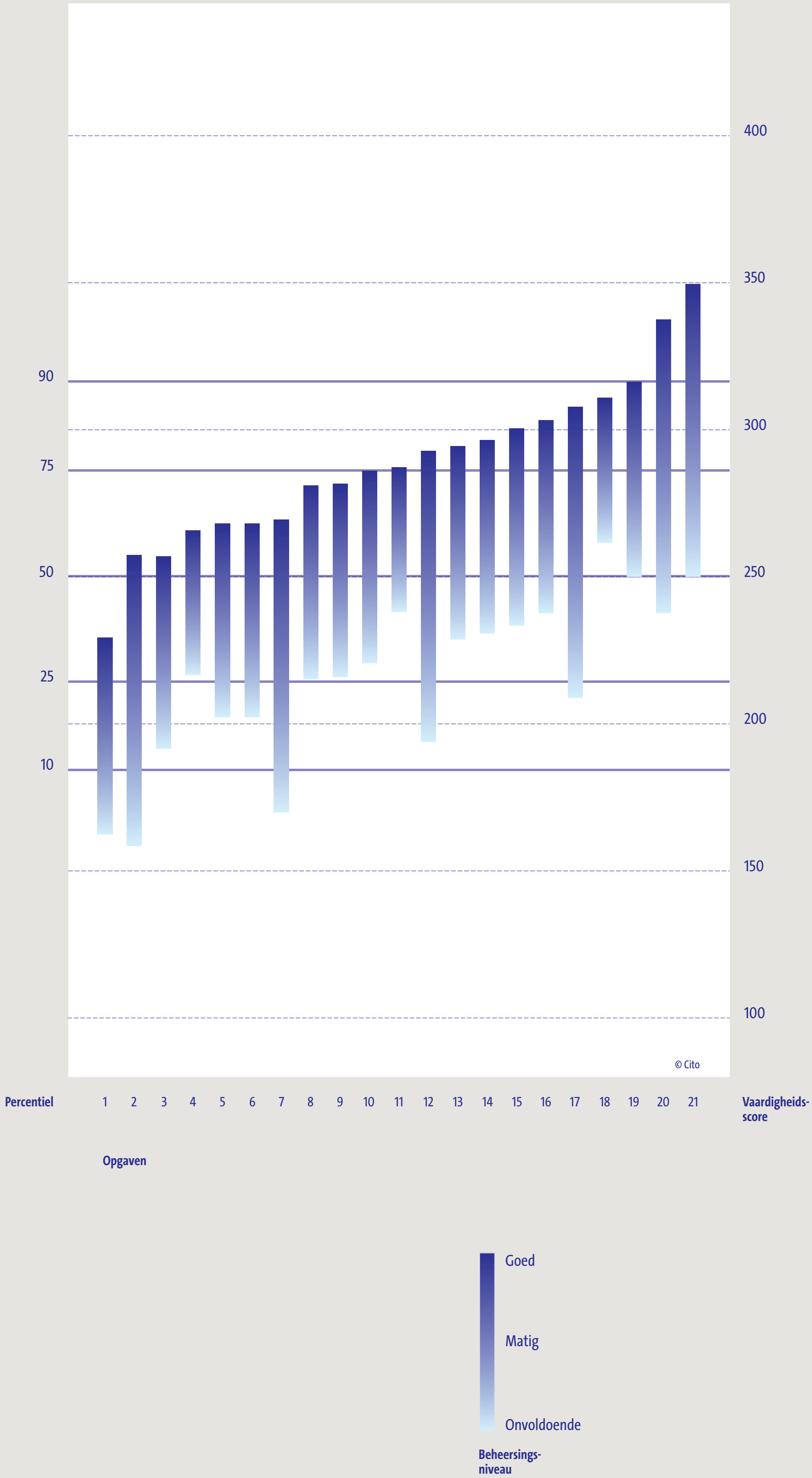
Onvoldoende beheersing

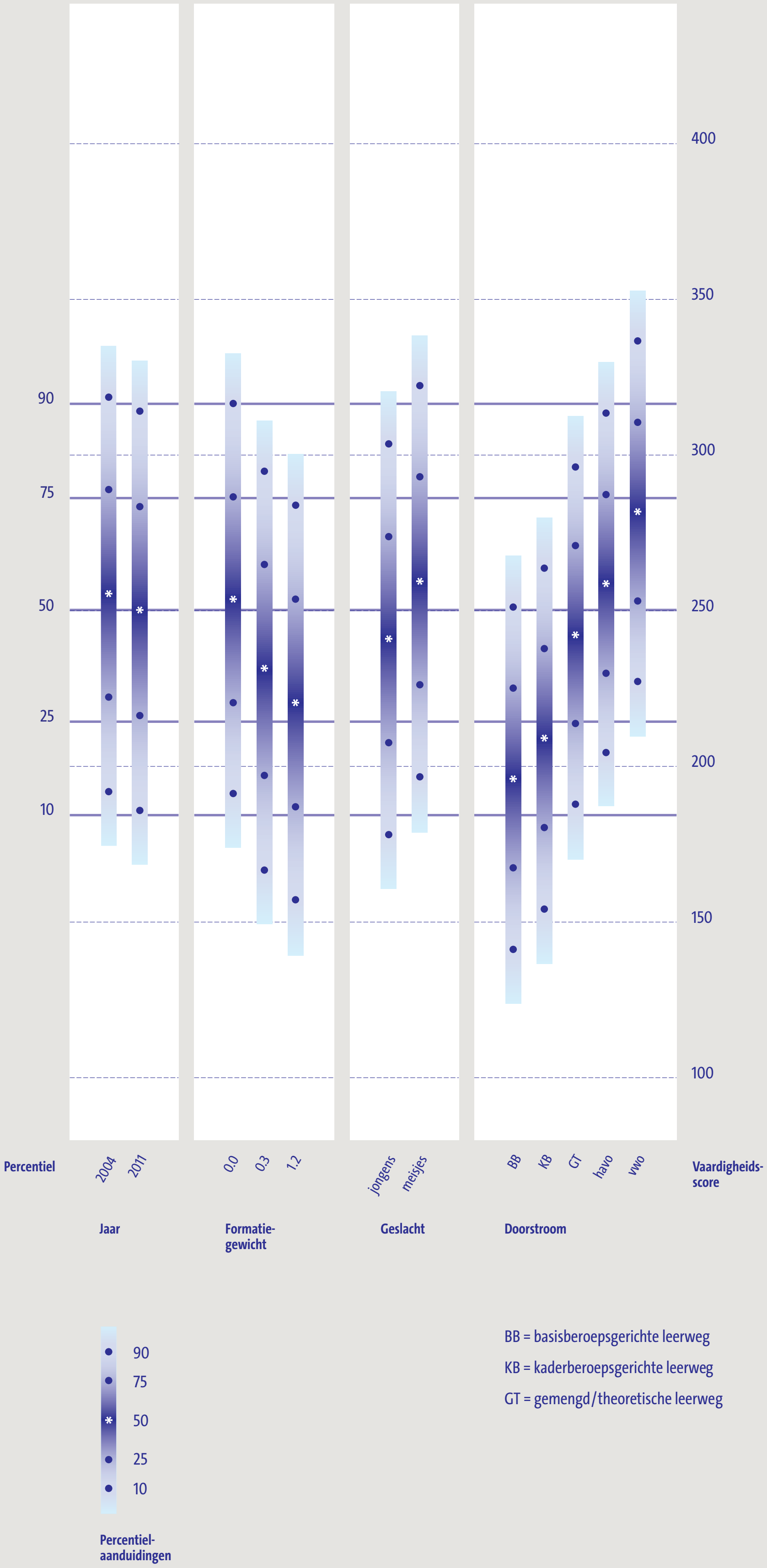
Redelijke beheersing

Goede beheersing

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Bewerkingen: optellen en aftrekken





BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

Verschillen tussen leerlingen

Het vaardigheidsniveau van de 0.3- en 1.2-leerling liggen op dit onderwerp dicht bij elkaar. De gemiddelde 0.3-leerling functioneert op een hoger niveau dan de gemiddelde 1.2-leerling. De relatieve afstand ten opzichte van de 0.0-leerling is voor beide groepen groot.

Net als in voorgaande peilingsonderzoeken is bij dit onderwerp, tegen de algemene trend in, waargenomen dat meisjes gemiddeld een hoger vaardigheidsniveau hebben dan jongens. Meisjes hebben een gemiddeld vaardigheidsniveau van 260, zij functioneren hoger dan het gemiddelde van de populatie (250, zie tabel 4.23). Jongens hebben een gemiddeld vaardigheidsniveau van 241, dit is lager dan het populatiegemiddelde.

Wederom zien we grote verschillen tussen leerlingen met verschillende uitstroomniveaus, echter zijn bij dit onderwerp de verschillen kleiner dan bij bijvoorbeeld *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*. De gemiddelde BB-leerling functioneert hoger dan de percentiel-10 leerling en lager dan de percentiel 25-leerling, de KB-leerling functioneert ongeveer als een percentiel-25 leerling. De verschillen tussen de GT- en de havo-leerling zijn op dit onderwerp niet groot. De GT-leerling functioneert iets onder het gemiddelde en de havo-leerling functioneert iets boven het gemiddelde. De gemiddelde vwo-leerling functioneert een fractie onder het niveau van de percentiel 75-leerling.

Tabel 4.23 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	255	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	49
0.3	231	50
1.2	221	50
Geslacht		
Jongens	241	49
Meisjes	260	49
Doorstroom		
BB	196	43
KB	209	42
GT	242	42
havo	259	42
vwo	282	43

Tabel 4.24 Bewerkingen: optellen en aftrekken: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	71%
50%	46%

Tabel 4.25 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	-	1 tot en met 3, 7, 12	4 tot en met 6, 8 tot en met 11, 13 tot en met 21
KB	-	1 tot en met 3, 5 tot en met 7, 12	4, 8 tot en met 11, 13 tot en met 21
GT	1	2 tot en met 17, 20	18, 19 en 21
havo	1, 2 en 3	4 tot en met 17, 20	18, 19 en 21
vwo	1 tot en met 9	10 tot en met 21	-

4.8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Bij het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* gaat het om vermenigvuldigen en delen van gehele getallen en kommagetallen. De leerling mag bij deze opgaven uitrekenpapier gebruiken om bijvoorbeeld tussenuitkomsten op te schrijven van hoofdrekenprocedures of om de standaardcijferprocedure uit te voeren of een aangepaste vorm daarvan. De getallen zijn zo gekozen dat niet al te veel rekentijd nodig is.
Een aantal opgaven is zonder context aangeboden en de overige opgaven zijn in een eenvoudige context geplaatst. De contexten zijn voor het merendeel ontleend aan het meten en het rekenen met geld.

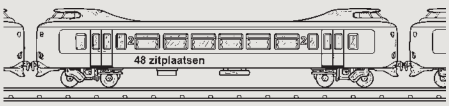
In de contexten bij het vermenigvuldigen ligt het accent op verschillende aspecten van het vermenigvuldigen zoals herhaald optellen, het verhoudingsaspect (1 kg kost € 3,25. Hoeveel kost 7 kg?), het sprongkarakter (7 dagen op pad, elke dag 25 km) en de rooster- of rechthoekstructuur (aantal stoelen in een zaal).
Bij deelopgaven vereist de situatie soms dat er afgerond wordt of dat een verstandige beslissing wordt genomen over de rest. In de contexten kan het accent liggen op verschillende aspecten van het delen zoals: het verdelen, de verhouding en het delen als omgekeerd vermenigvuldigen. Bij het delen door een kommagetal in opgaven zonder context worden relatief eenvoudige getallen gebruikt waarbij men zich gemakkelijk een meet- of geldcontext kan voorstellen, zoals bijvoorbeeld bij 85 : 0,25 =

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst van de voorbeeldopgaven bij het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* geen enkele voorbeeldopgave goed. Voorbeeldopgave 1 wordt door deze leerlingen matig beheerst. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen uitrekenen hoeveel treinstoelen een trein heeft door het aantal wagons (9) te vermenigvuldigen met het aantal stoelen per wagon (48). Deze voorbeeldopgave wordt door 76% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben goed beantwoord. 2% van de leerlingen geeft het antwoord 442 en 2% van de leerlingen geeft het antwoord 532. Deze fouten kunnen de oorzaak zijn van foutief optellen tijdens het cijferen of splitsen.

Voorbeeldopgave 1 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

1



Deze trein heeft 9 treinstellen. Elk treinstel heeft 48 zitplaatsen.
Hoeveel zitplaatsen heeft de trein in totaal?

__________ zitplaatsen

De percentiel-25 leerling beheerst eveneens geen enkele voorbeeldopgave goed en beheerst voorbeeldopgaven 1, 3 en 10 matig. Voorbeeldopgaven 3 en 10 zijn, net zoals voorbeeldopgave 1, vermenigvuldigopgaven. Voorbeeldopgave 3 is een kale opgave waarin leerlingen 6 x 192 moeten berekenen. In voorbeeldopgave 10 moeten leerlingen berekenen hoeveel 6 meter stof van € 14,95 per meter in totaal kost.

Voorbeeldopgaven 2 en 3 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

2

Silvia spaart per week € 7,50 voor deze spelcomputer.
Hoeveel weken moet ze sparen?

__________ weken

3 6 x 192 = _______

De gemiddelde leerling beheerst alleen de eerste voorbeeldopgave redelijk goed. Ook van voorbeeldopgave 3 (6 x 192) kan gezegd worden dat de gemiddelde leerling deze opgave redelijk goed beheerst. Verder beheersen deze leerlingen voorbeeldopgaven 2, 4 tot en met 12, 15 en 17 matig. Voorbeeldopgaven 4, 5, 9, 10, 12, 15 en 17 zijn vermenigvuldigopgaven. Hiervan zijn voorbeeldopgaven 9 (209 x 76) en 15 (42 x 52) de enige kale voorbeeldopgaven. De overige voorbeeldopgaven (4, 5, 10 en 12) zijn contextopgaven waarin leerlingen moeten berekenen:

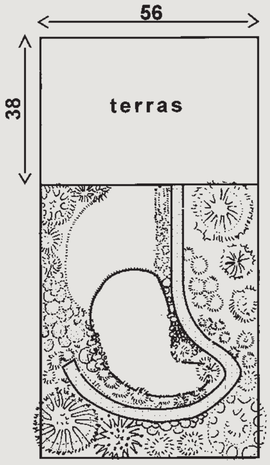
- hoeveel steentjes er op het terras komen als er 38 rijen van 56 steentjes komen te liggen (38 x 56; voorbeeldopgave 4);
- hoeveel auto's een pont in 56 keer hoogstens kan vervoeren als er per keer 23 auto's op passen (56 x 23; voorbeeldopgave 5);
- hoeveel 6 meter stof kost als één meter € 14,95 kost (6 x 14,95; voorbeeldopgave 10);
- hoeveel het schoolkamp voor 24 kinderen in totaal kost als één kind € 37,50 kost (24 x 37,50; voorbeeldopgave 12);
- hoeveel 1,5 kg bananen kost als één kilo bananen € 1,80 kost (1,5 x 1,80; voorbeeldopgave 17).

Voorbeeldopgave 5 wordt door 62% van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben goed beantwoord. 3% van de leerlingen geeft als antwoord 1188. Deze fout kan veroorzaakt worden door het niet meenemen van het te onthouden getal bij cijferen.

De deelopgaven (voorbeeldopgaven 2, 6, 7, 8 en 11) die de gemiddelde leerling matig beheerst zijn allen contextopgaven. In deze voorbeeldopgaven moeten leerlingen berekenen:

- hoeveel weken Silvia moet sparen voor een spelcomputer van € 157,50 als zij € 7,50 per week spaart (157, 50 : 7,50; voorbeeldopgave 2);
- hoeveel één boek kost als 32 boeken samen € 736 kosten (736 : 32; voorbeeldopgave 6);
- hoeveel Gerard per keer voor een nieuwe fiets van € 872 moet betalen als hij elke keer één kwart betaalt (872 : 4; voorbeeldopgave 7);
- hoeveel doosjes voor 8 pennen gevuld kunnen worden met 139 pennen en hoeveel losse pennen er dan over blijven (139 : 8; voorbeeldopgave 8);
- hoeveel busjes nodig zijn om 432 kinderen te vervoeren als er 15 personen in één busje passen (432 : 15; voorbeeldopgave 11).

4



Op het terras komen 38 rijen met steentjes te liggen.
In elke rij liggen 56 steentjes.
Hoeveel steentjes zijn dat in totaal?

__________ steentjes

5 Op een pont kunnen in één keer 23 auto's vervoerd worden.
Hoeveel auto's kan die pont hoogstens vervoeren als hij 56 keer oversteekt?

__________ auto's

6

Rekening voor 'De Meibloem'			
	aantal	prijs per stuk	Totaalprijs
Geschiedenisboeken	32		€ 736,-

De Meibloem heeft 32 nieuwe geschiedenisboeken gekocht.
Hoeveel is de prijs per boek?

€ __________

7 Gerard koopt een nieuwe fiets voor € 872,-. Hij mag deze fiets in vier keer betalen. Elke keer een kwart.
Wat moet Gerard per keer betalen?

€ __________

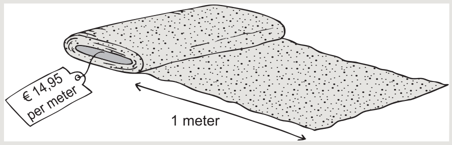
8 139 balpennen worden verpakt in doosjes. In één doosje kunnen 8 balpennen.
Hoeveel doosjes zijn nodig?
Hoeveel pennen blijven er over?

Nodig: ________ doosjes

Over: ________ pennen

9 209 x 76 = ________

10



Linde maakt nieuwe gordijnen. De stof kost € 14,95 per meter. Linde koopt 6 meter.
Hoeveel euro moet ze betalen?

€ __________

11 432 kinderen worden vervoerd in busjes voor 15 personen.
Hoeveel busjes zijn nodig?

__________ busjes

12 In groep 8 zitten 24 kinderen. Voor het schoolkamp moet elk kind € 37,50 betalen.
Hoeveel moet de meester van alle kinderen samen ontvangen?

€ __________

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 10 en 11 redelijk goed en voorbeeldopgaven 12 tot en met 19 matig. De eerste twaalf voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. In voorbeeldopgave 13 moeten leerlingen berekenen hoeveel emmers verf van 16 m^2 nodig zijn voor het schilderen van een muur van 1536 m^2. In deze voorbeeldopgaven moeten leerlingen dus 1536 delen door 16. Deze voorbeeldopgave lijkt qua getalkeuze op voorbeeldopgave 19 waarin leerlingen moeten berekenen hoeveel de moeder van Jos en Mia per keer moet betalen voor de muziekles als zij het totale bedrag van 1470 euro in 12 delen betaalt. Hierbij gaat het dus om de deling 1470 : 12. Voor deze leerlingen is voorbeeldopgave 13 gemakkelijker dan voorbeeldopgave 19, maar beide opgaven worden matig beheerst. Daarnaast beheersen deze leerlingen ook voorbeeldopgave 16, waarin leerlingen gevraagd wordt 57 te delen door 7 en af te ronden op 2 cijfers achter de komma, matig. De percentiel-75 leerling heeft een matige beheersing van kale vermenigvuldigingen zoals 99 x 99 (voorbeeldopgave 14), 42 x 55 (voorbeeldopgave 15) en 0,18 x 750 (voorbeeldopgave 18). 44% van de leerlingen die opgave 18 heeft gemaakt heeft het correcte antwoord 135 gegeven. 4% van de leerlingen geeft als antwoord 135 000. Deze leerlingen hebben 18 x 750 uitgerekend. Eveneens 4% van de leerlingen geeft het antwoord 1350.

Voorbeeldopgaven 13-19 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

13


adsvizier

Muurschildering in kerk nadert voltooiing

Samen met zijn assistent legt schilder Hans Penseel komende week de laatste hand aan de muurschildering in onze kerk. De muurschildering zal in totaal ***een oppervlakte van 1536 vierkante meter beslaan.***

Voor 16 m^2 is 1 emmer verf nodig.
Hoeveel emmers verf zijn dan voor de hele muurschildering nodig?

_________ emmers

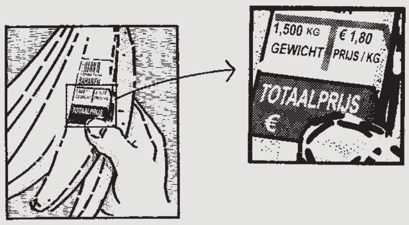
14 99 x 99 = _______

15 42 x 52 = _______

16 Rond je uitkomst af op 2 cijfers achter de komma.

57 : 7 = _______

17



Hoeveel moet Sven voor de bananen betalen?

€ _________

18 0,18 x 750 = _______

19 Jos en zijn zus Mia zitten op muziekles. Hun moeder moet hiervoor in totaal 1470 euro per jaar betalen.
Ze betaalt dit bedrag in 12 gelijke delen.
Hoeveel euro betaalt hun moeder per deel?

€ _________

De percentiel-90 leerling heeft een goede beheersing van de eerste zeventien voorbeeldopgaven en een redelijk tot matige beheersing van de overige voorbeeldopgaven. Voorbeeldopgaven 20 tot en met 23 zijn allen deelopgaven in context. In voorbeeldopgave 20 moeten leerlingen 16 300 delen door het aantal kisten per wagon (420) om te berekenen hoeveel treinwagons er nodig zijn om de 16 300 kisten te vervoeren. Deze voorbeeldopgave wordt door deze leerlingen matig beheerst. Dit geldt ook voor voorbeeldopgave 21 waarin leerlingen moeten berekenen hoeveel bossen van 40 Leonie kan maken van 2500 tulpen (2500 : 40). 41% van de leerlingen die deze opgave hebben gemaakt kiest voor het correcte antwoord 62. 14% van de leerlingen geeft als antwoord 62,5. Deze leerlingen hebben de opgave correct uitgerekend, maar geen antwoord gegeven op de vraag hoeveel bossen Leonie kan maken. Percentiel 90-leerlingen hebben daarnaast een matige beheersing van voorbeeldopgave 22 waarin leerlingen gevraagd wordt te berekenen hoeveel stukken touw van 2,75 meter de juf kan halen uit een bol touw van 80 meter (80 : 2,75) en van voorbeeldopgave 23 waarin leerlingen de waarde van één trouwring moeten berekenen door de totale waarde (€ 11 585) te delen door het aantal ringen (14). Voorbeeldopgave 24 is de moeilijkste voorbeeldopgave van deze schaal. Leerlingen moeten in deze voorbeeldopgave eerst bepalen welke getallen nodig zijn om uitrekenen hoeveel kilometer de wielrenners in totaal moesten fietsen; het aantal wielrenners (170) en het aantal landen (25) zijn overbodige getallen in deze voorbeeldopgave. Vervolgens moeten de leerlingen de daadwerkelijke berekeningen uitvoeren door het aantal rondjes (17) te vermenigvuldigen met de afstand van één rondje (14,2km). De percentiel-90 leerling beheerst deze opgave matig.

Voorbeeldopgave 20-24 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

20

16 300 kisten met sinaasappelen worden met de trein vervoerd.
Hoeveel van deze treinwagons zijn nodig?

__________ treinwagons

21

Leonie heeft 2500 tulpen.
Ze maakt daarvan steeds bossen van 40 tulpen.
Hoeveel bossen van 40 tulpen kan zij in totaal maken?

__________ bossen

22 De juf heeft voor de handenarbeidles stukken touw van 2,75 meter nodig. Ze heeft een bol touw van 80 meter.
Hoeveel stukken touw van 2,75 meter kan ze daar in totaal uithalen?

__________ stukken

23

TROUWRINGENDIEF
Emmen – Bij een juwelier in de Turfstraat zijn 14 trouwringen gestolen met een totale waarde van € 11 585. De ringen hebben elk dezelfde waarde.

Optiek
Bij aanschaf van een nieuwe bril, een zonnebril op sterkte gratis.
Zowel bi-focaal als

Hoeveel is de waarde van één ring?

€ __________

24 Aan het wereldkampioenschap op de weg voor professionals deden 170 wielrenners uit 25 landen mee. De wielrenners moesten 17 rondjes van 14,2 km afleggen.
Hoeveel kilometers moesten de wielrenners in totaal fietsen?

__________ km

Verschillen tussen 2011 en 2004

Net als bij het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* is geen verdere achteruitgang ten opzichte van 2004 geobserveerd, zoals wel te zien was tussen 1997 en 2004. Het vaardigheidsniveau van de leerlingen dat in de huidige peiling is gemeten, is ten opzichte van 1997 ongeveer gelijk gebleven. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, verschilt nauwelijks van 2011, namelijk 76%. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen is behaald, wordt in 2011 door 51% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van de 0.0-, 0.3- en de 1.2-leerling liggen ongeveer even ver van elkaar verwijderd. Een gemiddelde 0.0-leerling functioneert ongeveer gelijk aan een gemiddelde leerling uit de gehele populatie. Een gemiddelde 1.2-leerling functioneert ongeveer als een percentiel-25 leerling en een gemiddelde 0.3-leerling zit daar precies tussen in.

Het vaardigheidsniveau van meisjes ligt iets hoger dan dat van jongens, dit komt overeen met het resultaat uit eerdere peilingen.

De opgaven van dit onderwerp zijn voor leerlingen van alle doorstroomniveaus betrekkelijk moeilijk. Voor de gemiddelde BB-leerling zijn alle voorbeeldopgaven te moeilijk. De gemiddelde GT- en havo-leerling beheersen geen voorbeeldopgaven goed en respectievelijk negen en veertien voorbeeldopgaven matig. Een gemiddelde vwo-leerling beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed, twaalf opgaven matig en de rest nog niet.

Tabel 4.26 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	249	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	49
0.3	233	50
1.2	217	50
Geslacht		
Jongens	247	50
Meisjes	253	50
Doorstroom		
BB	169	38
KB	212	38
GT	236	37
havo	263	37
vwo	293	37

Tabel 4.27 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	76%
50%	51%

Tabel 4.28 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	-	1 tot en met 24
KB	-	1 en 3	2, 4 tot en met 24
GT	-	1 tot en met 5, 7 tot en met 10	6, 11 tot en met 24
havo	1	1 tot en met 12, 17	13 tot en met 16, 18 tot en met 24
vwo	1 tot en met 9	10 tot en met 19, 21, 24	20, 22 en 23

Individuele opgaven[1]

Het doel van dit deelonderzoek is om inzicht te krijgen in het strategiegebruik van leerlingen in groep 8 bij deel- en vermenigvuldigopgaven. Van vijf opgaven zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Per opgave is onderzocht welke strategieën leerlingen gebruiken om de opgave op te lossen en of het succespercentage per strategie verschilt.

Aan elke leerkracht is gevraagd een goede, een gemiddelde en een zwakke rekenaar te selecteren. De drie leerlingen hebben de opgaven individueel in het bijzijn van een testleider gemaakt. De vijf opgaven zijn gekozen omdat uit vooronderzoek bleek dat ze veel verschillende oplossingsstrategieën uitlokken. Drie van deze opgaven zijn deelopgaven, twee zijn vermenigvuldigopgaven.

De afgenomen opgaven

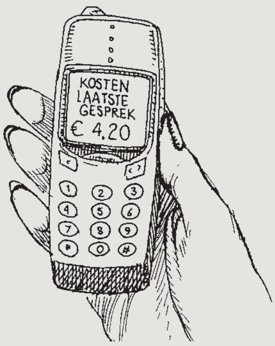
Opgave A

24 tennisballen voor € 36

Hoeveel euro is dat per tennisbal?

€ ______

Opgave B



Jozien belt voor € 0,15 per minuut met haar mobiele telefoon.
Hoeveel minuten heeft ze gebeld?

________ minuten

Opgave C

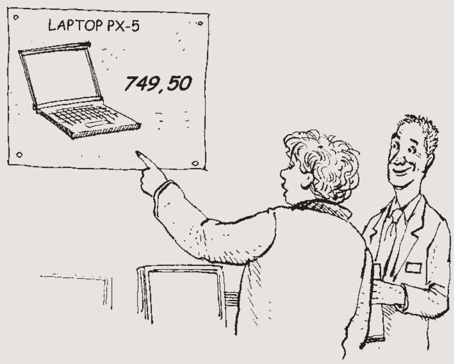
Drie kinderen verdelen € 23,70 eerlijk.
Hoeveel euro krijgt ieder?

€ ______

Opgave D

24 x 19 = _______

Opgave E



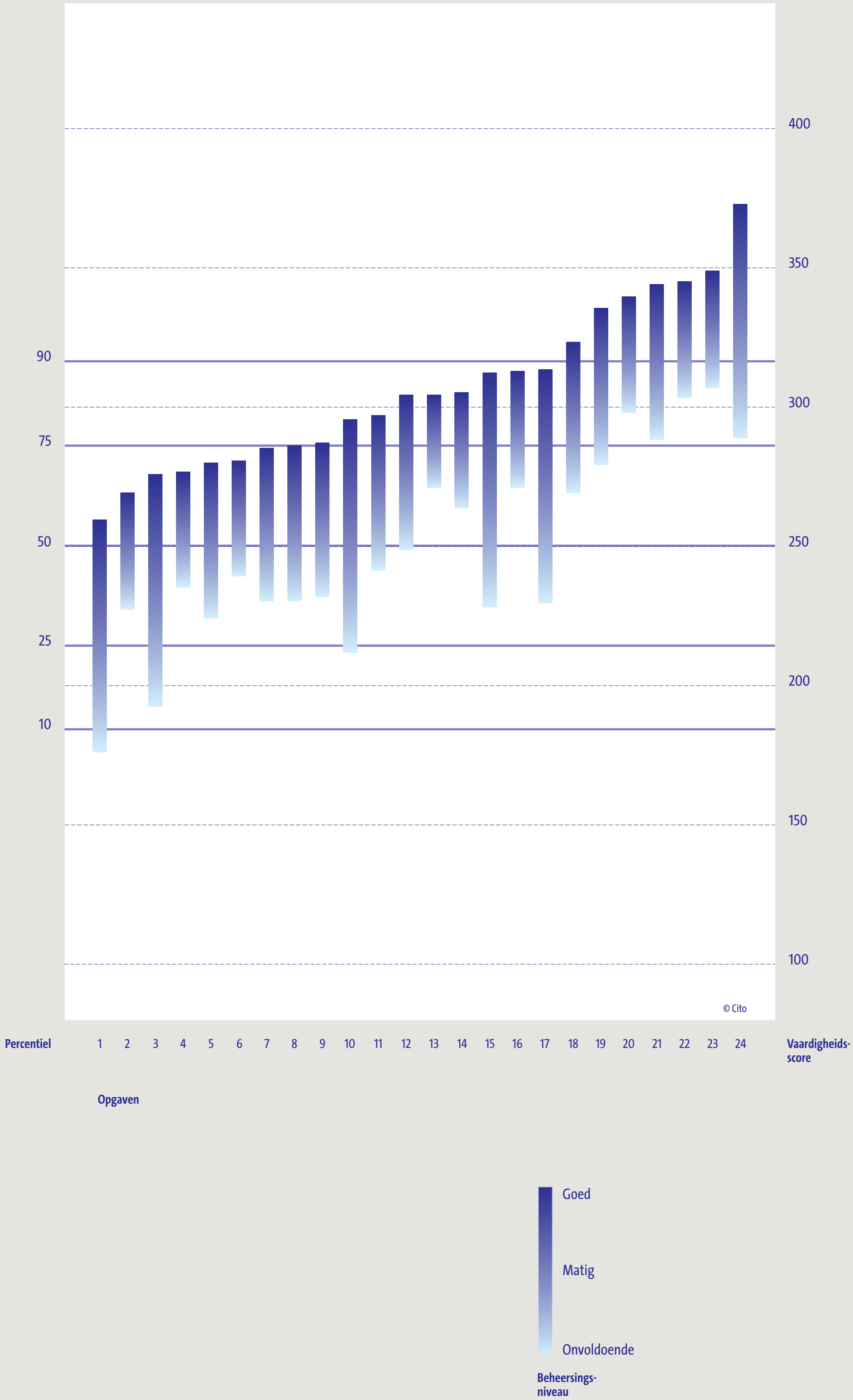
Juf Mirjam koopt voor school 5 laptops.
Hoeveel moet ze betalen?

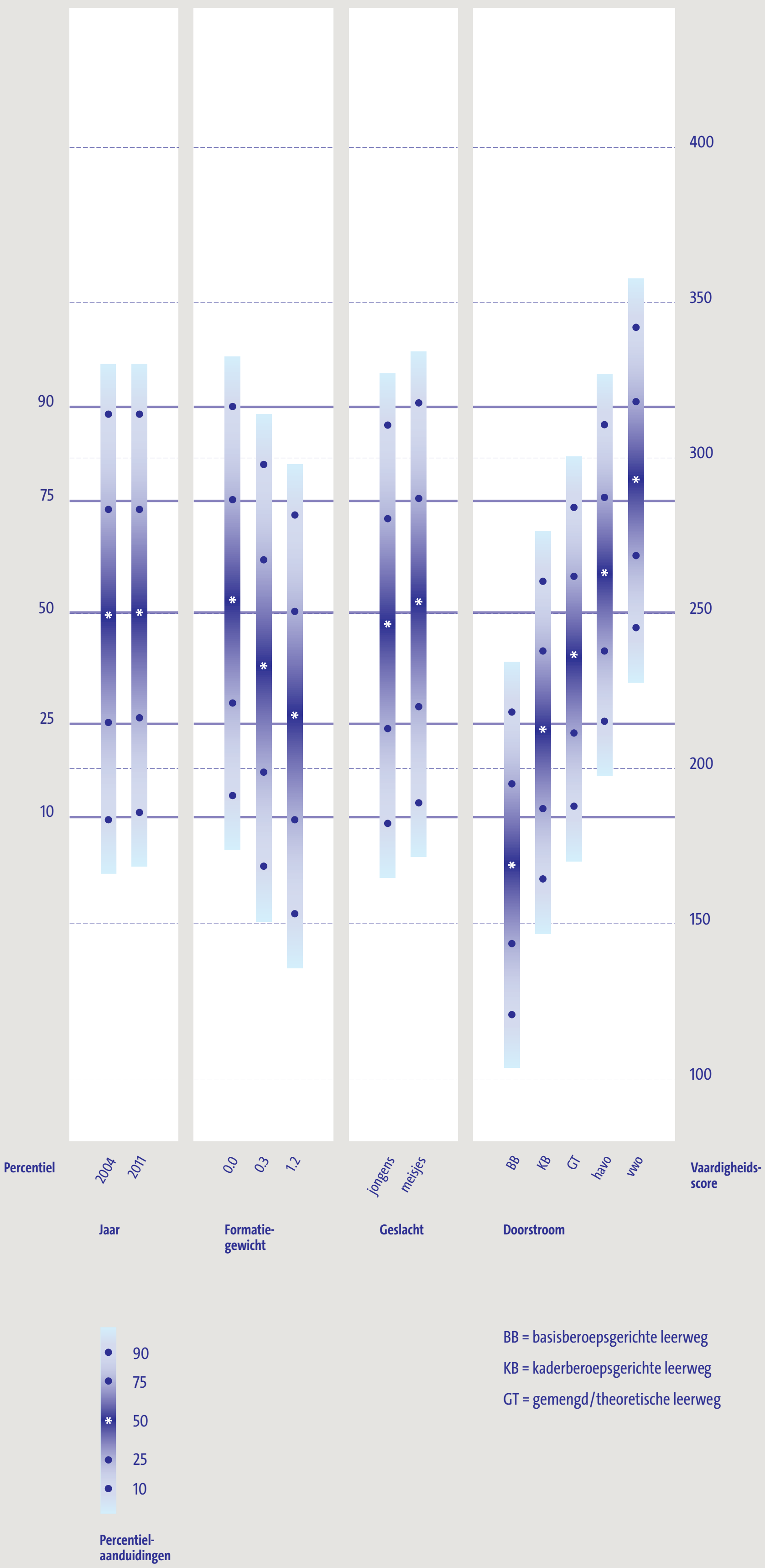
€ ______

1 Zie voor een uitgebreidere rapportage van dit onderzoek Fagginger Auer & Scheltens (2012).

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen




400
350
300
250
200
150
100
90
75
50
25
10
Percentiel
2004
2011
0.0
0.3
1.2
jongens
meisjes
BB
KB
GT
havo
vwo
Vaardigheids-
score
Jaar
Formatie-
gewicht
Geslacht
Doorstroom
90
75
50
25
10
Percentiel-
aanduidingen
BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

- Vermenigvuldigopgave in de context met daarin meerdere getallen die kunnen afleiden (opgave 24)
- Deelopgave met grote getallen als 11 585 : 14 waarbij het antwoord een getal is (opgave 23)
- Deelopgave waarbij een geheel getal gedeeld moet worden door een kommagetal, als 80 : 2,75 (opgave 22)
- Deelopgave in context met grote getallen en rest, als 2500 : 40 (opgave 21)
- Moeilijke deelopgave waarbij bepaald moet worden hoeveel wagons nodig zijn voor 16 300 kisten wanneer er 420 kisten in een wagon kunnen (opgave 20)

- Deelopgave in context waarbij het antwoord in een kommagetal gegeven moet worden, als 1470 : 12 (opgave 19)

- Vermenigvuldigopgave zonder context waarbij een kommagetal vermenigvuldigd moet worden met een 3-cijferig getal, zoals 0,18 x 750 (opgave 18)

- Deelopgave waarbij het antwoord op twee cijfers achter de komma gegeven moet worden (opgave 16)
- Vermenigvuldigopgave zonder context als 99 x 99 (opgave 14)
- Deelopgave in de context, als 1536:16 (opgave 13)

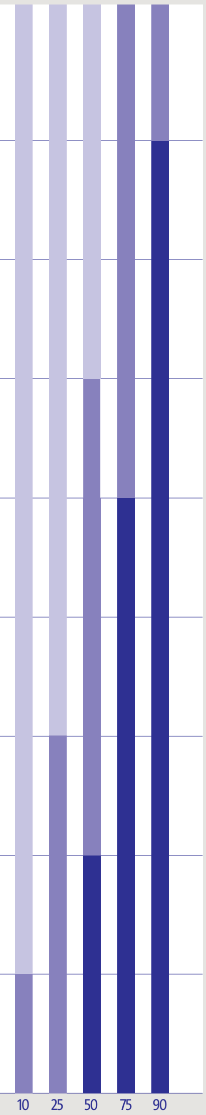
- Vermenigvuldigopgave als 24 x 37,50, waarbij een geheel getal met een kommagetal vermenigvuldigd moet worden (opgave 12)
- Deelopgave met rest waarbij berekend moet worden hoeveel busjes nodig zijn wanneer 432 kinderen vervoerd moeten worden in busjes voor 15 personen (opgave 11)

- Vermenigvuldigopgave zonder context van een 3-cijferig getal met een 2-cijferig getal, als 209 x 76 (opgave 9)
- Deelopgave met rest in context, als 139 : 8 (opgave 8)
- Deelopgave zonder rest in context, als 736 : 12 (opgave 6) en 872 : 4 (opgave 7)
- Vermenigvuldigopgave in context, met twee 2-cijferige getallen, als 38 x 56 (opgave 4) en 23 x 56 (opgave 5)

- Deelopgave in geldcontext zonder rest als 157,50 : 7,50 (opgave 2)

- Kale vermenigvuldigopgave, als 6 x 192 (opgave 3)

- Vermenigvuldigopgave in een context, als 9 x 48, die opgelost kan worden met een hoofdrekenstrategie (opgave 1)



In dit schema zijn de slecht discriminerende opgaven 10, 15 en 17 niet meegenomen.

Onvoldoende beheersing

Redelijke beheersing

Goede beheersing

Alle opgaven zijn afgenomen bij 329 leerlingen. Het percentage goed van deze opgaven is respectievelijk 72,3, 73,6, 76,0, 72,9 en 81,5, zie tabel 4.30.
Bij alle vijf de opgaven is geanalyseerd op welke wijze de leerlingen tot het antwoord zijn gekomen. Hierbij is onderscheid gemaakt tussen het cijferalgoritme, de kolomsgewijze methode, een aanpak zonder algoritmisch schema en gebruikmaken van compenseren, halveren/verdubbelen, herhaald optellen, verkeerde bewerking of foutief splitsen. Bij de aanpak zonder algoritmisch schema werd vaak op dezelfde wijze gerekend als bij de kolomsgewijze methode, maar werden slechts tussenuitkomsten genoteerd. Zie tabel 4.29 voor voorbeelden van deze strategieën.

In tabel 4.29 wordt het percentage gebruik van strategieën binnen elke opgave en binnen de bewerkingen delen en vermenigvuldigen weergegeven. Tabel 4.30 laat de percentages goede antwoorden binnen elke opgave en binnen de twee bewerkingen zien.
Zoals af te lezen is uit tabel 4.29 werd bij bijvoorbeeld de deelopgave A door 29,5% van de leerlingen gebruikgemaakt van de kolomsgewijze methode, bij deelopgave B is dit 30,2% en bij deelopgave C 31,8%. Verschillen tussen de opgaven wat betreft succespercentages van verschillende strategieën (zie tabel 4.30) moeten met voorzichtigheid geïnterpreteerd worden, aangezien het succespercentage niet alleen samenhangt met de strategie, maar ook met de kenmerken van de opgave, zoals de moeilijkheid. De percentages goede antwoorden verschillen tussen de opgaven. Bij opgave A is bijvoorbeeld de strategie zonder algoritmisch schema het meest succesvol, 92,2% en bij opgave C is de meest succesvolle strategie het cijferalgoritme, 88,9%. Het cijferalgoritme werd bij de deelopgaven minder vaak gebruikt, dan de kolomsgewijze methode en de methode zonder algoritmisch schema (14,3% tot 20,3%). Wanneer het cijferalgoritme wordt toegepast varieert het succespercentage tussen de 75,5% en 88,9%. Wanneer de opgave zich leent om een compensatiestrategie te gebruiken, zoals opgave B en C wordt deze strategie regelmatig ingezet (7,5 tot 10,9%). Bij opgave B is deze strategie succesvoller (95,8%), dan bij opgave C (70,6%).

Voorbeelden van de strategieën

Strategiecategorie		**Bewerking**	
		delen	**vermenigvuldigen**
Cijferalgoritme		(C) 3/23,70\7,90 21- 27 27 00	(D) ^{3}24 19 x 216 240 + 456
Kolomsgewijze methode		(C) 3/2370 2100|700 270 270|90 790→7,90	(D) 24 19 x 36 180 40 200 + 456
Zonder algoritmisch schema		(C) 7 x en 0,9 x	(D) 240 + 180 + 36 = 456
Gevarieerd	*Compenseren*	(C) 24 : 3 = 8, ieder 10 cent te veel → 7,90	(D) 24 x 20 = 480 → 480 – 24 = 456
	Halveren/ verdubbelen	(A) 24 voor 36 12 voor 18 6 voor 9 3 voor 4,50 1 voor 1,50	(E) 10 x is 7495 5 x is 3747,50
	Herhaald optellen	(C) 3 6 9 12 15 18 21 → 7 x, dan nog 2,70 → 0,9 x	(E) 749,50 749,50 749,50 749,50 749,50 + 3797,50
	Verkeerde bewerking	(A) ^{2}24 36 x 144 720 + 864	Niet waargenomen
	Fout splitsen	(C) 23,70 : 2 = 11,75 11,75 : 1 = 11,75	n.v.t.

Tabel 4.29 Het percentage gebruik van strategieën binnen elke opgave en binnen de bewerkingen delen en vermenigvuldigen als totaal

Strategiecategorie		Opgaven					Bewerking	
		delen			vermenigvuldigen			
		A	B	C	D	E	delen	vermenig-vuldigen
Cijferalgoritme		16,4	14,4	20,3	37,8	39,8	17,0	38,8
Kolomsgewijze methode		29,5	30,2	31,8	5,5	4,8	30,5	5,2
Zonder algoritmisch schema		30,1	35,2	32,2	32,0	6,7	32,6	19,3
Gevarieerd	*Compenseren*	-	7,5	10,9	23,8	28,0	6,3	25,9
	Halveren/ verdubbelen	6,8	0,6	-	0,3	4,9	2,4	2,6
	Herhaald optellen	-	4,4	0,3	-	15,2	1,6	7,6
	Verkeerde bewerking	3,1	2,5	-	-	-	1,8	-
	Fout splitsen	0,7	0,3	0,6	n.v.t	n.v.t.	0,5	n.v.t.
Ander of uitwerking niet codeerbaar		13,4	4,9	3,9	0,6	0,6	4,2	0,6

Tabel 4.30 De percentages goede antwoorden binnen elke opgave en binnen de bewerkingen delen en vermenigvuldigen als totaal

Strategiecategorie		Opgaven					Bewerking	
		delen			vermenigvuldigen			
		A	B	C	D	E	delen	vermenig-vuldigen
Cijferalgoritme		75,5	76,1	88,9	83,9	91,6	81,0	87,8
Kolomsgewijze methode		79,6	79,4	82,2	77,8	81,3*	80,4	79,4
Zonder algoritmisch schema		92,2	79,3	82,2	60,0	100,0	84,0	66,9
Gevarieerd	*Compenseren*	-	95,8	70,6	74,4	68,5	81,0	71,2
	Halveren/ verdubbelen	62,5*	100,0*	-	100,0*	68,8*	65,4*	70,6*
	Herhaald optellen	-	23,*5	0,0*	-	78,0	22,2*	78,0
	Verkeerde bewerking	0,0*	0,0*	-	-	-	0,0*	-
	Fout splitsen	0,0*	0,0*	0,0*	n.v.t	n.v.t	0,0*	n.v.t
Ander of uitwerking niet codeerbaar		70,8	75,0*	16,0*	0,0*	0,0*	40,4*	0,0*
Totaal percentage goed		**72,3**	**73,6**	**76,0**	**72,9**	**81,5**	**74,0**	**77,2**

*gebaseerd op zeer klein aantal waarnemingen (<5%,)

Bij de vermenigvuldigopgaven D en E was het cijferalgoritme de meest gebruikte strategie. De kolomsgewijze methode werd door ongeveer 1 op de 20 leerlingen toegepast (5,5% en 4,9%). De kolomsgewijze methode werd bij opgave D door 77,8% van de leerlingen succesvol uitgevoerd, bij opgave E was dit 81,2%. Omdat slechts 4,8% van de leerlingen bij opgave E deze strategie gebruikt heeft, moeten deze resultaten met voorzichtigheid geïnterpreteerd worden. Opgave D werd vaker dan opgave E zonder algoritmisch schema opgelost (respectievelijk 32,0% en 6,7%). Bij opgave E was deze strategie bij alle leerlingen succesvol, tegenover 60% bij opgave D. Bij opgave D werd de strategie herhaald optellen niet ingezet, terwijl 15,2% van de leerlingen deze strategie gebruikte bij opgave E. Deze strategie leidt bij 78% van de leerlingen tot het goede antwoord. Zowel opgave D als E leenden zich om een compensatiestrategie toe te passen, dit werd door respectievelijk 23,8% en 28,0% van de leerlingen gedaan. Compenseren is bij opgave D in 74,4% van de oplossingen succesvol en bij opgave E bij 68,5%. De leerlingen die niet succesvol zijn met compenseren, compenseren vaak het verkeerde getal. Bij opgave D bijvoorbeeld, maken leerlingen regelmatig de fout: 24 x 19 = 24 x 20 – 19 = 461. Een enkele keer compenseert een leerling op dezelfde wijze als bij optellen: 24 x 19 = 23 x 20 = 460.

In de laatste twee kolommen van tabel 4.29 en 4.30 is het strategiegebruik van de deel- en vermenigvuldigopgaven bij elkaar genomen. Wanneer deel- en vermenigvuldigopgaven met elkaar vergeleken worden, zien we dat de vermenigvuldigopgaven gemakkelijker zijn dan de deelopgaven. Het cijferalgoritme wordt minder vaak ingezet bij delen dan bij vermenigvuldigen (respectievelijk 17,0% en 38,8%), de kolomsgewijze methode wordt meer ingezet bij deel-opgaven dan bij vermenigvuldigopgaven (30,5% versus 5,2%). Het cijferalgoritme leidt bij 81,0% van de deelopgaven tot een goed antwoord, bij vermenigvuldigen ligt dit percentage hoger, 87,8%. De kolomsgewijze methode is bij 80,4% van de deelopgaven succesvol. Deze methode is bij vermenigvuldigen minder succesvol (79,4%). Bij vermenigvuldigen wordt meer gebruikgemaakt van compenseren dan bij delen (25,9% versus 6,3%). Compenseren is bij vermenigvuldigen minder succesvol dan bij delen (71,2% versus 81,0%).

Uit bovenstaande valt te concluderen dat leerlingen naast het cijferalgoritme en het koloms-gewijze algoritme ook gebruikmaken van handige strategieën, wanneer de opgave zich hiervoor leent. De succespercentages blijken te verschillen tussen strategieën, maar omdat de opgaven erg van elkaar afwijken en sommige strategieën weinig gebruikt worden zijn aan het succes-percentage geen overkoepelende conclusies te verbinden.
Het verschil in gebruik van het cijferalgoritme bij vermenigvuldigen en delen is te verklaren vanuit het methodeaanbod. In de meeste methodes wordt het cijferalgoritme voor delen niet aangeboden, het eindpunt van de methode is de kolomsgewijze aanpak.

4.9 Bewerkingen: toepassingen

Inhoud

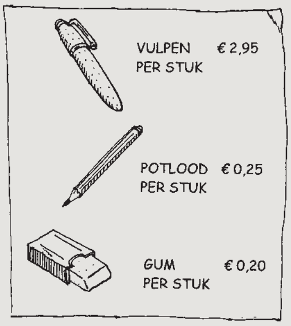
De opgaven bij het onderwerp *Bewerkingen: toepassingen* zijn allemaal contextopgaven.
De gegevens worden in een tekst, een tabel of schema aangeboden. De leerling moet bij deze opgaven meerdere getalsmatige gegevens met elkaar in verband brengen en relevante gegevens uit de context of uit de afbeelding afleiden. De voorgelegde problemen doen een beroep op het gecombineerde gebruik van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.
Bij de opgaven gaat het naast het berekenen ook om de keuze van de relevante bewerkingen.
Bij een aantal opgaven is afronden noodzakelijk. Daarnaast zijn er opgaven waarbij het gemiddelde uitgerekend moet worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling en **de percentiel-25 leerling** beheersen geen van de voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 1 matig. In de eerste voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel 100 vulpennen, 100 potloden en 100 gummen samen kosten. Eén vulpen kost € 2,95, één potlood kost € 0,25 en één gum kost € 0,20.

Voorbeeldopgave 1 Bewerkingen: toepassingen

1



De meester bestelt voor school 100 vulpennen,
100 potloden en 100 gummen.
Hoeveel kost dat in totaal?

€ __________

De gemiddelde leerling heeft een redelijk goede beheersing van voorbeeldopgave 1. Voorbeeldopgaven 2, 4 en 6 tot en met 8 worden matig beheerst. In voorbeeldopgave 2 moeten leerlingen het aantal bladzijden van vier Harry Potterboeken bij elkaar optellen. Vervolgens moeten ze het aantal bladzijden van de vier delen van het totaal afhalen om te berekenen hoeveel bladzijden het overgebleven vijfde deel heeft. De gemiddelde leerling beheerst deze voorbeeldopgave matig. In voorbeeldopgave 3 moeten leerlingen berekenen hoeveel $\frac{1}{6}$ deel van 186 + 216 is. Deze voorbeeldopgave wordt door de gemiddelde leerling nog niet beheerst. Voorbeeldopgave 4 (45 x 15 x 2) wordt door deze leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgave 5 is ook nog te moeilijk voor deze leerlingen. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen uitrekenen hoeveel mensen een stoomtreintje maximaal per dag kan vervoeren als het stoomtreintje 4 keer per uur van 9.00 tot 18.00 uur rijdt en per keer 75 mensen kan vervoeren (9 uur x 4 x 75). Voorbeeldopgaven 6 tot en met 8 worden door de gemiddelde leerling matig beheerst. In deze opgaven moeten leerlingen berekenen:

- hoeveel 4 patat met, 2 patat zonder en 12 kroketten samen kosten (voorbeeldopgave 6);
- hoeveel de appels kosten op basis van het totaalbedrag en de bedragen van de overige boodschappen (voorbeeldopgave 7);
- hoeveel de nieuwe motor van Bram kost wanneer hij 3250 en 500 euro korting krijgt (voorbeeldopgave 8).

59% van de leerlingen die opgave 8 gemaakt hebben komt tot het antwoord 9200. 15% van de leerlingen neemt de korting die in de tekening verwerkt is niet mee, deze leerlingen geven als antwoord 9700.

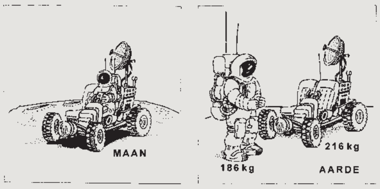
2

Harry Potter	Aantal bladzijdes
De steen der wijzen	228
De geheime kamer	254
De gevangene van Azkaban	326
De vuurbeker	
De orde van de feniks	668
Totaal	**2023**

Hierboven zie je hoeveel bladzijdes de eerste vijf delen van de Harry Potter boeken hebben.
Hoeveel bladzijdes heeft De vuurbeker?

__________ bladzijdes

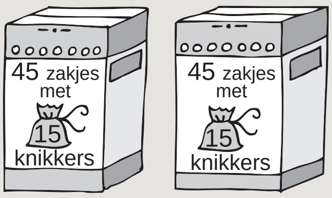
3



Op de maan weegt alles ongeveer $\frac{1}{6}$ deel van het gewicht op aarde.
Hoeveel weegt de astronaut met zijn wagentje dan op de maan?

__________ kg

4



Hoeveel knikkers zitten in deze 2 dozen samen?

__________ knikkers

5 Een stoomtreintje maakt vier keer per uur een rondrit. Iedere keer kunnen er 75 mensen in. Hij rijdt van 9.00 uur tot 18.00 uur.
Hoeveel mensen kan dat treintje maximaal vervoeren per dag?

__________ mensen

6

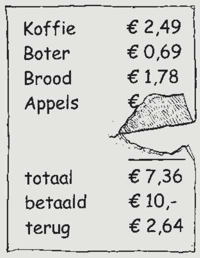
KROKET	€ 1,25
PATAT	€ 1,50
PATAT MET € 0,50 EXTRA	

Pieter haalt:
4 patat met
2 patat zonder
12 kroketten

Hoeveel moet hij betalen?

€ __________

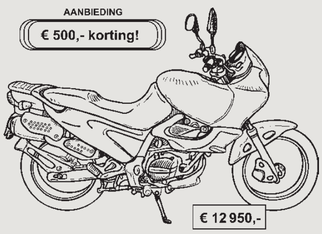
7



Wat is de prijs van de appels?

€ __________

8



Bram koopt deze motor in de aanbieding. Hij krijgt ook € 3250,- extra korting omdat hij zijn oude motor inruilt.
Hoeveel euro moet hij dan nog betalen?

€ __________

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgaven 4 tot en met 8 redelijk goed en voorbeeldopgaven 9 tot en met 14 matig. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van voorbeeldopgave 9 waarin ze moeten berekenen hoeveel liter benzine over is als een auto die 1 op 15 km rijdt 270 km heeft gereden. Het berekenen van het gemiddelde, zoals de prijs per koe (voorbeeldopgave 10) of het aantal bezoekers per dag (voorbeeldopgave 14) wordt door de percentiel-75 leerling matig beheerst. In voorbeeldopgave 11 moeten leerlingen uitrekenen hoeveel rollen vliegerpapier van 7 meter de leraar moet kopen om voor 23 leerlingen één vlieger te maken als voor een vlieger 1,75 meter vliegerpapier nodig is. 49% van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, geeft het antwoord 6, het correcte antwoord. 11% van de leerlingen geeft het antwoord 4 en 10% van de leerlingen geeft het antwoord 5.
Ook het berekenen van het totaalbedrag voor 400 broodjes van 32 cent en 500 bekertjes koffie van 24 cent (voorbeeldopgave 12) wordt door deze leerlingen matig beheerst. Ook voorbeeldopgave 13 wordt matig beheerst. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel meneer Steenberg moet betalen voor 40 bewaardozen die per 5 stuks voor € 8,49 worden verkocht.

Voorbeeldopgaven 9-13 Bewerkingen: toepassingen

9 In de tank zit 30 liter benzine.
De auto verbruikt 1 liter op 15 km.
Hoeveel liter zal er nog in de tank zitten als er 270 km is gereden?

__________ liter

10

Boer Jongsma heeft 5 koeien gekocht. Hierboven zie je de prijzen die hij heeft betaald.
Hoeveel heeft boer Jongsma gemiddeld per koe betaald?

€ __________

11 23 leerlingen van groep 8 gaan ieder een vlieger maken.
Voor één vlieger is 1,75 m vliegerpapier nodig.
Dit papier zit op rollen van 7 m.
Hoeveel rollen moet de leraar kopen?

__________ rollen

12 Wilbert verkoopt koffie en broodjes. Hij verkocht maandag 400 broodjes en 500 bekertjes koffie.
Op de broodjes verdient hij 32 cent per stuk en op de koffie 24 cent per bekertje.
Hoeveel verdiende Wilbert in totaal?

€ __________

13

Meneer Steenberg koopt 40 dozen.
Hoeveel moet hij betalen?

€ __________

De percentiel-90 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgaven 1 tot en met 8, de voorbeeldopgaven 9 tot en met 12 worden redelijk goed beheerst. De voorbeeldopgaven 13 tot en met 15 worden matig beheerst. In voorbeeldopgave 15 moeten leerlingen uitrekenen hoeveel moeder voor 6 flessen Fris & Fruit moet betalen. 3 flessen kosten € 2,69 en voor elke fles moet € 0,25 statiegeld betaald worden.

Voorbeeldopgaven 14 en 15 Bewerkingen: toepassingen

14 *Bezoekersaantallen tentoonstelling*

dagen	aantallen bezoekers
ma.	1756
di.	2306
wo.	1943
do.	844
vr.	2406

Wat was het gemiddelde aantal bezoekers per dag?

__________ bezoekers

15

Moeder koopt 6 flessen FRIS & FRUIT. Voor elke fles moet ze ook nog € 0,25 statiegeld betalen.
Hoeveel moet zij in totaal betalen?

€ __________

Verschillen tussen 2011 en 2004

In 2004 is een duidelijke afname van het prestatieniveau op dit onderwerp ten opzichte van 1997 waargenomen. In deze peiling is een licht herstel van deze afname geconstateerd; er is enige vooruitgang ten opzichte van 2004. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door een groter percentage van de leerlingen beheerst, namelijk 80%. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 56% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van de 0.3-leerling en 1.2-leerling liggen dicht bij elkaar. Het vaardigheidsniveau van de 0.3-leerling ligt enigszins hoger dan het vaardigheids-niveau van de 1.2-leerling. De afstand tot de 0.0-leerling is tamelijk groot. De gemiddelde 1.2-leerling functioneert op hetzelfde niveau als een percentiel-25 leerling uit de gehele populatie, een gemiddelde 0.0-leerling functioneert ongeveer op hetzelfde niveau als een gemiddelde leerling uit de gehele populatie.

In 1997 zagen we dat de prestaties van jongens op dit onderwerp iets hoger waren dan die van meisjes, in 2004 was dit andersom. In deze peiling is geen verschil tussen jongens en meisjes waargenomen.

De opgaven zijn voor leerlingen van alle doorstroomniveaus lastig. De gemiddelde leerling met vwo-doorstroomniveau beheerst slechts de eerste twee voorbeeldopgaven goed.
Een gemiddelde BB-leerling functioneert op het niveau van de percentiel-10 leerling.
Deze leerling beheerst geen van deze opgaven.

Tabel 4.31 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Bewerkingen: toepassingen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	243	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	223	50
1.2	216	50
Geslacht		
Jongens	251	50
Meisjes	249	50
Doorstroom		
BB	181	37
KB	202	36
GT	229	36
havo	267	36
vwo	293	36

Tabel 4.32 Bewerkingen: toepassingen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

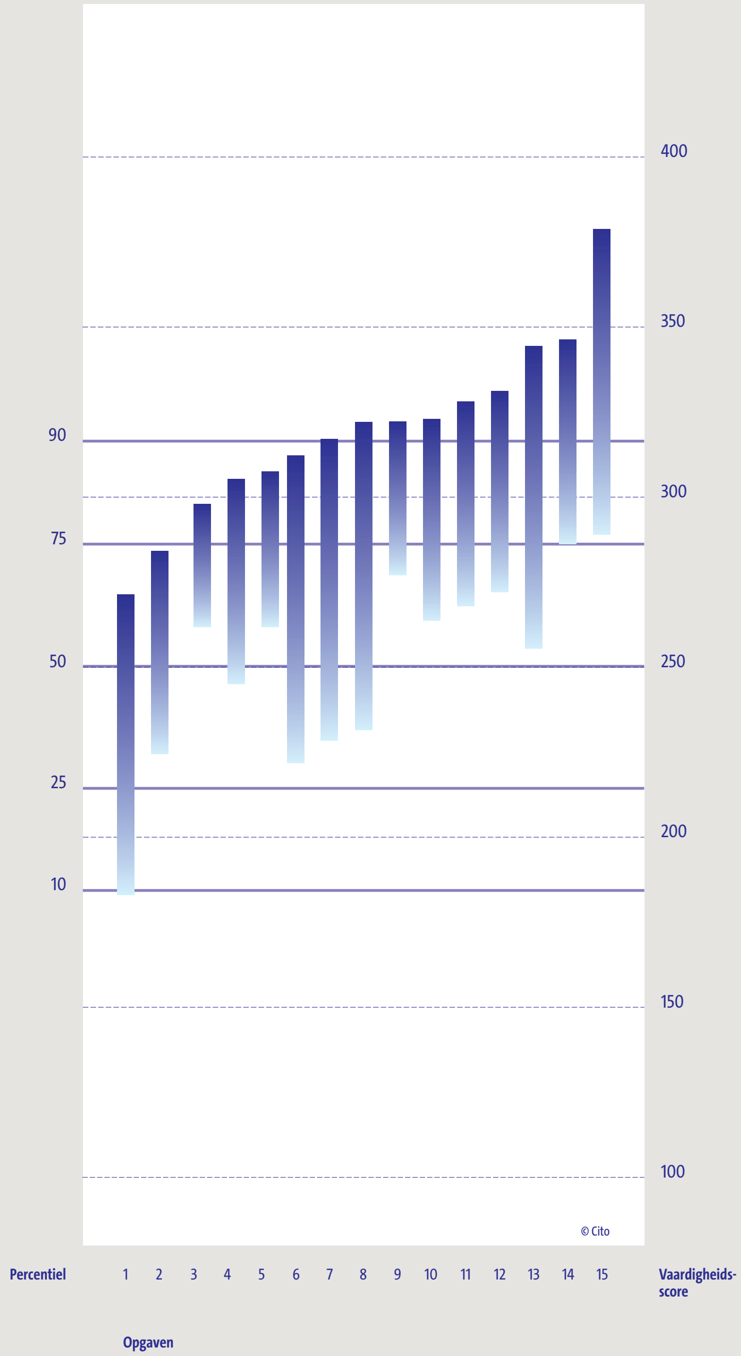
2004	2011
75%	80%
50%	56%

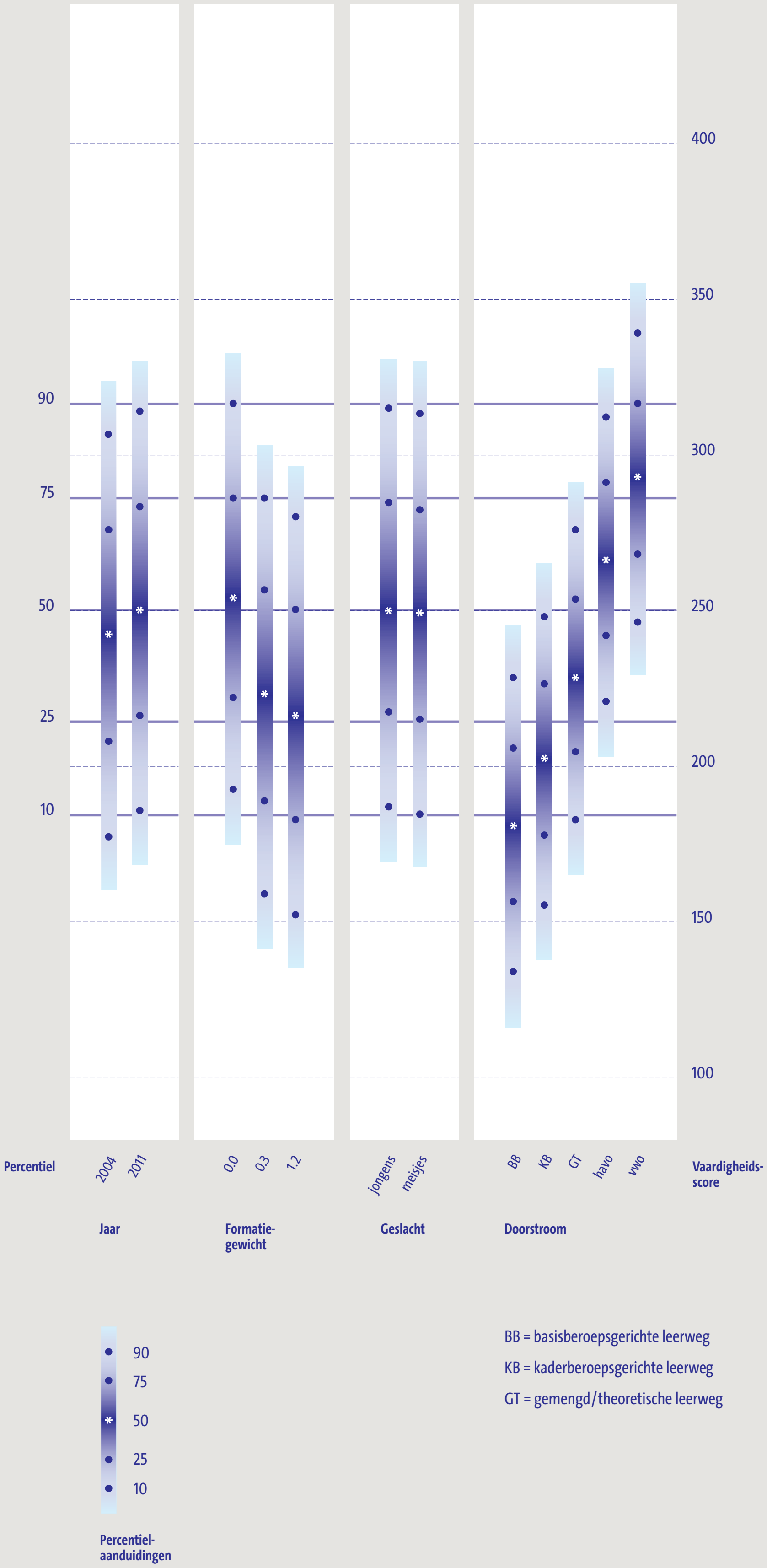
Tabel 4.33 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Bewerkingen: toepassingen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	-	1 tot en met 15
KB	-	1	2 tot en met 15
GT	-	1 en 2	3 tot en met 15
havo	-	1 tot en met 8, 13	12, 14 en 15
vwo	1 en 2	3 tot en met 15	-

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Bewerkingen: toepassingen





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

4.10 Rekenmachine

Inhoud

In de kerndoelen voor het basisonderwijs wordt aangegeven dat het onderwijs in rekenen-wiskunde erop gericht is dat leerlingen de rekenmachine met inzicht kunnen gebruiken en dat zij breuken in decimale breuken kunnen omzetten met behulp van een rekenmachine.
De opgaven bij het onderwerp *Rekenmachine* sluiten daar bij aan. Het zijn bijna allemaal contextopgaven. Naast enkele opgaven die ook bij *Bewerkingen: optellen en aftrekken*, *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* en *Bewerkingen: toepassingen* voorkomen, zijn ook opgaven opgenomen met iets complexere situaties waarin met realistische getallen gewerkt wordt. De rekenmachine kan het rekenwerk uitvoeren, nadat de leerling heeft vastgesteld welke bewerking uitgevoerd moet worden om tot het goede antwoord te komen. In een aantal opgaven is de keuze van de bewerking moeilijker omdat de getallen geen aanwijzing geven over welke bewerking uitgevoerd moet worden. Bij enkele vermenigvuldig- en deelopgaven gaat het om het afronden van de uitkomst op een bepaald aantal cijfers achter de komma. Bij delingen kan de interpretatie van de rest een apart probleem vormen. De rest verschijnt op de rekenmachine namelijk niet als ‘rest’, maar als een deel van het getal achter de komma. Daarnaast zijn er opdrachten waarbij gevraagd wordt een percentage van een bedrag uit te rekenen en een breuk met behulp van de rekenmachine om te zetten in een kommagetal.
Bij de gemakkelijkste opgaven hoeven de leerlingen alleen maar de uitkomst van de optelling van het afleesvenster van de rekenmachine over te nemen. Bij een aantal opgaven moet de leerling voor het uitvoeren van de bewerking of het juist weergeven van de uitkomst de getallen omzetten.

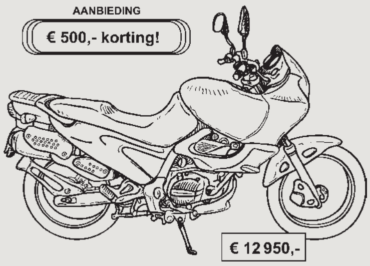
Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst geen van de voorbeeldopgaven goed. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 3 worden door deze leerlingen matig beheerst. In de eerste voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel Bram voor zijn motor moet betalen door € 3250 en € 500 af te trekken van € 12950. Deze opgave is ook afgenomen zonder rekenmachine, bij het onderwerp *Bewerkingen: toepassingen*. Wanneer deze opgave gemaakt wordt zonder rekenmachine heeft 57% van de leerlingen het antwoord correct. Met rekenmachine is dit percentage 83%.
Het antwoord 9700 komt zonder rekenmachine vaker voor dan met rekenmachine, respectievelijk 15% en 8%. Daarin is de korting die in het plaatje staat niet meegenomen.

De tweede voorbeeldopgave wordt ook matig beheerst. In deze opgave moeten leerlingen 57 delen door 7 en de uitkomst afronden op twee cijfers achter de komma. Het berekenen van het totale aantal knikkers van 2 dozen met 45 zakjes van 15 knikkers wordt door de percentiel-10 leerling matig beheerst (voorbeeldopgave 3). Ook deze opgave is afgenomen zonder rekenmachine, bij het onderwerp *Bewerkingen: toepassingen*. Wanneer deze opgave gemaakt wordt zonder rekenmachine heeft 55% van de leerlingen het antwoord correct, met rekenmachine is dit percentage hoger, namelijk 79%. Zowel zonder als met rekenmachine geeft 7% van de leerlingen geeft het antwoord 90. Deze leerlingen hebben alleen het aantal zakjes in de 2 dozen berekend. 4% van de leerlingen komt tot het antwoord 2700.

Voorbeeldopgaven 1-3 Rekenmachine

1



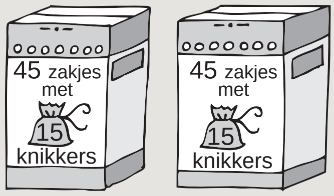
Bram koopt deze motor in de aanbieding. Hij krijgt ook € 3250,- extra korting omdat hij zijn oude motor inruilt.
Hoeveel euro moet hij dan nog betalen?

€ ___________

2 Rond je uitkomst af op 2 cijfers achter de komma.

57 : 7 = _______

3



Hoeveel knikkers zitten in deze 2 dozen samen?

___________ knikkers

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven redelijk. Voorbeeldopgaven 5 en 7 worden door deze leerlingen eveneens matig beheerst. Voorbeeldopgaven 4 en 6 zijn voor deze leerlingen nog te moeilijk. Voorbeeldopgave 5 is een meerkeuzeopgave waarin leerlingen gevraagd worden uit te rekenen hoeveel euro rente Liselot na een jaar krijgt als ze € 121,25 op haar spaarrekening heeft en 3,5% rente krijgt. Ook voorbeeldopgave 7 is een meerkeuzeopgave. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen op basis van de kiloprijs (9,25) en het gewicht van de kip (877 gram) berekenen hoeveel ze voor de kip moeten betalen.
In voorbeeldopgave 4 moeten leerlingen met de rekenmachine uitrekenen hoeveel 1 brief ongeveer weegt als 329 brieven samen 5100 gram wegen. Leerlingen moeten hun antwoord op hele grammen afronden. De percentiel-25 leerling beheerst deze opgave nog niet. Ook hebben deze leerlingen nog geen beheersing van voorbeeldopgave 6. In die voorbeeldopgave worden leerlingen gevraagd te berekenen hoeveel euro vader van zijn € 100 over houdt als hij zo veel mogelijk struiken van € 5,75 per stuk koopt.

Voorbeeldopgaven 4-7 Rekenmachine

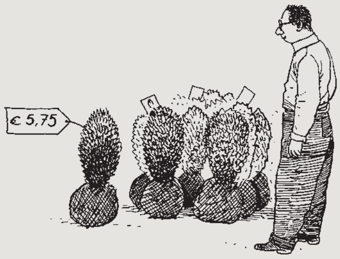
4 Een stapel van 319 brieven met reclamedrukwerk weegt 5100 gram.
Reken uit op je rekenmachine hoeveel een brief weegt.
Rond je antwoord op hele grammen af

Een brief weegt ongeveer _________ gram

5 Liselot heeft € 121,25 op haar spaarrekening. Ze krijgt 3,5% rente per jaar.
Welk bedrag krijgt ze na een jaar aan rente?

A € 4,24
B € 3464,29
C € 0,35
D € 42437,50

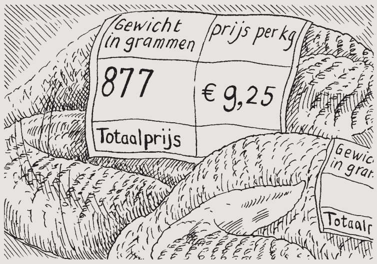
6



Vader wil van deze struiken een heg om de tuin.
Hij wil niet meer uitgeven dan 100 euro. Vader koopt zoveel mogelijk struiken.
Hoeveel geld houdt hij dan over?

€ ___________

7



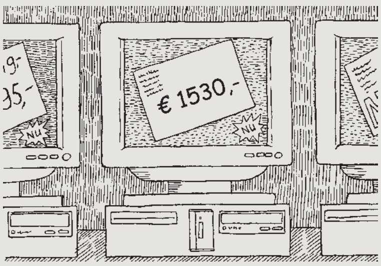
Hoeveel moet je voor deze kip betalen?

A € 0,95 C € 10,55
B € 8,11 D € 81,12

De gemiddelde leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 en 5 redelijk. De voorbeeldopgaven 6 tot en met 11 worden door deze leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 7 zijn hierboven besproken. Voorbeeldopgaven 8 tot en met 10 zijn meerkeuzeopgaven. In voorbeeldopgave 8 moeten leerlingen berekenen hoeveel euro Jamai voor een laptop van € 1530 moet betalen als hij 15% korting krijgt. In voorbeeldopgave 9 moeten leerlingen berekenen hoeveel flessen een machine in 6 uur en 30 minuten heeft gevuld (6,5 uur x 10 800 flessen per uur). Ze moeten hun antwoord afronden op een honderdtal. Daarnaast wordt in voorbeeldopgave 10 gevraagd hoeveel de aardappels per kilo kosten als 4,100 kg € 1,41 per kilo kost. Deze drie meerkeuzeopgaven worden door de gemiddelde leerling matig beheerst. Ten slotte hebben deze leerlingen ook een matige beheersing van voorbeeldopgave 11. In deze voorbeeldopgave wordt aan leerlingen gevraagd hoeveel klein geld aan het einde van de dag in de kassa zit. Leerlingen moeten dus het aantal munten vermenigvuldigen met hun waarde en deze vervolgens bij elkaar optellen.

Voorbeeldopgaven 8-11 Rekenmachine

8



Jamai koopt deze computer. Hij krijgt een korting van 15%.
Hoeveel moet hij betalen?

A € 229,50 C € 1428,-
B € 1300,50 D € 1528,98

9 Een machine vult 10 800 flessen per uur. Iedere dag werkt de machine 6 uur en 30 minuten.
Hoeveel flessen zijn er op een dag dan ongeveer gevuld?
Rond af op een honderdtal.

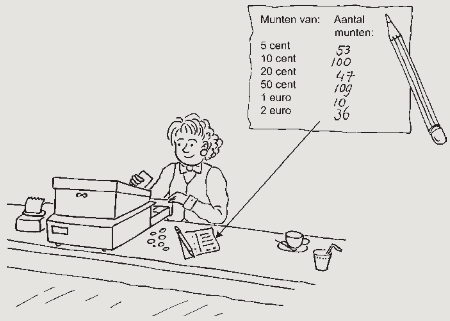
A 1700 C 68 000
B 42 100 D 70 200

10

Hoeveel euro kosten deze aardappelen per kg?

A € 0,03
B € 0,30
C € 3,33
D € 6,63

11



Aan het eind van de dag telt Lia het kleingeld in de kassa.
Hoeveel euro is dat in totaal?

€ __________

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 9 tot en met 12 redelijk tot matig. In voorbeeldopgave 12 moeten leerlingen berekenen hoeveel liter benzine vader heeft getankt (€ 37,45 : € 1,59). De leerlingen wordt gevraagd om hun antwoord af te ronden op één cijfer achter de komma. De percentiel-75 leerling beheerst dit matig.

De percentiel-90 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 tot en met 12 goed en voorbeeldopgave 13 matig. Voorbeeldopgaven 14 en 15 zijn zelfs voor deze leerlingen nog te uitdagend. Voorbeeldopgave 13 wordt door deze leerlingen matig beheerst. De leerlingen moeten berekenen hoeveel mensen in Nederland er gemiddeld per vierkante kilometer wonen (41 528 km^2 : 16,5 miljoen mensen). Ze moeten hun antwoord afronden op een geheel getal. 18% van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, geeft het correcte antwoord 397. 15% geeft het antwoord 2517. Deze leerlingen hebben de oppervlakte van Nederland 41 528 gedeeld door 16,5. Ook de 5% leerlingen die tot het antwoord 2516 kwamen hebben deze berekening uitgevoerd; alleen hebben deze leerlingen niet naar boven afgerond. Voorbeeldopgaven 14 en 15 vallen buiten het vaardigheidsbereik van de percentiel-90 leerling. In deze voorbeeldopgaven moeten leerlingen berekenen wat de waarde van één Amerikaanse dollar is (voorbeeldopgave 14) en hoeveel rondjes elke leerling gemiddeld bij de sponsorloop heeft gelopen (voorbeeldopgave 15).

Voorbeeldopgaven 12-15 Rekenmachine

12 Vader tankt voor € 37,45 benzine.
De benzine kost € 1,59 per liter.
Hoeveel liter tankt hij?
(rond af op één cijfer achter de komma)

__________ liter

13 De oppervlakte van Nederland is 41 528 km^2.
In Nederland wonen 16,5 miljoen mensen.
Hoeveel mensen wonen gemiddeld in Nederland per km^2?
Rond af op een geheel getal.

____

14

Jitske gaat naar New York. Zij wisselt bij de bank € 500,- voor Amerikaanse Dollars. Zij ontvangt 467 dollar. Het omwisselen kost € 4,98.
Hoeveel euro is één Amerikaanse Dollar waard?

€ __________

15

128 leerlingen hebben meegedaan aan een sponsorloop. De opbrengst was € 725,50.
Hoeveel rondjes heeft elke leerling gemiddeld gelopen?

__________ rondjes

Verschillen tussen 2011 en 2004

Voor het onderwerp *Rekenmachine* is een vooruitgang ten opzichte van 2004 gevonden. De afname in vaardigheid die gesignaleerd is in 2004 heeft niet doorgezet. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door een groter percentage van de leerlingen beheerst, namelijk 82%. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 60% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Het vaardigheidsniveau op dit onderwerp van 0.0-leerlingen ligt op een relatief grote afstand ten opzichte van het vaardigheidsniveau van de 0.3- en 1.2-leerling. Het vaardigheidsniveau van de 0.3- en 1.2-leerling is nagenoeg gelijk.

In tegenstelling tot de peiling in 1997 en in 2004 verschillen de prestaties van jongens en meisjes in de huidige peiling niet. De prestaties van jongens waren in de vorige peilingen iets beter dan die van meisjes.

Uit de vergelijking van de doorstroomniveaus blijkt dat de gemiddelde BB-leerling op dit onderwerp lager functioneert dan de gemiddelde percentiel-10 leerling. Deze leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven matig. De gemiddelde KB-leerling functioneert ongeveer op hetzelfde niveau als de percentiel-25 leerling. Deze leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven beter, maar ook nog steeds matig. De gemiddelde leerling met vwo-doorstroomniveau functioneert op een niveau hoger dan de gemiddelde percentiel-75 leerling. Deze leerling beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 9 tot en met 12 matig en de opgaven 13, 14 en 15 nog niet.

Tabel 4.34 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Rekenmachine

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	237	49
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	218	50
1.2	214	49
Geslacht		
Jongens	251	50
Meisjes	248	50
Doorstroom		
BB	174	33
KB	210	34
GT	230	33
havo	266	32
vwo	305	33

Tabel 4.35 Rekenmachine: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

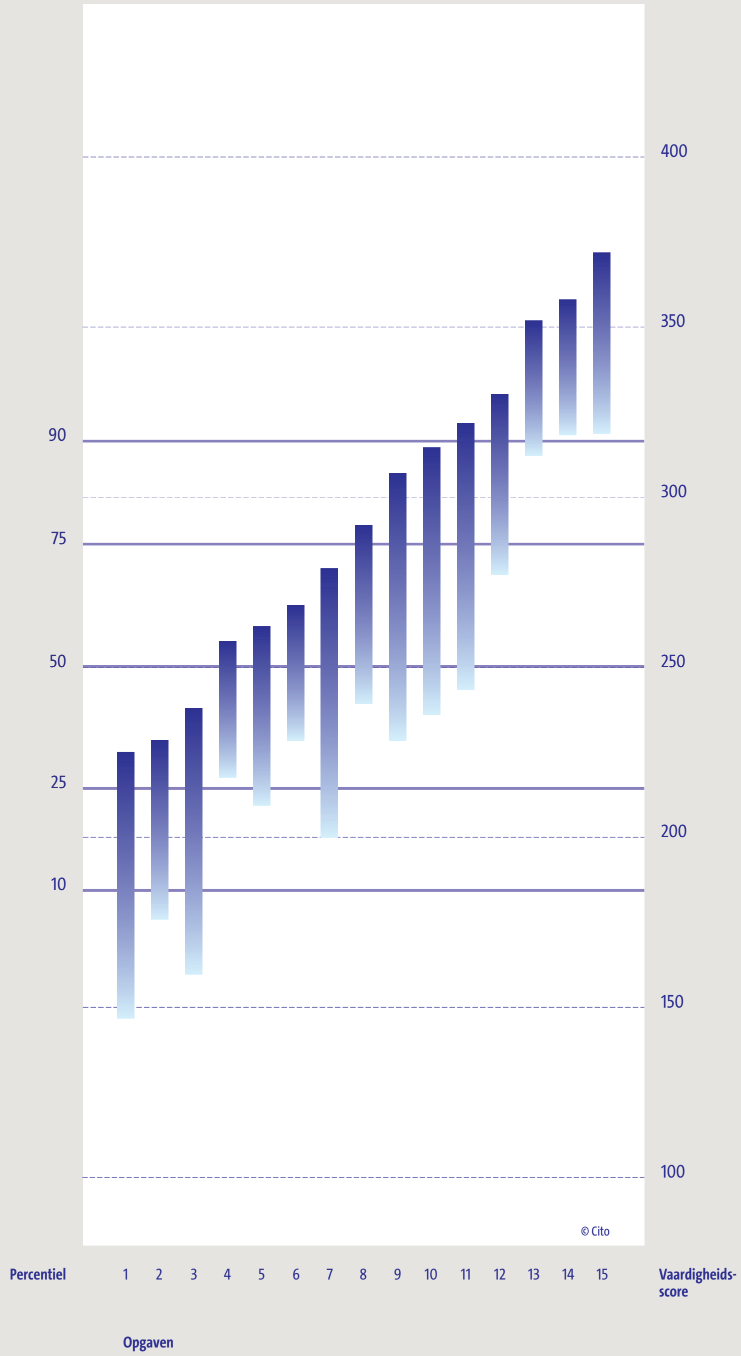
2004	2011
75%	82%
50%	60%

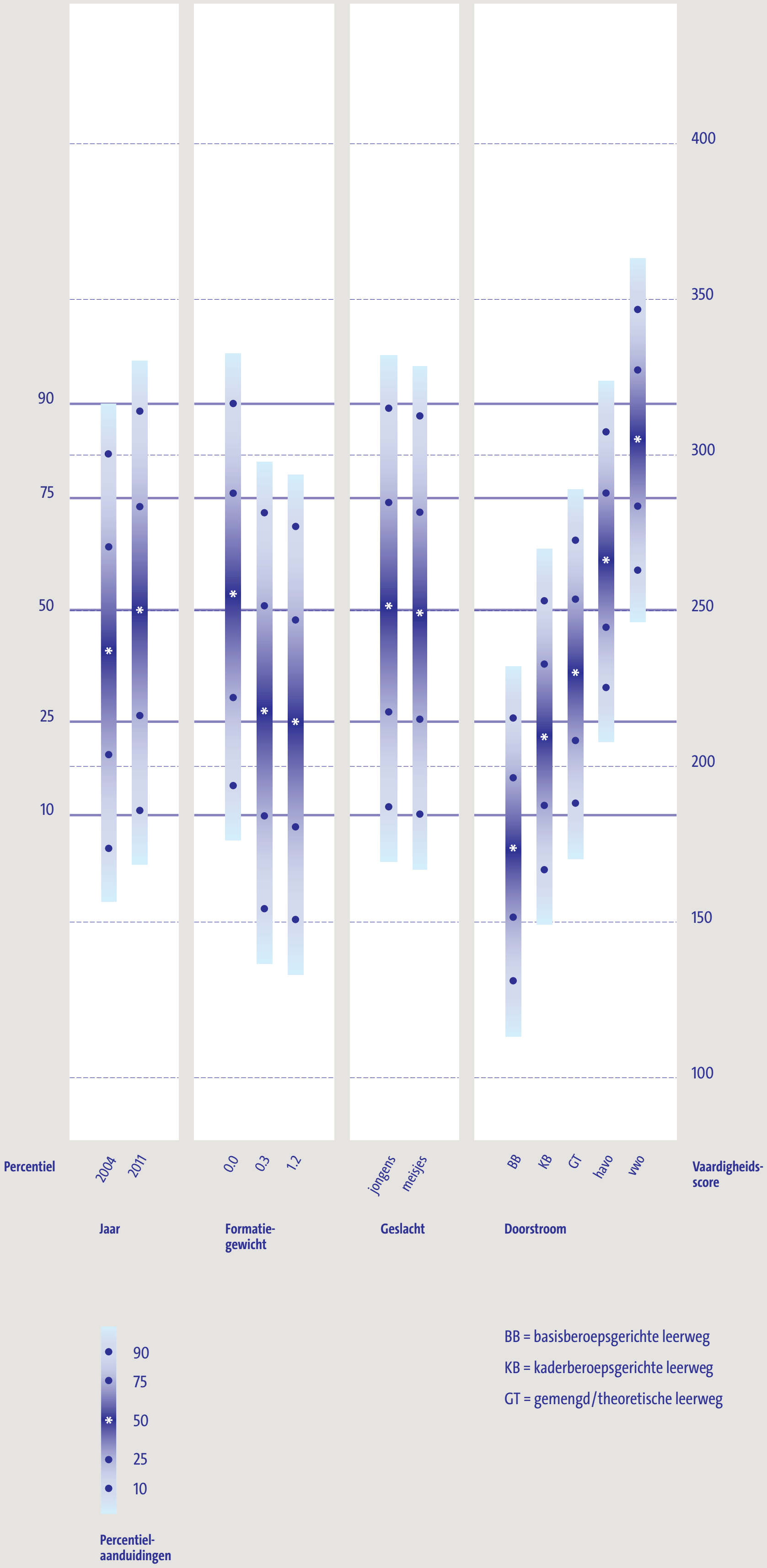
Tabel 4.36 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Rekenmachine

Doorstroomkenmerk	Opgaven die de gemiddelde leerling: goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	1 en 3	2, 4 tot en met 15
KB	-	1 tot en met 3, 5 en 7	4, 6, 8 tot en met 15
GT	1 en 2	1 tot en met 7, 9,	8, 10 tot en met 15
havo	1 tot en met 5	6 tot en met 11	12 tot en met 15
vwo	1 tot en met 8	9 tot en met 12	13 tot en met 15

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Rekenen met een zakrekenmachine





400
350
300
250
200
150
100
90
75
50
25
10
Percentiel
2004
2011
0.0
0.3
1.2
jongens
meisjes
BB
KB
GT
havo
vwo
Vaardigheids-
score
Jaar
Formatie-
gewicht
Geslacht
Doorstroom
90
75
50
25
10
Percentiel-
aanduidingen
BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

5 Strategiegebruik bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven

5 Strategiegebruik bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven

Marije F. Fagginger Auer, Marian Hickendorff & Cornelis M. van Putten, Universiteit Leiden

5.1 Achtergrond

Deze balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het eind van de basisschool richt zich vooral op het vaardigheidsniveau van leerlingen en kijkt daarvoor of de antwoorden die leerlingen geven op opgaven goed of fout zijn. Daarnaast is een relevante vraag hoe de leerlingen opgaven oplossen: met welke strategie? Inmiddels is er een sterke samenwerking opgebouwd tussen de Universiteit Leiden en Cito waarin deze oplossingsstrategieën bij het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* in de peilingsonderzoeken in kaart worden gebracht. Voor de peilingen van 1997, 2004 en nu ook die van 2011, is het strategiegebruik van leerlingen bepaald door te kijken naar de uitwerkingen die zij noteerden in hun toetsboekjes. In de vorige balans (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005) werd in een apart hoofdstuk het strategiegebruik bij delen in 1997 en 2004 beschreven (Van Putten, 2005). In het hoofdstuk dat u nu leest, wordt meer verteld over het strategiegebruik bij vermenigvuldigen en delen in de peiling van 2011. Voordat de nieuwe resultaten worden beschreven, geven we eerst een overzicht van de bevindingen over het strategiegebruik in 1997 en 2004.

Na publicatie van het hoofdstuk over deelstrategieën in de balans van 2004 zijn statistisch geavanceerdere analyses uitgevoerd op de gegevens. Het doel van deze analyses was om inzicht te krijgen in hoeverre veranderingen in strategiegebruik een verklaring konden bieden voor de sterke prestatiedaling bij vermenigvuldigen en delen tussen de peilingen van 1997 en 2004. Hierbij werd geprobeerd om twee vragen te beantwoorden: (1) is het strategiegebruik veranderd tussen 1997 en 2004 en (2) zijn de verschillende strategieën even succesvol en zijn die succeskansen veranderd tussen 1997 en 2004? De resultaten van het onderzoek naar deze vragen zijn eerder in verschillende nationale en internationale publicaties besproken (Hickendorff, 2011; Hickendorff, Heiser, Van Putten & Verhelst, 2009; Van Putten & Hickendorff, 2006, 2009) en worden hieronder kort samengevat.

5.1.1 Veranderingen in strategiegebruik bij vermenigvuldigen en delen

Bij het in kaart brengen van het strategiegebruik werden vier hoofdstrategieën onderscheiden:
- het cijferalgoritme (cijferend onder elkaar vermenigvuldigen of de staartdeling voor delen; zie ook tabel 5.1);
- niet-cijferende schriftelijke strategieën (kolomsgewijs vermenigvuldigen en delen, maar ook andere schriftelijke strategieën zoals splitsen bij vermenigvuldigen of opvermenigvuldigen bij delen);
- het antwoorden zonder het noteren van een schriftelijke uitwerking;
- overige strategieën (hoofdzakelijk overgeslagen opgaven).

Het bleek dat het strategiegebruik van leerlingen was veranderd tussen 1997 en 2004. Het percentage leerlingen dat vooral het cijferalgoritme toepaste, daalde van 67 naar 44% bij vermenigvuldigen en van 43 naar 17% bij delen. Een verrassend resultaat was dat het percentage leerlingen dat antwoordde zonder schriftelijke uitwerking was toegenomen (van 13 naar 22% bij vermenigvuldigen en van 16 naar 36% bij delen). Bij vermenigvuldigen pasten daarnaast meer leerlingen vooral de niet-cijferende schriftelijke strategieën toe (toename van 7 naar 22%), terwijl deze groep bij delen ongeveer dezelfde omvang had in 1997 als in 2004 (respectievelijk 27 en 31 procent).

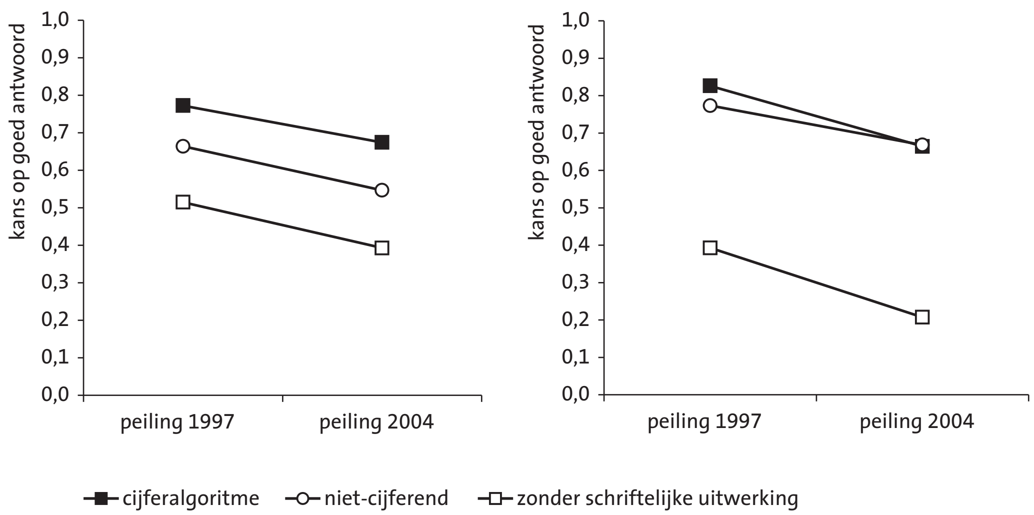
Bij vermenigvuldigen lijkt dus het cijferalgoritme voor een deel plaats te hebben gemaakt voor zowel niet-cijferende schriftelijke strategieën als voor antwoorden zonder enige schriftelijke aantekeningen of berekeningen, maar blijft het cijferalgoritme wel de meest voorkomende strategie. Bij delen lijkt voor de verdwijnende staartdeling vooral het antwoorden zonder uitwerking in de plaats gekomen; een verschuiving die overigens grotendeels aan jongens toegeschreven moet worden. Een vervolgstudie (Hickendorff, Van Putten, Verhelst & Heiser, 2010) heeft verder uitgewezen dat ‘antwoorden zonder schriftelijke uitwerking’ bij delen vooral hoofdrekenen inhield (en niet bijvoorbeeld het zogenaamde ‘luchtcijferen’, waarbij cijferalgoritmes in het hoofd worden uitgevoerd).

5.1.2 Succes van de verschillende vermenigvuldig- en deelstrategieën

Een logische vervolgvraag is wat deze verschuiving in strategiegebruik voor gevolgen heeft gehad voor de prestaties. Daarom analyseerden we de succeskansen van de verschillende strategieën: in hoeveel procent van de gevallen leidt een strategie tot het goede antwoord, gecorrigeerd voor de moeilijkheidsgraad van de opgave en het vaardigheidsniveau van de leerling?

In figuur 5.1 staan deze succeskansen van de strategieën afgebeeld. Op basis van het statistische model zijn dit de geschatte kansen dat een gemiddelde leerling een gemiddelde vermenigvuldig- (links) of deelopgave (rechts) goed beantwoordt. De categorie ’overige strategieën’ is niet afgebeeld, omdat dit een heterogene categorie is die vooral bestaat uit overgeslagen opgaven (die natuurlijk nooit goed beantwoord zijn).

Figuur 5.1 Succeskansen van de strategieën in de peiling van 1997 en 2004 voor een gemiddelde leerling op een gemiddelde opgave bij vermenigvuldigen en delen.



Een aantal zaken valt op. Zo zijn de verschillende strategieën niet even succesvol. Zowel bij vermenigvuldigen als bij delen, en zowel in 1997 als in 2004, waren de schriftelijke strategieën (cijferend en niet-cijferend) significant succesvoller dan het antwoorden zonder schriftelijke uitwerking. De verschuiving van gebruik van de cijferalgoritmes naar het antwoorden zonder uitwerking heeft dus een ongunstig effect gehad op de prestaties. Bij vermenigvuldigen bleek verder dat binnen de schriftelijke strategieën het cijferalgoritme significant succesvoller was dan de niet-cijferende strategieën. Bij delen was dit onderlinge verschil in succeskansen niet significant, hoewel uit een verdere analyse bleek dat dit weliswaar gold voor de zwakke en de sterke rekenaars, maar dat voor leerlingen van gemiddeld rekenniveau de staartdeling wél significant succesvoller was dan de niet-cijferende schriftelijke strategieën. Ten slotte valt op dat elk van de drie strategieën, zowel bij vermenigvuldigen als delen, een lagere succeskans had in 2004 dan in 1997. Met andere woorden: elke strategie heeft aan succes ingeboet. Leerlingen die in de peiling van 1997 een bepaalde deelopgave met bijvoorbeeld een staartdeling oplosten, kwamen vaker tot het goede antwoord dan leerlingen die in de peiling van 2004 dezelfde opgave met een staartdeling oplosten.
De verklaring voor de prestatiedaling tussen 1997 en 2004 op het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* lijkt dus deels te liggen in het veranderde strategiegebruik: een verschuiving van de succesvollere schriftelijke strategieën naar het riskantere antwoorden zonder schriftelijke uitwerking. Daarnaast blijft echter nog een onverklaarde prestatiedaling bínnen elke oplossingsstrategie over; een naar ons idee zorgelijke ontwikkeling.

Hierna volgen de beschrijvende resultaten van het strategiegebruik bij vermenigvuldigen en delen in de peiling van 2011. Vervolgens zal een eerste verkennende analyse naar de veranderingen in strategiegebruik en strategiesucces tussen de peilingen van 1997, 2004 en 2011 gepresenteerd worden. Wegens de beperkte tijd tot publicatie van deze balans was het nog niet mogelijk om dezelfde geavanceerde analyses te doen als op het strategieënonderzoek bij de peilingen van 1997 en 2004 is gedaan.

5.2 Peilingsonderzoek 2011: gebruik en succes van strategieën

5.2.1 Methode

Het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* bevatte in het peilingsonderzoek 2011 in totaal dertien vermenigvuldig- en acht deelopgaven. Daarvan maakten 1609 leerlingen 3 of 6 opgaven per persoon, waarvan tussen de 1 en 4 vermenigvuldigopgaven en tussen de 1 en 3 deelopgaven. In totaal hebben de leerlingen 4613 vermenigvuldig- en 2852 deelopgaven gemaakt. De toetsleiders werden geïnstrueerd de leerlingen erop te wijzen dat zij geen afzonderlijk uitrekenpapier mochten gebruiken, maar dat zij voor het noteren van berekeningen de open ruimte in het toetsboekje moesten gebruiken (daarvoor was voldoende ruimte gereserveerd). Op basis van de uitwerkingen in de boekjes werd bepaald welke oplossingsstrategieën de leerlingen gebruikten.

5.2.1.1 Strategiecodering

Van de vermenigvuldigopgaven werd 28% beantwoord zonder dat daarbij een schriftelijke uitwerking in het boekje werd genoteerd, werd 7% niet gemaakt en werd 1% beantwoord met een onduidelijke uitwerking die niet kon worden gecodeerd of met toepassing van een verkeerde bewerking. Van de deelopgaven werd 35% beantwoord zonder dat daarbij een uitwerking werd genoteerd, werd 13% niet gemaakt en werd 3% beantwoord met een onduidelijke uitwerking die niet kon worden gecodeerd of met toepassing van een verkeerde bewerking (meestal vermenigvuldigen van het deeltal en de deler in plaats van delen).

De uitwerkingen van de resterende 64% van de vermenigvuldigopgaven en 49% van de deelopgaven werden geclassificeerd in drie hoofdcategorieën. De eerste hoofdcategorie omvat de cijferalgoritmes voor vermenigvuldigen en delen (voor delen ook wel bekend als de traditionele staartdeling). De tweede hoofdcategorie omvat de kolomsgewijze vermenigvuldigingen en delingen, met bijbehorende schematische notatie. De derde hoofdcategorie omvat de overige schriftelijke uitwerkingen, zoals compenseren (bijvoorbeeld 24 x 19 uitrekenen als 24 x 20 – 24) of opvermenigvuldigen. Zie tabel 5.1 voor voorbeelden van uitwerkingen van vermenigvuldig- en deelopgaven in elk van de drie hoofdcategorieën.
Binnen de hoofdcategorieën werd per bewerking nog verder onderscheid gemaakt.
Bij vermenigvuldigen werden binnen de derde hoofdcategorie van overige schriftelijke uitwerkingen vier subcategorieën onderscheiden: het splitsen van één van de te vermenigvuldigen getallen; het splitsen van de beide te vermenigvuldigen getallen (maar dan zonder de schematische notatie van de kolomsgewijze aanpak); compenseren; en de rest van de uitwerkingen. Bij delen werd binnen de hoofdcategorieën van de kolomsgewijze deling en de overige schriftelijke uitwerkingen een onderscheid gemaakt naar de mate van verkorting van de oplossing: ‘laag niveau’ (dat wil zeggen in veel kleine stappen tot het antwoord komen) en ‘hoog niveau’ (dat wil zeggen in een beperkt aantal efficiënte stappen tot het antwoord komen; niet meer stappen dan wanneer de opgave zou worden opgelost met een staartdeling).

Tabel 5.1 Voorbeelden van uitwerkingen van vermenigvuldig- en deelopgaven in elk van drie hoofdcategorieën van strategieën.

Strategiecategorie	**Vermenigvuldigen**	**Delen**
cijferalgoritme	24 19x 216 240+ 456	3 / 23,70 \ 7,90 21 27 27 0
kolomsgewijs	24 19x 36 180 40 200+ 456	23,70 : 3 = 15,00 – 5x 8,70 6,00 – 2x 2,70 2,70 – 0,90x + 0 7,90x
anders schriftelijk	24 x 20 = 480 480 – 24 = 456	3 x 7 = 21 3 x 7,50 = 22,50 3 x 7,90 = 23,70

5.2.2 Gebruik en succes van strategieën

Tabel 5.2 geeft het strategiegebruik bij vermenigvuldigopgaven in het peilingsonderzoek 2011 weer in het aantal en percentage vermenigvuldigopgaven waarop elke gecodeerde strategie is toegepast. Het succes van de vermenigvuldigstrategieën wordt weergegeven in het percentage goede antwoorden per strategie. Tabel 5.3 geeft dezelfde informatie over gebruik en succes van strategieën voor de deelopgaven.

Zowel bij vermenigvuldigen als bij delen werd een groot gedeelte van de opgaven beantwoord zonder dat daarbij een uitwerking werd genoteerd: dit was het geval bij 28% van de vermenigvuldig- en 35% van de deelopgaven. Dit terwijl deze strategie relatief (zeer) lage succeskansen had; van 51% voor vermenigvuldigen en 22% voor delen. Daarnaast werd 7% van de vermenigvuldig- en 13% van de deelopgaven überhaupt niet gemaakt. Daarentegen hadden de vaste, gestructureerde kolomsgewijze strategieën en cijferalgoritmes die op 40% van de opgaven werden toegepast relatief hoge succeskansen van 68% voor vermenigvuldigen en respectievelijk 63 en 61% voor delen. De andere schriftelijke strategieën leidden gemiddeld tot lagere percentages goede antwoorden (59% voor vermenigvuldigen en 50% voor delen), maar dit verschilde sterk per specifieke strategie. Zo was 75% van de vermenigvuldigopgaven die werden opgelost door middel van compenseren goed, terwijl vermenigvuldigingen waarbij de beide te vermenigvuldigen getallen werden gesplitst zonder kolomsgewijs of cijferend schema maar in 39% van de gevallen goed waren. Bij delen lagen de succeskansen van oplossingen met een hoog niveau van verkorting een stuk hoger (76% goed) dan die van oplossingen met een laag niveau van verkorting (42 dan wel 48% goed).

Tabel 5.2 Gebruik en succes van vermenigvuldigstrategieën in het peilingsonderzoek 2011

	Gebruik op opgaven		Succes
Strategie	**(aantal)**	**(%)**	**(% goed)**
cijferalgoritme	1720	37	68
kolomsgewijze vermenigvuldiging	141	3	68
anders schriftelijk	1098	24	59
één getal gesplitst	601	13	62
twee getallen gesplitst	174	4	39
compenseren	181	4	75
rest	142	3	52
antwoord zonder uitwerking	1273	28	51
overige	381	8	3
verkeerde bewerking toegepast	16	0	0
uitwerking onduidelijk	49	1	24
opgave niet gemaakt	316	7	0
totaal	4613	100	56

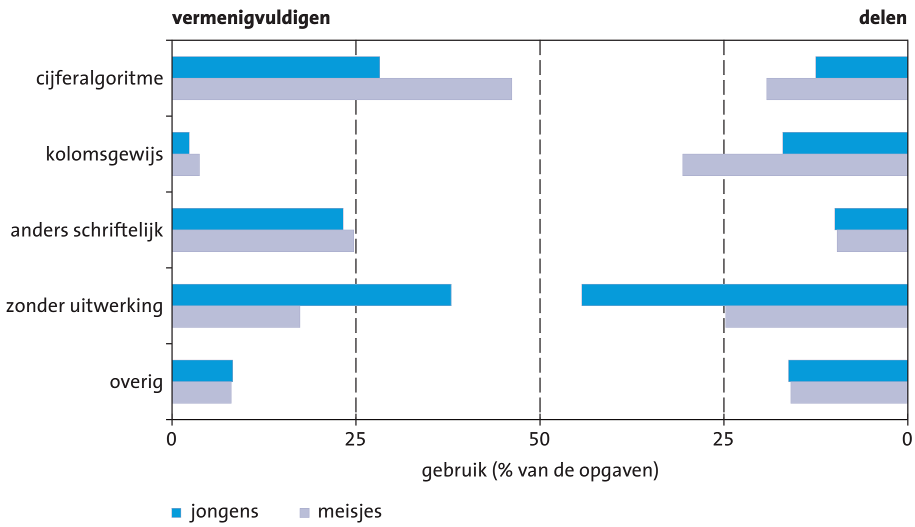
Tabel 5.3 Gebruik en succes van deelstrategieën in het peilingsonderzoek 2011

Strategie	Gebruik op opgaven (aantal)	(%)	Succes (% goed)
cijferalgoritme	448	16	61
kolomsgewijze vermenigvuldiging	682	24	63
laag niveau	327	11	48
hoog niveau	355	12	76
anders schriftelijk	279	10	50
laag niveau	212	7	42
hoog niveau	67	2	76
antwoord zonder uitwerking	988	35	22
overige	455	16	4
verkeerde bewerking toegepast	13	0	0
uitwerking onduidelijk	63	2	29
opgave niet gemaakt	379	13	0
totaal	2852	100	38

5.2.3 Samenhang tussen geslacht en strategiegebruik

Wanneer we het strategiegebruik relateren aan het geslacht van de leerlingen, is er een duidelijk patroon zichtbaar (zie figuur 5.2). Jongens gaven veel vaker antwoord zonder een uitwerking te noteren dan meisjes, bij 38% tegenover 17% van de vermenigvuldigopgaven en bij 44% tegenover 25% van de deelopgaven. Meisjes gebruikten daarentegen vaker het cijferalgoritme en pasten het toe op 46% tegenover 28% van de vermenigvuldigopgaven en op 19% tegenover 13% van de deelopgaven. Ook gebruikten meisjes de kolomsgewijze deling op 31% van de deelopgaven, waar jongens dat maar bij 17% deden. Bij andere schriftelijke strategieën en overige oplossingen waren er geen grote verschillen tussen jongens en meisjes.

Figuur 5.2 Gebruik van vermenigvuldig- en deelstrategieën naar geslacht van de leerling in het peilingsonderzoek 2011.



5.2.4 Patronen van strategiegebruik binnen leerlingen

Is het een vaste groep leerlingen die steeds opgaven beantwoordt zonder uitwerking, of kiezen veel leerlingen daar zo nu en dan voor? Gebruiken leerlingen die deelopgaven oplossen met de staartdeling ook het cijferalgoritme voor vermenigvuldigen? Een statistische techniek waarmee patronen van strategiegebruik binnen leerlingen in kaart kunnen worden gebracht is latente-klassen-analyse. Hierbij vormen leerlingen met gelijksoortige patronen van strategiegebruik samen een latente klasse. Elke latente klasse vertegenwoordigt daarmee een specifiek profiel van strategiekeuzes. De klassen worden latent genoemd omdat ze niet direct observeerbaar zijn, maar alleen afgeleid kunnen worden uit strategiekeuzes die leerlingen maken. Meer technische details over latente-klassen-analyse zijn te vinden in een artikel van Hickendorff en anderen (2009).

Een latente-klassen-analyse op de strategiekeuzes van de leerlingen op de dertien vermenigvuldig- en acht deelopgaven in peilingsonderzoek 2011 liet zien dat er vier verschillende latente klassen van strategiekeuzes konden worden onderscheiden:

- 31% van de leerlingen werd geclassificeerd in een latente klasse waarin vooral opgaven werden beantwoord zonder uitwerking en ook regelmatig opgaven niet gemaakt werden;
- 29% van de leerlingen werd geclassificeerd in een latente klasse waarin vermenigvuldig-opgaven vooral werden opgelost met het cijferalgoritme en deelopgaven met de kolomsgewijze deling;
- 21% van de leerlingen werd geclassificeerd in een latente klasse waarin vermenigvuldig-opgaven vooral werden opgelost met andere schriftelijke strategieën en deelopgaven met verschillende strategieën (vooral kolomsgewijs, zonder uitwerking en anders schriftelijk);
- en 19% van de leerlingen werd geclassificeerd in een latente klasse waarin vermenigvuldig- en deelopgaven vooral werden opgelost met de cijferalgoritmes.

Leerlingen lijken dus vrij consequent één of twee voorkeursstrategieën toe te passen. Bijna de helft van de leerlingen kiest meestal een gestructureerde algoritmische aanpak: bij vermenigvuldigen cijferend en bij delen cijferend (19%) of kolomsgewijs (29%). De andere twee klassen leerlingen maken regelmatig keuzes voor strategieën die minder vaak goede antwoorden opleveren. Een op de vijf leerlingen noteert bij vermenigvuldigen meestal uitwerkingen die geen vast algoritme volgen en heeft geen dominante aanpak voor delen. Bijna één op de drie leerlingen benut zelden het cijferalgoritme of de kolomsgewijze aanpak en noteert meestal geen uitwerking, of maakt zelfs opgaven niet.

5.3 Veranderingen in de tijd: peilingsonderzoeken van 1997, 2004 en 2011

Het gebruik en succes van strategieën in de peiling van 2011 kan worden gerelateerd aan dat van eerdere peilingsonderzoeken in 2004 en 1997, doordat bij de opeenvolgende peilings-onderzoeken deels gemeenschappelijke opgaven aan de leerlingen worden voorgelegd. Zo zaten zes van de vermenigvuldig- en vier van de deelopgaven uit PPON 2011 ook in PPON 2004 en vijf van de vermenigvuldig- en vier van de deelopgaven uit PPON 2004 ook in PPON 1997.

5.3.1 Gebruik en succes van strategieën in 1997, 2004 en 2011

Tabel 5.4 geeft het strategiegebruik en de prestaties op de gemeenschappelijke vermenigvuldig-opgaven van PPON 1997 en 2004 en PPON 2004 en 2011. Tabel 5.5 geeft deze informatie voor delen. Omdat de opgaven uit PPON 2004 die ook voorkwamen in PPON 1997 niet (allemaal) dezelfde zijn als de opgaven uit PPON 2004 die ook voorkwamen in PPON 2011, staan er voor

2004 twee sets opgaven in de tabellen. Vergelijkingen kunnen dus alleen gemaakt worden tussen aangrenzende kolommen.
Zoals in deze tabellen te zien is en zoals eerder in meer detail werd besproken in de inleiding, werd in 2004 het cijferalgoritme zowel bij vermenigvuldigen als delen veel minder vaak gebruikt dan in 1997. In plaats daarvan nam het antwoorden zonder het noteren van een uitwerking toe, wat een veel lagere succeskans heeft dan het cijferalgoritme. Daarnaast daalden de succeskansen van de meeste strategieën ook nog eens. De prestaties daalden dan ook sterk tussen 1997 en 2004.
Tussen 2004 en 2011 traden zowel bij vermenigvuldigen als bij delen geen grote veranderingen op in strategiegebruik. Ook bleef het percentage goede antwoorden, zowel over het geheel genomen als per strategie, redelijk constant. Bij vermenigvuldigen daalde het percentage goede antwoorden met het cijferalgoritme en de andere schriftelijke strategieën enigszins, terwijl antwoorden zonder uitwerking iets vaker goed waren. Bij delen daalde de succeskans van antwoorden zonder uitwerking verder van 27 naar 20%, maar stegen de succeskansen van de andere strategieën juist met enkele procenten. Al met al lijkt er na de veranderingen tussen 1997 en 2004 vooral sprake te zijn van een stabilisatie van de situatie tussen 2004 en 2011.

Tabel 5.4 Gebruik en succes van strategieën op de zes gemeenschappelijke vermenigvuldigopgaven van PPON 1997 en 2004 en de vijf gemeenschappelijke vermenigvuldigopgaven van PPON 2004 en 2011

	Gebruik (% van de opgaven)				Succes (% goed)			
Strategie	**1997**	**2004**	**2004**	**2011**	**1997**	**2004**	**2004**	**2011**
cijferalgoritme	65	45	36	35	73	64	59	52
kolomsgewijs	2	5	3	3	62	60	52	52
anders schriftelijk	5	13	15	20	53	45	54	48
zonder uitwerking	17	25	32	31	38	34	38	42
overig	10	12	13	11	5	5	4	2
totaal	100	100	100	100	59	47	41	39
aantal opgaven	2574	1876	2238	2130	2754	1876	2238	2130

Tabel 5.5 Gebruik en succes strategieën op de vier gemeenschappelijke deelopgaven van PPON 1997 en 2004 en van PPON 2004 en 2011

	Gebruik (% van de opgaven)				Succes (% goed)			
Strategie	**1997**	**2004**	**2004**	**2011**	**1997**	**2004**	**2004**	**2011**
cijferalgoritme	37	14	18	17	84	78	63	66
kolomsgewijs	18	18	25	28	72	72	58	62
anders schriftelijk	5	5	3	8	81	72	45	48
zonder uitwerking	26	45	33	32	51	33	27	20
overig	14	19	21	15	1	6	3	5
totaal	100	100	100	100	61	43	37	40
aantal opgaven	2296	1548	1547	1419	2296	1548	1547	1419

5.4 Conclusie

Het bestuderen van de strategieën die leerlingen gebruiken bij vermenigvuldigen en delen kan meer inzicht bieden in veranderingen in prestaties op dit gebied. Tussen 1997 en 2004 deed zich een sterke daling in prestaties bij vermenigvuldigen en delen voor. Deze daling lijkt deels toe te schrijven te zijn aan een afname in de frequentie van cijferalgoritmes. Die hebben een veel hogere succeskans dan het antwoorden zonder uitwerking, wat er in veel gevallen voor in de plaats kwam. Daarnaast werden de meeste strategieën in 2004 met minder succes uitgevoerd dan in 1997.
De verkennende analyses van de nieuwe peiling in 2011 die werden gepresenteerd in dit hoofdstuk laten geen herstel zien: antwoorden zonder uitwerking blijft even populair en strategieën lijken in 2011 ongeveer dezelfde succeskans te hebben als in 2004. Jongens waren opnieuw veel meer geneigd om te antwoorden zonder uitwerking dan meisjes en er lijkt een aanzienlijke groep leerlingen te zijn die ongeacht de inhoud van de opgave grote kans heeft om te antwoorden zonder uitwerking, of zelfs om de opgave niet eens te maken. Zowel bij vermenigvuldigen als delen waren antwoorden met schriftelijke uitwerking (veel) vaker goed dan zonder, waarbij oplossingen met het cijferalgoritme en de kolomsgewijze aanpak vergelijkbaar waren in hun succes en andere, vrijere schriftelijke strategieën gemiddeld achterbleven[1].

Literatuur hoofdstuk 5

Hickendorff, M. (2011). *Explanatory latent variable modeling of mathematical ability in primary school: Crossing the border between psychometrics and psychology*. Academisch proefschrift, Universiteit Leiden.

Hickendorff, M., Heiser, W.J., Van Putten, C.M., & Verhelst, N.D. (2009). Solution strategies and achievement in Dutch complex arithmetic: Latent variable modeling of change. *Psychometrika, 74*, 331-350.

Hickendorff, M., Van Putten, C. M., Verhelst, N. D., & Heiser, W. J. (2010). Individual differences in strategy use on division problems: mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology, 102*, 438-452.

Janssen, J., Van der Schoot, F., & Hemker, B. (2005). *Balans van het rekenwiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling.

Van Putten, C.M. (2005). Strategiegebruik bij het oplossen van deelsommen. In J. Janssen, F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. (p. 125-131). Arnhem: Cito.

Van Putten, C.M., & Hickendorff, M. (2006). Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25*, 16-25.

Van Putten, C.M. & Hickendorff, M. (2009). Peilstokken voor Plasterk: Evaluatie van rekenvaardigheid in groep 8. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 48*, 183-194.

1 Merk op dat bij deze resultaten nog niet statistisch is gecorrigeerd voor de moeilijkheidsgraad van de opgaven en de vaardigheid van de leerlingen. We hopen op een later tijdstip de resultaten van geavanceerdere analyses te kunnen presenteren.

Verantwoording

De auteurs zijn allen werkzaam bij de sectie Methoden & Technieken van het instituut Psychologie van de Universiteit Leiden. Hickendorff en Van Putten zijn universitair docent en Fagginger Auer is promovenda. Haar promotieproject wordt (deels) gefinancierd door NWO. Het coderen van de uitwerkingen van de leerlingen in de toetsboekjes met vermenigvuldig- en deelopgaven van PPON 1997 en 2004 is verricht door studenten Psychologie en Pedagogische Wetenschappen van Universiteit Leiden. De uitwerkingen van PPON 2011 zijn gecodeerd met medewerking van Max van den Boom, Laura Verkerk en Annabel Glas, in het kader van hun bachelorscripties Psychologie.

6 Verhoudingen, breuken en procenten

6 Verhoudingen, breuken en procenten

Dit hoofdstuk beschrijft de resultaten van het peilingsonderzoek voor het domein Verhoudingen, breuken en procenten. Het centrale thema in dit domein is het verhoudingsdenken in haar verschillende vormen.

6.1 Verhoudingen

Inhoud

Bij het onderwerp *Verhoudingen* worden de basiskennis en de begrippen die nodig zijn om met verhoudingen te kunnen werken gerelateerd aan het opereren met verhoudingsgetallen. Verhoudingen kunnen beschreven worden:

- in verhoudingentaal, zoals bij 'één op de tien Nederlanders' of 'het aantal fietsers is twee keer zo groot als het aantal automobilisten';
- in breukentaal, bijvoorbeeld 'driekwart van de inwoners is ouder dan 25 jaar';
- met procenten, zoals 70 procent van de mensen is voor de aanleg van een randweg.

Begrip van verhoudingen houdt in dat leerlingen de relatie tussen die verschillende beschrijvingen kunnen leggen en dat ze dit begrip in kunnen zetten bij het oplossen van eenvoudige verhoudingsvraagstukken.
De verhoudingentaal in de opgaven sluit aan bij de terminologie zoals die in het dagelijks leven wordt gebruikt. Formele verhoudingsbeschrijvingen komen slechts sporadisch voor. De presentatie in de opgaven vindt plaats door middel van eenvoudige situatiebeschrijvingen, schema's, tabellen, grafieken, plattegronden en kaarten. Een aantal opgaven gaat over situaties die in het dagelijks leven vaak voorkomen, bijvoorbeeld de hoeveelheden in recepten aanpassen aan het aantal personen. Bij dit onderwerp komen ook opgaven voor waarbij verhoudingsgewijs vergeleken moet worden. Deze vergelijkingen kunnen soms gemaakt worden zonder dat daarvoor allerlei berekeningen nodig zijn. Het gaat dan om het principe van het verhoudingsgewijs vergelijken, niet om de berekeningstechniek die daarbij gebruikt wordt. Bij een aantal andere opgaven is het wel nodig enkele berekeningen te maken. Gegevens moeten naar een gemeenschappelijke noemer vertaald worden voordat ze goed met elkaar vergeleken kunnen worden (bijvoorbeeld de prijs per kg van twee stukken kaas met een verschillend gewicht).

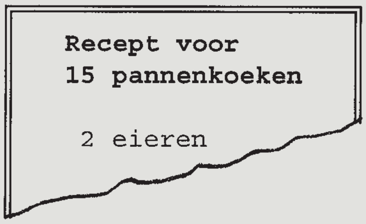
Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave.
De voorbeeldopgaven 2 tot en met 4 worden door deze leerling matig tot slecht beheerst.
De overige opgaven liggen buiten het bereik van zijn vaardigheid. In voorbeeldopgave 1 moeten leerlingen op basis van een recept voor 15 pannenkoeken (= 2 eieren) berekenen hoeveel eieren nodig zijn voor 45 pannenkoeken. In deze voorbeeldopgave wordt een relatief eenvoudige berekening gevraagd (45 = 3 x 15, dus 3 x 2 = 6 eieren) en moeten leerlingen de relatie tussen twee getallen begrijpen om het ontbrekende getal te kunnen bepalen. De voorbeeldopgaven 2 en 3 gaan over het lezen van een aantal bladzijden per minuut en het afleggen van een aantal

kilometers per uur. Beide voorbeeldopgaven worden door deze leerling matig beheerst.
De percentiel-10 leerling heeft een zeer geringe beheersing van voorbeeldopgave 4. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen op basis van een actie ‘3 kaartjes voor de prijs van 2’ berekenen hoeveel 9 kaartjes voor de film kosten (1 kaartje is 5 euro). In de voorbeeldopgaven 2 tot en met 4 is de relatie tussen de twee getallen iets moeilijker te doorzien, of is de berekening complexer dan in voorbeeldopgave 1.

Voorbeeldopgaven 1-4 Verhoudingen

1



Voor het schoolfeest worden 45 pannenkoeken gebakken volgens dit recept.
Hoeveel eieren zijn daarvoor nodig?

__________ eieren

2 Aziz leest gemiddeld 4 bladzijden in ongeveer 3 minuten.
Ze moet nog 80 bladzijden.
Hoeveel minuten zal ze daar ongeveer over doen?

__________ minuten

3 Een auto rijdt in 2 uur van Morden naar Barton met een gemiddelde snelheid van 40 km per uur.
Hoe lang doet de auto erover als hij met een gemiddelde snelheid van 80 km per uur rijdt?

__________ uur

4

9 kinderen gaan naar de film.
Hoeveel moeten zij in totaal betalen?

€ __________

De percentiel-25 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 3 goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 16, met uitzondering van voorbeeldopgave 12 matig. De eerste vier voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. In voorbeeldopgave 5 wordt gegeven dat 1 op de 10 mensen tegen hebben gestemd en moeten leerlingen bepalen hoeveel mensen dat zijn.
Ook in de voorbeeldopgaven 7, 8, 9, 11, 13 en 14 gaat het om het berekenen of gebruiken van variaties op ‘... op de .... mensen...’:

- in de voorbeeldopgaven 7, 9 en 13 moeten leerlingen aantallen omzetten in verhoudingentaal: 30 van de 120 is 1 op de 4, 500 van de 2500 is 1 op de 5, 24 van de 36 is 2 op de 3;
- in voorbeeldopgave 8 wordt leerlingen gevraagd hoeveel 24,3% van de 100 toeristen ongeveer is. Leerlingen moeten dit percentage omzetten in verhoudingentaal: 1 van de 4 toeristen;
- in voorbeeldopgave 11 moeten leerlingen 2 op de 5 leerlingen gebruiken om te bepalen hoeveel van de 30 leerlingen wel en hoeveel leerlingen geen huisdier hebben;
- in voorbeeldopgave 14 moeten leerlingen aan de hand van een cirkeldiagram $\frac{1}{8}$ deel van het aantal kinderen omzetten naar 1 van de 8 kinderen.

74% van alle leerlingen die opgave 14 hebben gemaakt geeft als antwoord (1 van de) 8.
8% van de leerlingen geeft als antwoord 10 en 4% van de leerlingen geeft als antwoord 7.
De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van het gebruik van verhoudingentaal zoals in de hierboven besproken voorbeeldopgaven wordt gebruikt. Voorbeeldopgave 12 gaat ook over het gebruik van verhoudingentaal (één op de drie bezoekers). Deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-25 leerlingen echter nog niet beheerst. Waarschijnlijk komt dit doordat de berekening die in deze opgave gevraagd wordt complexer is dan in de hierboven besproken voorbeeldopgaven: leerlingen moeten 60% van de 100 mensen berekenen en vervolgens, gegeven dat één op de drie bezoekers een volwassene was, berekenen hoeveel volwassenen er waren.
In voorbeeldopgave 6 wordt leerlingen gevraagd te berekenen hoeveel gram broccoli nodig is voor 10 personen als voor 4 personen 500 gram broccoli nodig is. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft 80% het goede antwoord, 1250 gram; 6% van de leerlingen geeft als antwoord 1500 gram, dit is de hoeveelheid die nodig is voor 12 personen; 2% van de leerlingen geeft als antwoord 5000, deze leerlingen hebben waarschijnlijk 500 gram vermenigvuldigd met het aantal personen. De percentiel-25 leerling zal van 10 van dergelijke opgaven er gemiddeld 6 à 7 goed beantwoorden. Voorbeeldopgave 10 wordt eveneens matig beheerst. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel 5 kg vlees kost, gegeven dat 3 kg vlees 45 euro kost. In voorbeeldopgave 15 gaat het om een vergroting van een foto. Gegeven is dat de oorspronkelijke foto 15 bij 10 cm is. De lengte van de vergrote foto is 90 cm lang. Leerlingen moeten aan de hand van deze gegevens berekenen wat de breedte van de vergrote foto is. De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van deze voorbeeld-opgave. Ook voorbeeldopgave 16 wordt door deze leerlingen matig beheerst. In deze opgave wordt leerlingen gevraagd hoeveel zakjes met spekjes en dropveters ze kunnen maken met totaal 50 spekjes en 100 dropveters. In elk zakje komen 2 spekjes en 3 dropveters.

Voorbeeldopgaven 5-16 Verhoudingen

5


BEWONERS WILLEN SPEELTUIN
SCHOMMELDAM
De inwoners van Schommeldam hebben de gemeente gevraagd een speeltuin te bouwen op de plaats voor het stadhuis.
VAN DE 3000 INWONERS STEMDEN DE MEESTE MENSEN VÓÓR. Slechts 1 op de 10 mensen waren tegen. De burgemeester

Slechts 1 op de 10 mensen waren tegen.
Hoeveel mensen stemden tegen?

__________ mensen

6

De moeder van Sumeya maakt broccolisoep voor 10 personen.
Hoeveel gram broccoli moet de moeder van Sumeya gebruiken?

__________ gram

7 120 leerlingen van groep zeven en acht gaan naar een pretpark. 30 leerlingen willen niet in de achtbaan.
Wat is juist?

A 1 op de 5 kinderen wil niet in de achtbaan.
B 4 op de 5 kinderen willen niet in de achtbaan.
C 1 op de 4 kinderen wil niet in de achtbaan.
D 3 op de 4 kinderen willen niet in de achtbaan.

8 Vul in.
24,3% van de toeristen overnacht in een huisje.

Dat is ongeveer ...

A 1 van de 4 toeristen.
B 1 van de 5 toeristen.
C 1 van de 20 toeristen.
D 1 van de 25 toeristen.

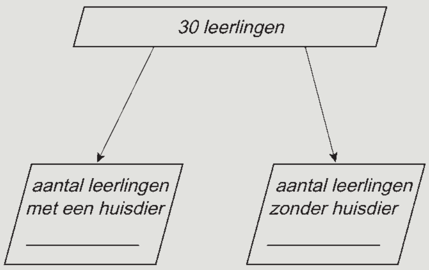
9 Op straat is een enquête gehouden. Van de 2500 kinderen krijgen er 500 minder dan 10 euro zakgeld per maand.
Vul in.

1 op de ______ kinderen krijgt minder dan 10 euro zakgeld per maand.

10 3 kg vlees kost € 45,-.
Hoeveel kost 5 kg vlees dan?

€ ________

11 In groep 7 van de prinses Julianaschool zitten 30 leerlingen.
2 op de 5 leerlingen hebben een huisdier.
Vul het schema verder in.



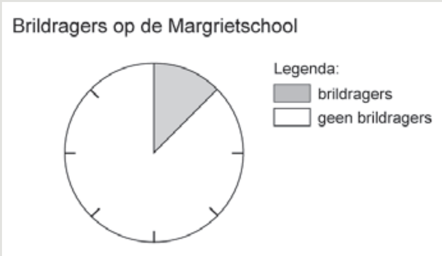
12 In de bioscoop zijn 100 plaatsen. Op zondagmiddag was 60% van de zaal vol. Eén op de drie bezoekers was een volwassene.
Hoeveel volwassenen waren er?

__________ volwassenen

13 De politie controleert 36 brommers. 24 van de 36 brommers rijden te hard.
Hoeveel brommers rijden te hard?
Vul in:

__________ op de 3 brommers

14



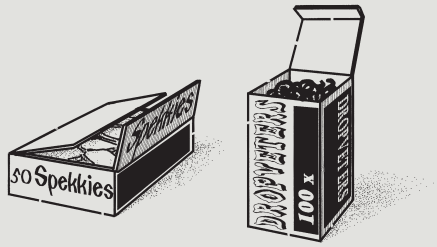
Op de Margrietschool is een grafiek gemaakt van het aantal brildragers. Vul in.

1 van de ______ kinderen op de Margrietschool draagt een bril.

15 Harm laat een foto van 15 cm lang en 10 cm breed vergroten.
Vul in.

De vergroting wordt 90 cm lang en ______ cm breed

16



Marcia heeft 50 spekjes en 100 dropveters.
Ze maakt snoepzakjes.
In elk zakje komen 2 spekjes en 3 dropveters.
Hoeveel van die zakjes kan Marcia in totaal maken?

__________ zakjes

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van de eerste 10 voorbeeldopgaven, voorbeeldopgave 11 tot en met 13 worden nagenoeg goed beheerst. De voorbeeldopgaven 14 tot en met 22 worden door de gemiddelde leerling matig beheerst. De voorbeeldopgaven 17 en 21 gaan wederom over het gebruik van verhoudingentaal; 30 van de 600 is 1 op de ... kinderen en 30 van de 40 leden zijn meisjes, dus 1 van de ... leden is een jongen. Deze voorbeeldopgaven blijken moeilijker te zijn dan de hierboven besproken voorbeeldopgaven waarin verhoudingentaal werd gebruikt. De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van deze voorbeeldopgaven. Ook de voorbeeldopgaven 18 en 20 worden matig beheerst. In deze voorbeeldopgaven wordt leerlingen gevraagd met behulp van een schaalbeschrijving ('Het raam is in werkelijkheid 210 cm breed' en 'In werkelijkheid is de pop 65 cm lang') te berekenen hoeveel centimeter de hoogte is en op welke schaal de pop is getekend. In voorbeeldopgave 19 wordt verhoudingentaal gebruikt in de vorm van 4 : 3. De gemiddelde leerling zal van 10 van dergelijke opgaven er gemiddeld 6 à 7 goed beantwoorden.

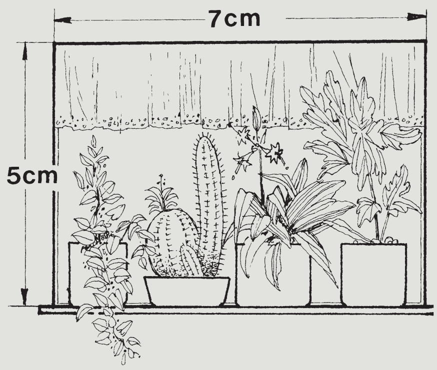
Voorbeeldopgaven 17-22 Verhoudingen

17 Op de Mariaschool zitten 600 kinderen.
30 kinderen gaan met de bus naar school.

Vul in.

Dat is 1 op de ______ kinderen.

18



Dit raam is op schaal getekend.
Het raam is in werkelijkheid 210 cm breed.
Hoeveel cm is de hoogte in werkelijkheid?

__________ cm

19 De verhouding aardbeien-suiker bij het maken van jam is 4 : 3.
Als je 8 kg aardbeien gebruikt hoeveel suiker moet daar dan bij?

__________ kg

20

In de speelgoedfolder is de pop 5 cm lang.
In werkelijkheid is de pop 65 cm lang.
Op welke schaal is de pop in de folder getekend?

Schaal 1 op ______

21 De ponyclub heeft 40 leden, waarvan 30 meisjes.

Vul in.
1 van de ______ leden is een jongen.

22 De politie controleert 48 fietsen. 5 van elke 8 fietsen hebben geen licht.
Hoeveel van die 48 fietsen hebben wel licht?

____

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 22 goed, voorbeeldopgave 23 nagenoeg goed en de voorbeeldopgaven 24 tot en met 30 matig. In voorbeeldopgave 22 wordt leerlingen gevraagd hoeveel fietsen verlichting hebben, gegeven het feit dat van 48 fietsen er 5 van elke 8 geen licht hebben. Deze voorbeeldopgave wordt door deze leerlingen goed beheerst. Ook het 40 keer verkleinen van een toren van 60 meter (voorbeeldopgave 23) wordt door deze leerlingen nagenoeg goed beheerst. 46% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, geeft het correcte antwoord 1,5 meter. 13% geeft als antwoord 20, dit is het verschil tussen de twee getallen in de opgave 60 en 40. 6% geeft als antwoord 15 meter, 5% geeft als antwoord 2 meter. In de voorbeeldopgaven 24 tot en met 30 moeten verhoudingsredeneringen gebruikt worden als:

- 48 000 kaartjes zijn verkocht. 2 van de 3 kaartjes zijn in Nederland verkocht, dat zijn .... kaartjes (voorbeeldopgave 24);
- $2\frac{1}{2}$ gram oploskoffie is 1 kopje. 200 gram oploskoffie is .... kopjes koffie (voorbeeldopgave 25);
- 1 liter is 15 km. 12 000 km is .... liter (voorbeeldopgave 26);
- 3 tegels is 8 bakstenen. 66 tegels is ... bakstenen (voorbeeldopgave 28);
- 1 bal is 5 euro en 4 halen is 3 betalen. 24 ballen is .... euro (voorbeeldopgave 29);
- 10 delen verf is 1 deel water. 5 liter verf is ... liter water (voorbeeldopgave 30).

Deze verhoudingsopgaven worden door de percentiel-75 leerling matig beheerst.

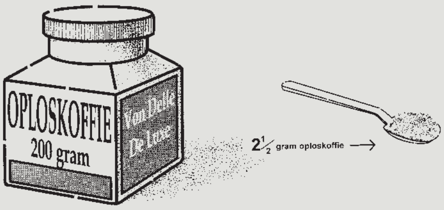
23 In Madurodam is de Oosterkerktoren in het klein nagebouwd.
Hij is 40 keer verkleind.
In werkelijkheid is hij 60 meter hoog.
Hoe hoog is hij in Madurodam?

__________ m

24 Voor de voetbalwedstrijd Nederland-Denemarken zijn 48 000 kaartjes verkocht. Van elke 3 kaartjes zijn er 2 in Nederland verkocht.
Hoeveel kaartjes zijn in Nederland verkocht?

__________ kaartjes

25 In een potje oploskoffie zit 200 gram.
Met $2\frac{1}{2}$ gram oploskoffie kun je 1 kopje koffie maken.



Hoeveel kopjes koffie kun je hoogstens maken met 1 potje oploskoffie?

__________ kopjes koffie

26 Per jaar rijden wij in onze auto 12 000 km.
De auto loopt 1 op 15, dat wil zeggen op 1 liter benzine rijdt hij 15 km.
Hoeveel liter benzine verbruiken wij per jaar?

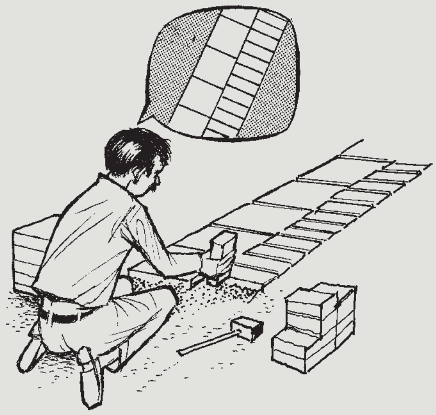
__________ liter

27

Tien kinderen gaan naar de film. Ze maken gebruik van de korting en delen de kosten.
Hoeveel moet ieder nu betalen?

€ ______

28 Vader maakt een tegelpaadje van tegels en bakstenen.
Elke keer als hij 3 tegels legt, legt hij er aan één kant 8 bakstenen tegenaan.
Het paadje wordt 66 tegels lang.



Hoeveel bakstenen heeft hij nodig?

__________ bakstenen

29

Sportvereniging Rood-Zwart koopt 24 ballen.
Hoeveel euro moet de vereniging betalen?

__________ euro

30

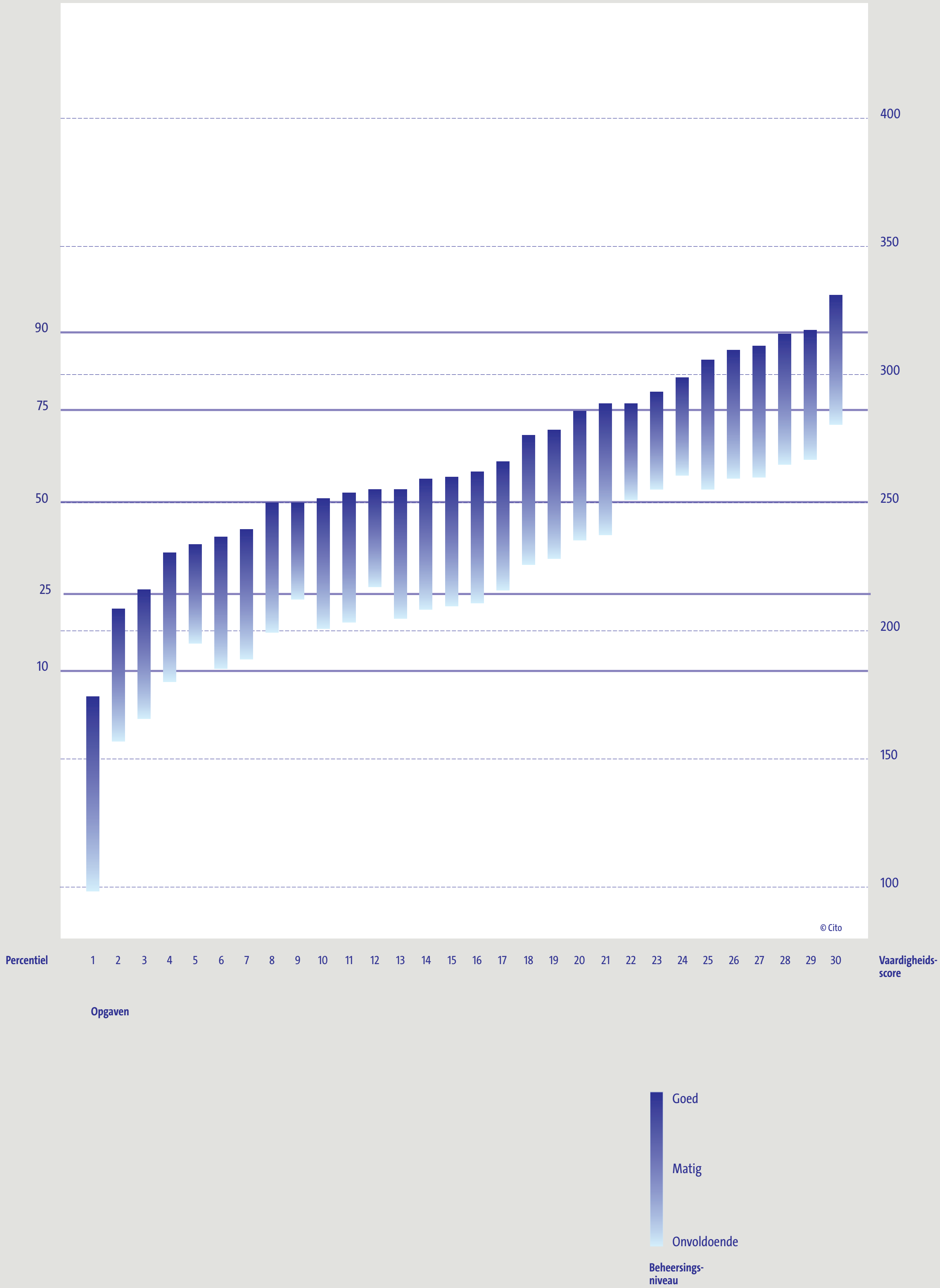
Koos voegt water toe volgens het voorschrift.
Hij gebruikt de hele bus verf.
Hoeveel liter water voegt hij toe?

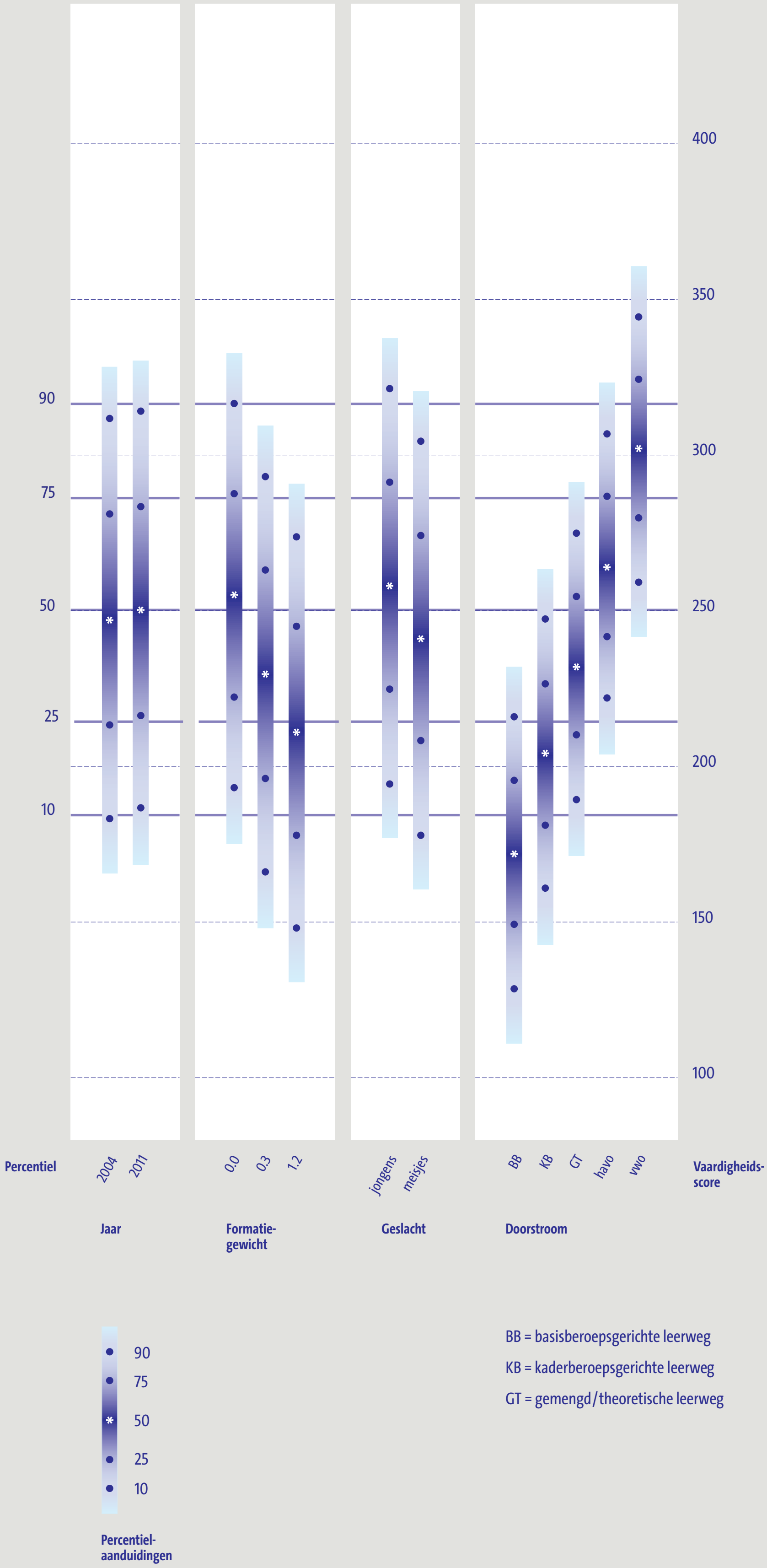
__________ liter

De percentiel-90 leerling beheerst alle voorbeeldopgaven goed met uitzondering van voorbeeldopgave 30, welke matig wordt beheerst. Voorbeeldopgave 27 wordt door de percentiel-75 leerling matig en door de percentiel-90 leerling goed beheerst. In deze voorbeeldopgave wordt dezelfde afbeelding gebruikt als in voorbeeldopgave 4 (1 kaartje € 5,-, 3 kaartjes voor de prijs van 2). Voorbeeldopgave 27 is echter aanzienlijk moeilijker dan voorbeeldopgave 4. In voorbeeldopgave 4 wordt een eenvoudige berekening gevraagd (totaalprijs van 9 kaartjes), terwijl in voorbeeldopgave 27 een complexe berekening wordt gevraagd: leerlingen moeten de totaalprijs voor 10 kaartjes berekenen: 3 x de prijs van 2 kaartjes (9 kaartjes is € 30 euro) + 1 los kaartje (€ 5) = € 35. Vervolgens moeten ze berekenen hoeveel elk kind per persoon moet betalen (€ 35 : 10 = € 3,50).

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Verhoudingen





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Verhoudingen

- Toepassingsopgave waarbij bepaald moet worden hoeveel water toegevoegd moet worden bij 5 liter muurverf, wanneer 1 deel water toegevoegd moet worden op 10 delen verf (opgave 30)

- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel een sportvereniging moet betalen voor 24 ballen, waarvoor de aanbieding geldt 4 halen, 3 betalen (opgave 29)
- Toepassingsopgave waarbij op basis van een patroon in het tegelwerk bepaald moet worden hoeveel stenen er nodig zijn (opgave 28)
- Complexe toepassingsopgave waarin onder meer gerekend moet worden met de aanbieding 3 voor de prijs van 2 (opgave 27)
- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel liter benzine per jaar verbruikt wordt, wanneer gegeven is dat de auto 1 op 15 loopt en 12 000 km per jaar rijdt (opgave 26)
- Toepassingsopgave waarbij uitgerekend moet worden hoe vaak $2\frac{1}{2}$ in 200 past (opgave 25)
- Toepassingsopgave waarbij bepaald moet worden hoe hoog een toren van 60 meter wordt, wanneer deze 40 keer verkleind wordt (opgave 23)
- Verhoudingentaal omzetten naar werkelijke aantallen, 48 000 kaartjes zijn verkocht, van elke 3 zijn er 2 in Nederland verkocht, hoeveel kaartjes zijn dat? (opgave 24)

- Verhoudingentaal omzetten naar werkelijke aantallen, zoals 5 van elke 8 fietsen hebben licht, hoeveel van de 48 fietsen heeft geen licht (opgave 22), verhoudingentaal 4:3 naar aantallen (opgave 19)
- Beschrijvingen met aantallen omzetten naar beschrijvingen in verhoudingentaal, zoals 40 leden, waarvan 30 meisjes, 1 van de ____ is jongen (opgave 21) en 30 van de 600 is 1 op de ___ (opgave 17)
- Bepalen op welke schaal iets getekend is, als de lengte op een tekening en in de werkelijkheid gegeven zijn (opgave 20)
- De ontbrekende afmeting bepalen van een raam op schaal van 5 cm bij 7 cm die in werkelijkheid 210 cm breed is (opgave 18)

- Complexe opgave waarbij procenten- en verhoudingentaal gecombineerd moeten worden (opgave 12)

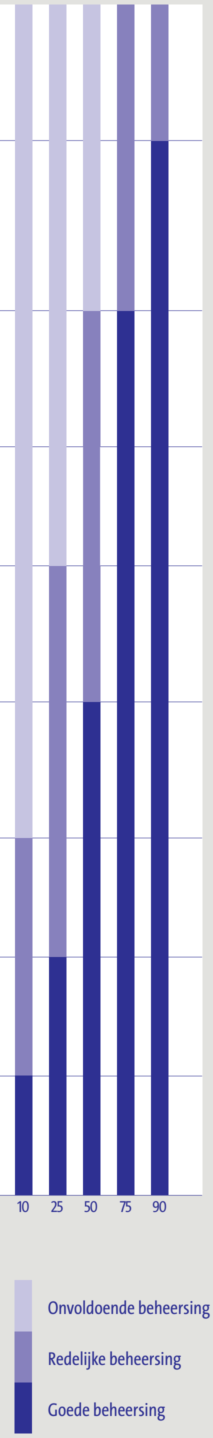
- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel zakjes gemaakt kunnen worden van 50 spekjes en 100 dropveters bij een verhouding van 2 spekjes en 3 dropveters (opgave 16)
- De ontbrekende afmeting bepalen van een foto van 15 cm bij 10 cm die vergroot wordt tot 90 cm bij ___ cm (opgave 15)
- Omzetten van gegevens uit een cirkeldiagram naar verhoudingentaal (opgave 14)
- Beschrijvingen met aantallen omzetten naar beschrijvingen in verhoudingentaal, 24 van de 26 is ___ op de 3 (opgave 13)
- Op basis van de verhouding werkelijke aantallen geven (opgave 11)

- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel 5 kg vlees kost, wanneer gegeven is dat 3 kg vlees 45 euro kost (opgave 10)
- Beschrijvingen met aantallen omzetten naar beschrijvingen in verhoudingentaal, 500 van de 2500 is 1 op de ___ (opgave 9)
- Een percentage omzetten naar een globale verhouding (opgave 8)
- Beschrijvingen met aantallen omzetten naar beschrijvingen in verhoudingentaal, 30 van de 120 is 1 op de 5, 4 op de 5, 1 op de 4 of 3 op de 4 (opgave 7)
- Toepassingsopgave waar op basis van een recept voor 4 personen, de benodigdheden voor 10 personen bepaald moet worden (opgave 6)
- Vanuit verhoudingentaal aantallen afleiden, 1 op de 10 mensen van 3000 (opgave 5)

- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel 9 kaartjes kosten wanneer de aanbieding 3 kaartjes halen is 2 betalen geldt (opgave 4)

- Opgave waarbij de relatie tussen 80 en 40 moet worden doorzien (opgave 3)
- Opgave waarbij de relatie tussen 80 en 4 moet worden doorzien (opgave 2)

- Eenvoudige voorbeeldopgave zoals 15 pannenkoeken is 2 eieren -> 45 pannenkoeken is _____ eieren (opgave 1)



Verschillen tussen 2011 en 2004

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen bij het onderwerp *Verhoudingen* is tussen 2004 en 2011 nauwelijks toegenomen. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 77% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 52% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Leerlingen met verschillende formatiegewichten hebben een verschillend vaardigheidsniveau. 0.0-leerlingen scoren het hoogst, gevolgd door de 0.3-leerlingen en daarna de 1.2-leerlingen. De gemiddelde leerling met formatiegewicht 1.2 functioneert op het gebied van verhoudingen op hetzelfde niveau als de percentiel-25 leerling.

Het vaardigheidsniveau van jongens ligt een fractie hoger dan dat van meisjes.

De onderscheiden doorstroomniveaus vertonen de te verwachten progressie in vaardigheid. Vergelijken we de gemiddelde BB-leerling met de gemiddelde vwo-leerling, dan zien we dat de gemiddelde BB-leerling de eerste voorbeeldopgave nagenoeg beheerst terwijl de gemiddelde vwo-leerling de eerste 24 voorbeeldopgaven beheerst.

Tabel 6.1 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Verhoudingen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	247	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	230	50
1.2	211	49
Geslacht		
Jongens	258	49
Meisjes	241	49
Doorstroom		
BB	172	34
KB	204	34
GT	232	34
havo	265	33
vwo	302	33

Tabel 6.2 Verhoudingen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	77%
50%	52%

Tabel 6.3 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Verhoudingen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	-	1 tot en met 3	4 tot en met 30
KB	1	2 tot en met 8	9 tot en met 30
GT	1 tot en met 4	5 tot en met 19	20 tot en met 30
havo	1 tot en met 16	17 tot en met 27	28 tot en met 30
vwo	1 tot en met 24	25 tot en met 30	-

6.2 Breuken

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en elementaire begrippen die nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken en om het kunnen toepassen van die kennis bij het opereren (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met breuken en gemengde getallen. De breuken en gemengde getallen die in de opgaven voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde. De opgaven zijn vrijwel geheel beperkt tot opgaven die concreet voorstelbaar zijn en zaken die leerlingen in het dagelijks leven kunnen tegenkomen. Het gaat bij de opgaven vooral om het inzichtelijk kunnen oplossen en niet om een grote vaardigheid in het opereren met allerhande soorten breuken en ook niet om het hanteren van regels zoals: ‘delen is vermenigvuldigen met het omgekeerde’.
In de opgaven van dit onderwerp komen verschillende aspecten van breuken aan de orde, zoals:

- de deel-geheel relatie: $\frac{3}{4}$ als 3 van de 4 delen van een geheel ($\frac{3}{4}$ taart)
- de breuk als meetgetal: bijvoorbeeld in $\frac{3}{4}$ meter, $\frac{3}{4}$ liter;
- de breuk als operator: $\frac{3}{4}$ als deel van een aantal ($\frac{3}{4}$ van de Nederlanders);
- de breuk als uitkomst van een deling;
- de breuk als getal op de getallenlijn (zowel precies als globaal);
- de breuk als verhouding, bijvoorbeeld 3 van de 4 Nederlanders is $\frac{3}{4}$ deel van de Nederlanders.

In de opgaven komen een aantal elementaire operaties voor zoals:

- aanvullen;
- vergelijken van de grootte van breuken;
- omzetten van breuken in kommagetallen, zowel precies als globaal schattend;
- vereenvoudigen ($\frac{6}{8} = \frac{\cdot}{4}$) en compliceren ($\frac{3}{4} = \frac{\cdot}{8}$);
- breuken als $\frac{25}{4}$ als gemengd getal schrijven;
- optellen en aftrekken van gelijknamige en ongelijknamige breuken;
- vermenigvuldigen en delen, waarbij een of meer breuken of gemengde getallen gebruikt worden.

Bij vermenigvuldigen komen aan de orde:
- een geheel getal vermenigvuldigen met een breuk of omgekeerd of een deel van een aantal nemen
- ($\frac{1}{3}$ deel van 150 euro), waarbij al dan niet afgerond moet worden;
- een breuk met een breuk vermenigvuldigen of een deel van een deel nemen ($\frac{1}{2}$ deel van $\frac{1}{2}$ liter)

Bij delen komen aan de orde:
- een breuk delen door een geheel getal ($\frac{1}{2}$: 2);
- een breuk of gemengd getal delen door een breuk (bepalen hoeveel $1\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ is in een situatie waarbij bijvoorbeeld gevraagd wordt hoeveel pakjes van $\frac{1}{4}$ liter je moet kopen als je $1\frac{1}{5}$ liter slagroom nodig hebt);
- een geheel getal delen door een breuk of gemengd getal (100 : $2\frac{1}{2}$).

Bij een aantal opgaven moeten meerdere bewerkingen uitgevoerd worden, bijvoorbeeld combinaties van optellen en aftrekken. Soms zijn de getallen waarmee uiteindelijk gerekend moet worden niet rechtstreeks gegeven, maar moeten ze afgeleid worden uit de context.

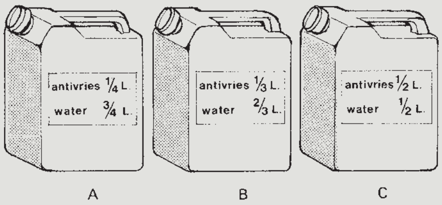
Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft een redelijk goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave. De voorbeeldopgaven 2 tot en met 9 worden door deze leerlingen matig tot onvoldoende beheerst. De eerste voorbeeldopgave is een driekeuzeopgave waarin leerlingen moeten kiezen in welke kan de grootste hoeveelheid antivries zit. Op elke kan staat in breuken aangegeven hoeveel liter antivries en hoeveel liter water er in zit. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van het beschrijven en visualiseren van breuken en het positioneren en vergelijken van breuken als het gaat om:
- vergelijken van 4 cirkeldiagrammen (voorbeeldopgave 3);
- het positioneren van $\frac{1}{4}$ op de getallenlijn (voorbeeldopgave 5);
- het in breuken beschrijven van één miljard mensen uit China op 5 miljard mensen op de wereld (voorbeeldopgave 7).

Daarnaast hebben deze leerlingen een matige beheersing van de voorbeeldopgave 2, een herleidingsopgave, waarin ze 300 van de 1200 kinderen als een breuk moeten beschrijven. De volgende opgaven die handig opgelost kunnen worden, worden eveneens matig beheerst:
- $\frac{3}{4}$ deel van 200 plaatsen (voorbeeldopgave 4);
- $\frac{1}{4}$ deel van 400 blokken (voorbeeldopgave 6);
- $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$ (voorbeeldopgave 8); en
- $\frac{3}{8}$ deel van € 16 (voorbeeldopgave 9).

Voorbeeldopgaven 1-9 Breuken

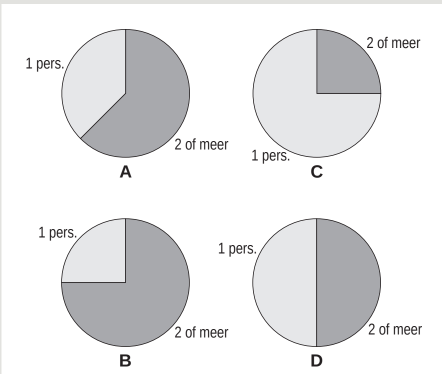
1 In welke kan zit de meeste antivries?



2 1200 kinderen van groep zeven en acht moesten zeggen of ze graag in de achtbaan gaan. 300 kinderen houden daar niet van.
Wat is juist?

A $\frac{1}{16}$ deel van de kinderen houdt niet van de achtbaan.
B $\frac{1}{12}$ deel van de kinderen houdt niet van de achtbaan.
C $\frac{1}{4}$ deel van de kinderen houdt niet van de achtbaan.
D $\frac{1}{3}$ deel van de kinderen houdt niet van de achtbaan.

3 In Nijmegen zijn 2000 auto's gecontroleerd.
In 500 auto's zaten twee of meer personen.
Welke van deze tekeningen hoort bij deze controle?

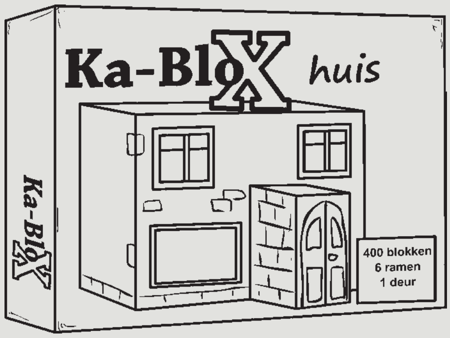


4 In de concertzaal is van de 200 plaatsen $\frac{3}{4}$ deel gereserveerd voor mensen met een abonnement.
Hoeveel plaatsen zijn dat?

__________ plaatsen

5 Waar ligt $\frac{1}{4}$ op de getallenlijn?
Zet daar een pijltje bij.

6



Marja bouwt dit huis. Ze heeft $\frac{3}{4}$ deel af.
Hoeveel blokken heeft ze nog nodig?

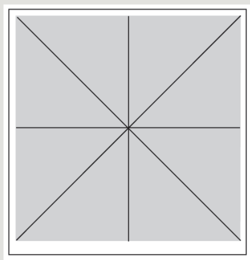
__________ blokken

7 Op de hele wereld wonen ongeveer 5 miljard mensen.
Eén miljard van de mensen woont in China.

Dat is ongeveer $\frac{\dots}{\dots}$ deel van de wereldbevolking.

8 $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$ ______

9



Een hele vierkante pizza kost € 16. Heleen koopt drie stukken van deze pizza.
Hoeveel moet ze betalen?

€ ______

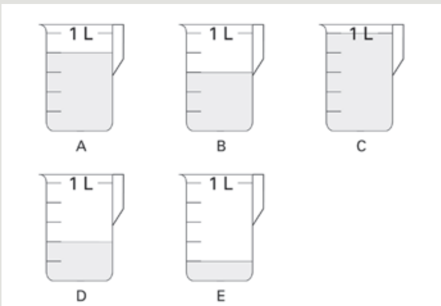
De percentiel-25 leerling beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven redelijk goed tot goed en de voorbeeldopgaven 7 tot en met 15, 17 en 18 matig. Voorbeeldopgave 16 wordt door deze leerlingen nog niet beheerst. In voorbeeldopgave 10 moeten leerlingen aflezen in welke maatbeker $\frac{6}{10}$ liter melk zit. Deze leerlingen beheersen dit type opgaven matig.
Voorbeeldopgaven 11 tot en met 14 zijn herleidingsopgaven over:

- het vereenvoudigen van $\frac{19}{4}$ in helen en de resterende breuk (voorbeeldopgave 11);
- 4 van de 28 omzetten naar een breuk (voorbeeldopgave 12);
- $\frac{2}{5}$ liter melk omzetten naar een decimaalgetal (voorbeeldopgave 13);
- het vereenvoudigen van $\frac{24}{36}$ naar $\frac{?}{3}$ (voorbeeldopgave 14).

82% van de leerlingen die voorbeeldopgave 14 gemaakt heeft, geeft het correcte antwoord $\frac{2}{3}$. 4% van de leerlingen geeft als antwoord $\frac{1}{3}$. Ook geeft 2% als antwoord 12, dit is het getal waardoor gedeeld moet worden.
Voorbeeldopgave 15 is een bewerkingsopgave. In deze opgave moeten leerlingen eerst $\frac{1}{4}$ deel van € 100 000,- berekenen om vervolgens te berekenen hoeveel $\frac{1}{5}$ deel van € 25 000,- is.
De percentiel-25 leerling beheerst deze toepassingsopgave matig. Het correcte antwoord 5000 wordt door 73% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben gegeven. De grootte van het getal maakt deze opgave lastig. 5% van de leerlingen geeft als antwoord 500, 3% geeft als antwoord 50 000. Ook het uitrekenen van $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$ (voorbeeldopgave 17) en $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} =$ (voorbeeldopgave 18) wordt door deze leerlingen matig beheerst. In voorbeeldopgave 16 wordt leerlingen impliciet gevraagd om $\frac{3}{4}$ liter druivensap op te tellen bij $2\frac{1}{2}$ liter appelsap. Deze voorbeeldopgave is nog te moeilijk voor de percentiel-25 leerling.

Voorbeeldopgaven 10-17 Breuken

10 Voor een saus heeft Marian $\frac{6}{10}$ liter melk nodig.
In welk maatglas zit $\frac{6}{10}$ liter melk?



11 Helen eruit halen.

$\frac{9}{14} = \frac{..}{.}$

12 In groep 8 van de Regenboogschool dragen 4 van de 28 kinderen een bril.
Welk deel van de kinderen draagt een bril?

$\frac{..}{.}$ deel

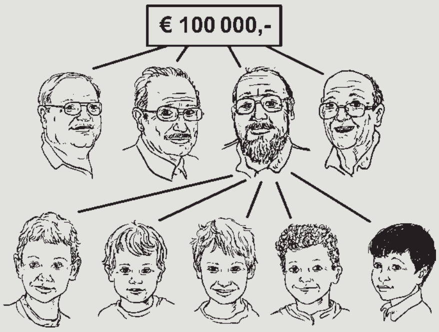
13 $\frac{2}{5}$ liter melk is evenveel als

A 0,25 liter melk
B 0,1 liter melk
C 0,2 liter melk
D 0,4 liter melk
E 0,5 liter melk
F 2,5 liter melk

14 $$\frac{24}{36} = \frac{?}{3}$$

Welk getal moet staan op de plaats van het vraagteken?

15



4 opa's hebben samen € 100 000,- gewonnen.
Iedere opa krijgt $\frac{1}{4}$ deel. Opa Loran geeft zijn deel aan zijn kleinzonen. Ieder krijgt $\frac{1}{5}$ deel.
Hoeveel euro krijgt elke kleinzoon?

€ ______

16 Voor het kinderfeest maakt Femke dubbeldrank van druivensap en appelsap.
Ze gebruikt $\frac{3}{4}$ liter druivensap en $2\frac{1}{2}$ liter appelsap.
Hoeveel liter dubbeldrank maakt Femke?

__________ liter

17 $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$ _____

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van de voorbeeldopgaven 1 tot en met 13, een redelijk goede beheersing van de voorbeeldopgaven 14 en 15 en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 16 tot en met 23. Ook voorbeeldopgave 26 wordt door deze leerlingen matig beheerst. De eerste 18 voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. Voorbeeldopgaven 19, 20 en 22 zijn opgaven waarin leerlingen $1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$ (voorbeeldopgave 19); $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$ (voorbeeldopgave 20); en een halve liter wijn gedeeld door 4 glaasjes is ___ liter per glas (voorbeeldopgave 22) moeten berekenen. Van de leerlingen die voorbeeldopgave 19 hebben gemaakt, geeft 66% het goede antwoord $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$ wordt door 6% van de leerlingen als antwoord gegeven en $\frac{4}{6}$ door 4%. De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van deze voorbeeldopgaven. Ook de complexere bewerkingen $\frac{3}{4}$ uur is € 36, $\frac{1}{2}$ uur is € ____ (voorbeeldopgave 21) en $4\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5} =$ (voorbeeldopgave 23) worden door de gemiddelde leerling matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 18-23 Breuken

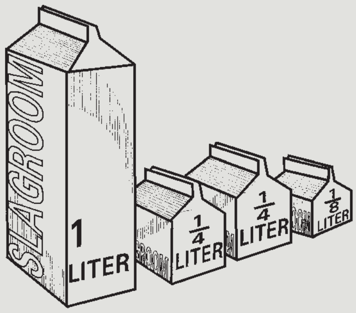
18 $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} =$ _____

19

$\frac{2}{3}$ deel stemt 'nee'. $\frac{1}{6}$ deel stemt 'ja'.
Welk deel van de bewoners heeft geen mening?

$\frac{\dots}{\dots}$ deel

20



Hoeveel liter slagroom is dit in totaal?

__________ liter

21 De fietsenmaker is $\frac{3}{4}$ uur bezig geweest met de fiets van Els. Zij moet 36 euro arbeidsloon betalen. Met de fiets van Tineke is de fietsenmaker een half uur bezig geweest.
Hoeveel euro moet Tineke aan arbeidsloon betalen?

€ ______

22 Peter verdeelt een halve liter wijn eerlijk over vier glaasjes.
Hoeveel liter wijn zit dan in elk glas?

__________ liter

23 $4\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5} =$ _____

De percentiel-75 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 22 goed, de voorbeeldopgaven 23, 24 en 25 redelijk goed en voorbeeldopgaven 26 tot en met 29 matig. De voorbeeldopgaven 24 tot en met 26 zijn toepassings-/bewerkingsopgaven. De voorbeeldopgaven 24 ($\frac{2}{5}$ x 45 =) en 25 ($1 - \frac{2}{5} + \frac{1}{3} =$) worden door de percentiel-75 leerling redelijk goed beheerst. Voorbeeldopgave 26 ($\frac{4}{5}$ deel van 220 meter) is iets moeilijker en wordt door deze leerlingen matig beheerst. Van 10 vergelijkbare opgaven zouden deze leerlingen er gemiddeld 7 goed beantwoorden. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben geeft 50% het correcte antwoord 176. 8% van de leerlingen geeft het antwoord 200 en 7% van de leerlingen geeft als antwoord 180. Het antwoord 44, $\frac{1}{5}$ deel, wordt door 5% van de leerlingen gegeven. Voorbeeldopgaven 27, 29 en 30 zijn herleidingsopgaven. Voorbeeldopgave 27 (40% van € 100,- en daar $\frac{3}{5}$ deel van) en voorbeeldopgave 29 (leerlingen moeten uit 5 breuken en kommagetallen kiezen welke twee gelijk zijn) worden door deze leerlingen matig beheerst. Herleidingsopgave 30 ($\frac{1}{3}$ deel van een kwart van de taart is $\frac{...}{...}$ van de hele taart) wordt door deze leerlingen nog niet beheerst.

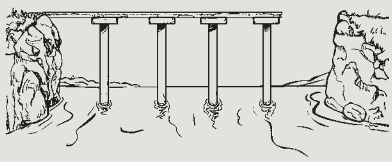
Voorbeeldopgaven 24-30 Breuken

24 $\frac{2}{5}$ x 45 = _____

25 Een grote lading zand moet vervoerd worden.
Vrachtwagen A laadt $\frac{2}{5}$ deel van de totale lading in één keer.
Vrachtwagen B laadt $\frac{1}{3}$ deel van de totale lading in één keer.
Welk deel van het zand blijft liggen?

__________ deel

26



De lengte van deze brug wordt 220 meter. De brug is voor $\frac{4}{5}$ deel af.
Hoeveel meter is de brug nu lang?

__________ meter

27 Jasper kreeg vorig jaar € 100,- zakgeld. Hij zette hiervan 40% op zijn spaarrekening, $\frac{2}{5}$ deel gebruikte hij voor cd's en van de rest heeft hij cadeaus gekocht. Voor hoeveel euro heeft Jasper cadeaus gekocht?

€ ______

28

Recept 1 Vruchtendrank:	
frambozensap	$\frac{3}{4}$ liter
appelsap	$\frac{3}{4}$ liter
sinasappelsap	$\frac{2}{3}$ liter
bessensap	$\frac{1}{2}$ liter

Martijn maakt volgens dit recept vruchtendrank. Hoeveel liter maakt Martijn in totaal?

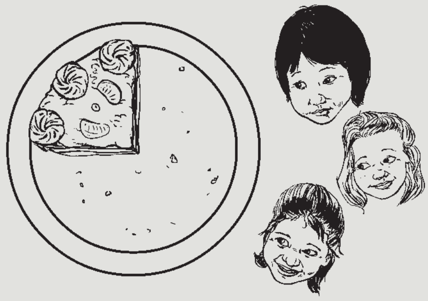
__________ liter

29 Welke twee getallen hebben dezelfde waarde?

$\frac{150}{200}$ 0,075 0,750 $7\frac{1}{2}$ $\frac{20}{25}$

__________ en __________

30



Dit stuk van de taart is nog over. Jolijn, Laura en Bea krijgen hiervan elk $\frac{1}{3}$ deel. Welk deel van de hele taart krijgt elk kind?

__________ deel

De percentiel-90 leerling beheerst voorbeeldopgave 30 wel matig. Deze leerling heeft een goede beheersing van de eerste 28 voorbeeldopgaven en een redelijk goede beheersing van voorbeeldopgave 29. In voorbeeldopgave 28 moeten leerlingen handig uitrekenen hoeveel liter vruchtendrank $\frac{3}{4}$ liter, $\frac{3}{4}$ liter, $\frac{2}{3}$ liter en $\frac{1}{2}$ liter samen is. De percentiel-75 leerling beheerst deze opgave matig, de percentiel-90 leerling heeft een goede beheersing van deze voorbeeldopgave.

Verschillen tussen 2011 en 2004

De gemiddelde vaardigheid van de leerlingen op het gebied van *Breuken* is tussen 2004 en 2011 licht gedaald. Eenzelfde kleine daling was te zien in de vergelijking tussen 1997 en 2004.
Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 73% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 47% behaald.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp **Breuken**

- Complexere toepassingsopgave waarbij bepaald moet worden welk deel van de gehele pizza $\frac{1}{3}$ deel van een kwart pizza is (opgave 30)

- Moeilijkere omzettingen van breuken naar kommagetallen, zoals $\frac{150}{200}$ = 0,750 (opgave 29)

- Optelopgave waarbij vier ongelijknamige breuken opgeteld moeten worden, $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$ (opgave 28)
- Complexe opgave waarin breuken en procenten gecombineerd moeten worden (opgave 27)

- Complexe toepassingsopgave waarbij $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3}$ berekend moet worden (opgave 25)
- Kale vermenigvuldigopgave, zoals $\frac{2}{5}$ x 45 (opgave 24)

- Complexe toepassingsopgave waarbij 220 x $\frac{4}{5}$ = berekend moet worden (opgave 26)
- Aftrekken van breuken waarbij ook helen ingewisseld moeten worden, zoals $4\frac{2}{5} - 2\frac{2}{5} =$ (opgave 23)

- Deelopgave waarbij een halve liter verdeeld moet worden over vier glazen (opgave 22)
- Complexe toepassingsopgave waarbij $\frac{3}{4}$ uur is € 36, $\frac{1}{2}$ uur is € ____ (opgave 21)
- Toepassingsopgave waarbij bepaald moet worden $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \ldots = 1$ (opgave 19)
- Toepassingsopgave waarbij ongelijknamige breuken opgeteld moeten worden, zoals $\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} =$ (opgave 16) en $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$ (opgave 20)

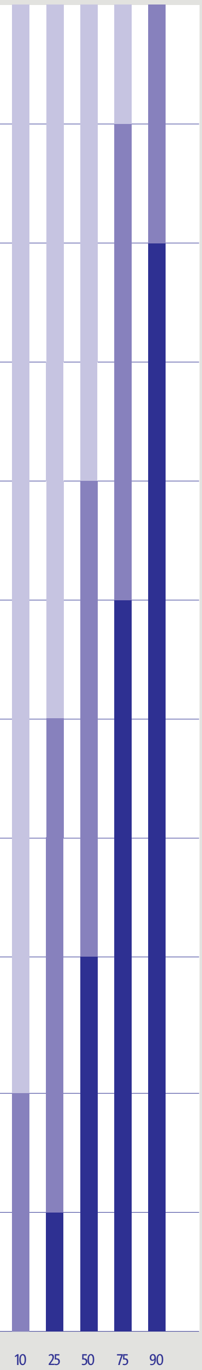
- Kale aftrekopgave met ongelijknamige breuken zoals $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$ (opgave 17) en $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} =$ (opgave 18)

- Toepassingsopgave waarbij eerst $\frac{1}{4}$ deel en vervolgens $\frac{1}{5}$ deel van 100 000 euro bepaald moet worden (opgave 15)
- Vereenvoudigen $\frac{24}{36} = \frac{?}{3}$ (opgave 14)

- Breuken omzetten in kommagetal, $\frac{2}{5}$ deel is 0,... (opgave 13)
- Werkelijke aantallen in breukentaal, 4 van de 28 draagt een bril, welk deel draagt geen bril (opgave 12)
- Vereenvoudigen $\frac{19}{4}$ = (opgave 11)
- Aflezen in welke kan $\frac{6}{10}$ liter water zit (opgave 10)

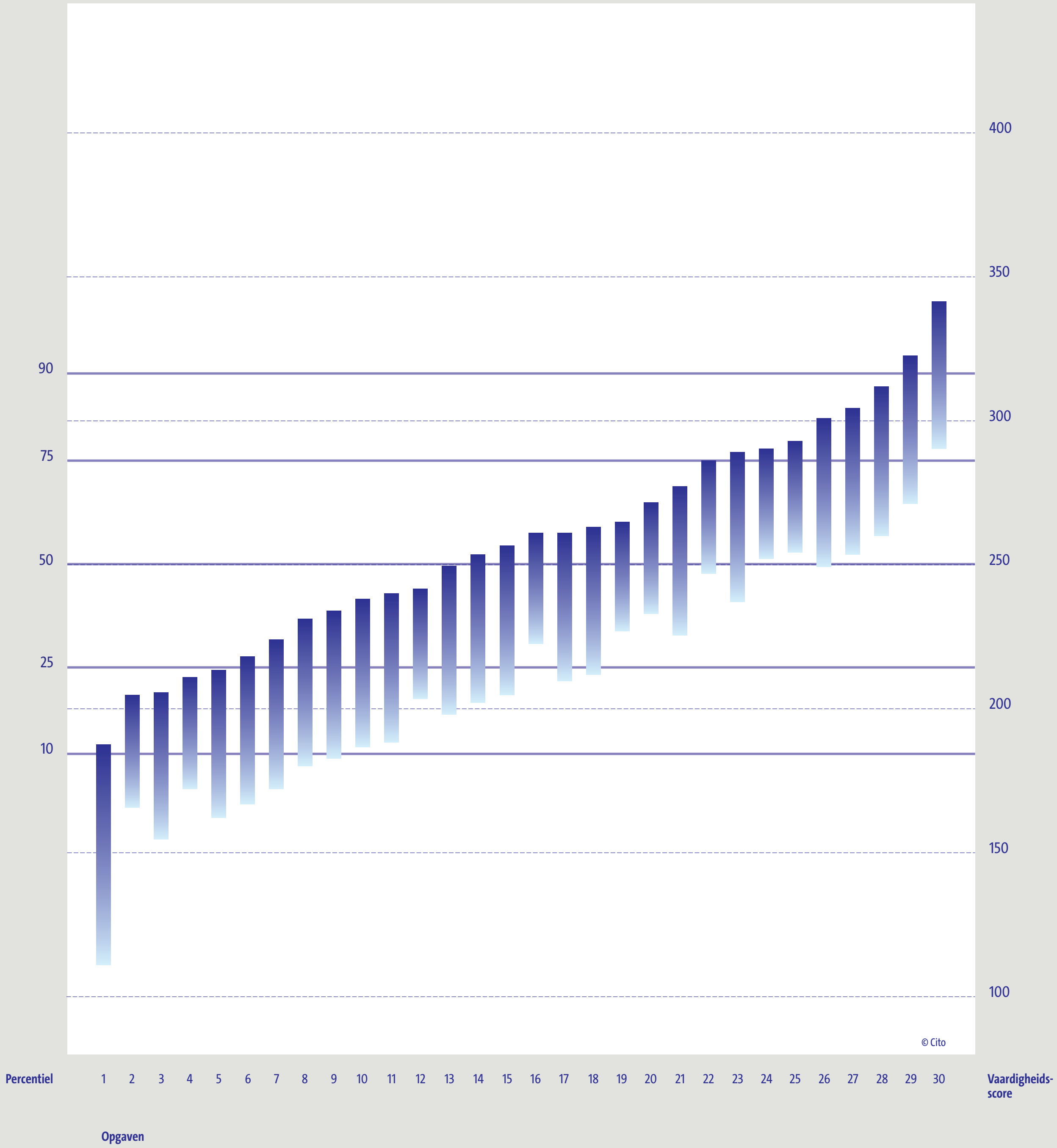
- Met behulp van een afbeelding bepalen hoeveel $\frac{3}{8}$ deel van 16 euro is (opgave 9)
- Ongelijknamige breuken optellen $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$ (opgave 8)
- Werkelijke aantallen omzetten in breukentaal, 1 miljard van 5 miljard is $\frac{\ldots}{\ldots}$ (opgave 7)
- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel $\frac{1}{4}$ deel van 400 is (opgave 6)

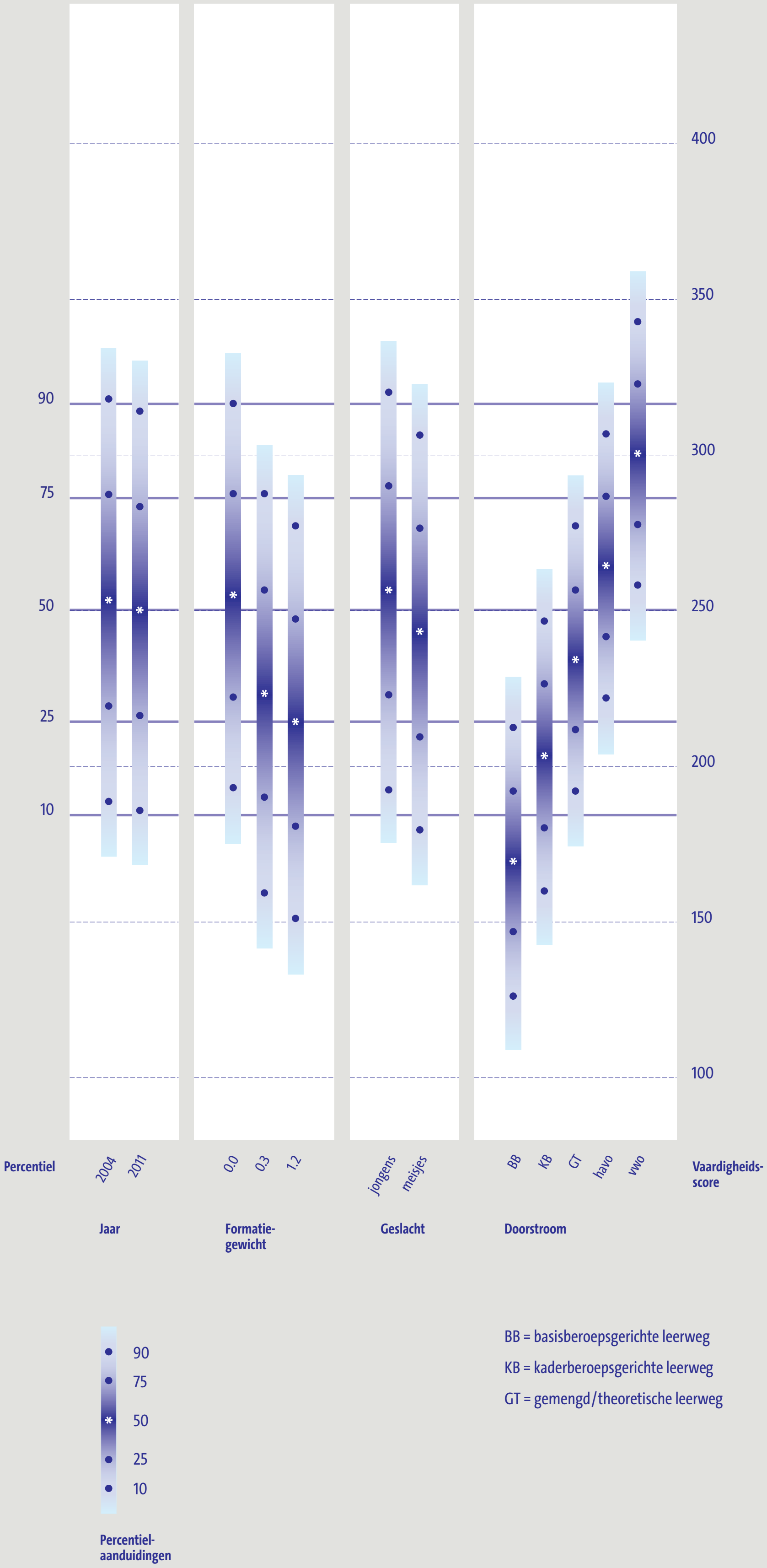
- Aangeven waar $\frac{1}{4}$ ligt op de getallenlijn (opgave 5)
- Eenvoudige opgave waarbij $\frac{3}{4}$ deel van 200 berekend moet worden (opgave 4)
- Werkelijke aantallen omzetten in breukentaal, 300 van de 1200 kinderen is (opgave 2) of een cirkelgrafiek (opgave 3)
- Opgave waarbij de grootste breuk gekozen moet worden (opgave 1)



De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Breuken





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

Verschillen tussen leerlingen

Het verschil tussen de 0.3- en 1.2-leerling is relatief klein en er is voor beide groepen sprake van een relatief grote afstand met de 0.0-leerlingen. Een gemiddelde 1.2-leerling beheerst de eerste 5 voorbeeldopgaven van het onderwerp *Breuken* goed, terwijl een gemiddelde 0.0-leerling de eerste 13 voorbeeldopgaven goed beheerst.

De gemiddelde vaardigheid van jongens is hoger dan de gemiddelde vaardigheid van meisjes.

Afhankelijk van het doorstroomniveau hebben leerlingen duidelijk onderscheidbare vaardigheidsniveaus. Vergelijken we de gemiddelde BB-leerling met de gemiddelde GT- en vwo-leerling, dan zien we dat de gemiddelde BB-leerling geen van de voorbeeldopgaven beheerst, de gemiddelde GT-leerling de eerste 9 opgaven beheerst, terwijl de gemiddelde vwo-leerling de eerste 25 voorbeeldopgaven beheerst.

Tabel 6.4 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Breuken

	Gemiddelde score	**Standaardafwijking**
Afnamejaar		
2004	254	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	223	50
1.2	214	49
Geslacht		
Jongens	257	50
Meisjes	243	49
Doorstroom		
BB	170	33
KB	203	34
GT	235	33
havo	264	33
vwo	300	33

Tabel 6.5 Breuken: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	**2011**
75%	73%
50%	47%

Tabel 6.6 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Breuken

Doorstroomkenmerk	Opgaven die de gemiddelde leerling: goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	1 tot en met 3, 5 en 6	4, 7 tot en met 30
KB	1	1 tot en met 11, 13 en 14	12, 15 tot en met 30
GT	1 tot en met 9	10 tot en met 21	22 tot en met 30
havo	1 tot en met 18	19 tot en met 28	29 en 30
vwo	1 tot en met 25	26 tot en met 30	

6.3 Procenten

Inhoud

Bij dit onderwerp staat het begrijpen van wat procenten zijn centraal. Een percentage moet worden begrepen als een verhouding of als een vergelijking van twee of meer grootheden, waarbij één van de grootheden op 100% gesteld wordt. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:
- inzien dat het geheel 100% is;
- aangeven met behulp van procenten hoe groot een bepaald deel in vergelijking met een geheel is (zowel precies als globaal schattend);
- de relatie tussen procenten enerzijds en verhoudingen, breuken en kommagetallen anderzijds;
- Die relatie komt in de opgaven voor bij
  - het vervangen van een percentage door een breuk;
  - het omzetten van een percentage in een vermenigvuldigingsfactor (bijvoorbeeld 200% $\rightarrow$ 2 x; 75% $\rightarrow \frac{3}{4}$ x of 0,75 x);
  - het omzetten van een percentage in een verhouding: 75% $\rightarrow$ 3 van de 4.

  Bij de opgaven moeten zowel exacte omzettingen gemaakt worden als omzettingen die globaal schattend van aard zijn (bijvoorbeeld: 49 van de 101 is ongeveer 50%).
- het kunnen gebruiken van percentages in allerlei reële contexten. Daarbij staan niet alleen centraal het begrip van en de vaardigheid in het rekenen met percentages, maar ook kennis van begrippen en afspraken in bepaalde sectoren. Daarnaast is bij tal van opgaven het doorzien van verschillende contexten vereist. We komen onder andere situaties tegen:
  - waarbij iets bijkomt of afgaat, zoals btw, korting, stijging, daling, toename, prijsverlagingen en dergelijke;
  - met renteberekeningen;
  - met winst en verlies.

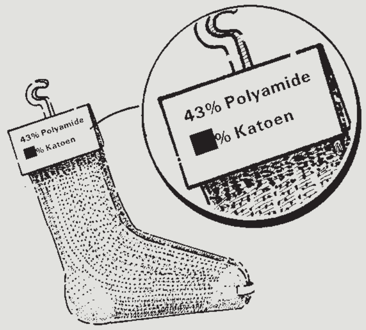
Bij een aantal opgaven is het toepassen van de standaardprocedure, waarbij eerst 1% uitgerekend wordt, een goede strategie, maar bij veel opgaven van dit onderwerp moeten de leerlingen handig en inzichtelijk rekenen. Het zonder meer toepassen van de standaardprocedure is dan niet efficiënt. Leerlingen kunnen in die situaties beter strategieën volgen waarbij bijvoorbeeld:
- het percentage wordt omgezet naar een breuk;
- gebruik wordt gemaakt van verhoudingen;
- de opgave in gedeelten wordt uitgerekend. Dit laatste is vaak een efficiënte strategie bij percentages boven de 100%.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 en 2 goed. De voorbeeldopgaven 3 en 5 worden door deze leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgave 4 en alle overige voorbeeldopgaven worden door de percentiel-10 leerling nog niet beheerst. De eerste voorbeeldopgave is een beschrijvings- en visualiseeropgave waarin leerlingen het ontbrekende getal moeten bepalen op basis van hun kennis dat polyamide en katoen samen 100% moeten vormen.
Deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-10 leerling goed beheerst. Voorbeeldopgave 2 wordt eveneens goed beheerst. In deze voorbeeldopgave worden leerlingen gevraagd te berekenen hoeveel een trui van € 90,- met 50% korting kost. Voorbeeldopgave 3 is vergelijkbaar met voorbeeldopgave 2: hoeveel is 25% van de 240 deelnemers. Deze voorbeeldopgave is echter een stuk moeilijker voor de percentiel-10 leerling en wordt matig beheerst. Voorbeeldopgave 5 wordt door deze leerlingen ook matig beheerst. In deze voorbeeldopgaven wordt de leerlingen gevraagd om uit een cirkeldiagram af te lezen hoeveel procent van de ondervraagden minder vlees zou willen eten ($\frac{3}{4}$ deel van de cirkel is gelijk aan 75%). Voorbeeldopgave 4 wordt door deze leerlingen nog niet beheerst. In deze voorbeeldopgaven moeten leerlingen een verhouding (100 van de 400 bezoekers) omzetten naar ___ % van de bezoekers.

Voorbeeldopgaven 1-5 Procenten

1



Deze sokken bestaan uit polyamide en katoen.
Hoeveel procent moet bij katoen staan?

__________ %

2 Patrick koopt een trui van € 90,- en krijgt 50% korting.
Hoeveel moet hij betalen?

€ ______

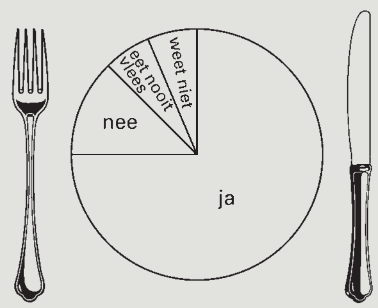
3 Bij een wandeltocht zijn 240 deelnemers. 25% neemt deel aan de tocht van 10 km.
Hoeveel zijn dat er?

____

4 100 van de 400 bezoekers van de rommelmarkt zijn ouder dan 50 jaar.
Hoeveel procent van de bezoekers is dat?

__________ %

5 Zou u minder vlees willen eten?



Hoeveel procent van de ondervraagden zou wel minder vlees willen eten?

__________ %

De percentiel-25 leerling heeft een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 4 tot en met 11. Voorbeeldopgaven 6, 9 en 10 zijn toepassingsopgaven. In voorbeeldopgave 6 wordt leerlingen gevraagd te berekenen hoeveel euro een spel goedkoper is in de ene winkel dan in de andere (€ 70,- versus 10% korting op € 80,-). 84% van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft het goede antwoord: 2 euro. 6% van de leerlingen geeft als antwoord 10 euro, dit is het verschil tussen de twee spellen zónder de korting. 2% geeft als antwoord 8 euro; dit is de korting die gegeven wordt op het spel in winkel 2. Voorbeeldopgave 10 is vergelijkbaar met voorbeeldopgave 6; leerlingen moeten berekenen hoeveel een racket van € 200,- met 5% korting kost. Beide toepassings-opgaven worden door de percentiel-25 leerling matig beheerst. Voorbeeldopgave 9 is ook een toepassingssopgave, die door deze leerlingen matig wordt beheerst. Leerlingen moeten berekenen hoeveel een tent van € 240,- met 25% korting kost. Het gaat om dezelfde getallen als bij voorbeeldopgave 3 maar in die opgave moeten leerlingen 25% uitrekenen van 240.
De getallen in deze voorbeeldopgave lenen zich meer voor een berekening uit het hoofd dan in voorbeeldopgave 10. Voorbeeldopgaven 7 en 8 zijn opgaven waarin leerlingen breuken of verhoudingen om moeten rekenen naar procenten: 20% van de steentjes is geel, $\frac{1}{4}$ deel rood en ___ % is blauw (voorbeeldopgave 7) en 49 van de 207 leerlingen is ongeveer ___ % (voorbeeldopgave 8, meerkeuzevraag). Voorbeeldopgave 11 is een visualisatieopgave waarbij 20 vakjes gegeven zijn en leerlingen 15% van de vakjes moeten inkleuren. Ook de voorbeeld-opgaven 7, 8 en 11 worden door de percentiel-25 leerling matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 6-11 Procenten

6

Hoeveel is het spel in de ene winkel goedkoper dan in de andere winkel?

€ ______

7 In een doos zitten gekleurde steentjes.
20% van de steentjes is geel, $\frac{1}{4}$ deel rood en de rest is blauw.
Hoeveel procent van de steentjes is blauw?

__________ %

8 Op basisschool de Klaproos bespelen 49 van de 207 leerlingen een muziekinstrument.
Ongeveer hoeveel procent van de leerlingen bespeelt een muziekinstrument?

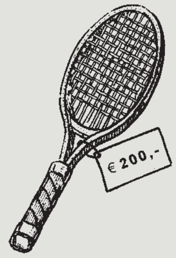
A 25% C 50%
B 33% D 100%

9

Jonne koopt deze tent.
Hoeveel euro moet hij betalen?

€ ______

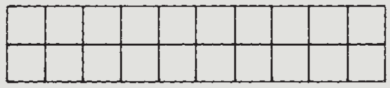
10



Mariska koopt dit racket.
Ze krijgt 5% kassakorting.
Hoeveel moet ze dan betalen?

€ ______

11



Kleur 15% van deze figuur.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste 10 voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 11 en 12 redelijk goed. Voorbeeldopgaven 13 tot en met 26, met uitzondering van voorbeeldopgave 22 worden matig beheerst. Deze opgaven gaan over:

- een half procent van € 500,- (voorbeeldopgave 12);
- 15% korting van € 600,- (voorbeeldopgave 13);
- 12,5% van 16 000 (voorbeeldopgave 14);
- € 40,- per broek, 25% korting op de tweede broek, hoeveel kosten twee broeken samen (voorbeeldopgave 15);
- 500% van € 80,- is € ___ (voorbeeldopgave 16);
- Hoeveel procent rente heeft Michiel gekregen als hij € 120,- spaart en € 126,- heeft als de rente is bijgeschreven (voorbeeldopgave 17);
- 4,8% van 500 ml is ___ ml (voorbeeldopgave 18);
- 2% van 1424 voertuigen is ___ voertuigen (voorbeeldopgave 20);
- 52 van de 200 is ___ % (voorbeeldopgave 21);
- 10% van € 45 aftrekken, en vervolgens bepalen hoeveel euro Jessica terugkrijgt als ze met € 50,- betaalt (voorbeeldopgave 24).
- Het berekenen van 100% op basis van de huidige prijs (€ 15,-) en de grootte van de korting (25%, voorbeeldopgave 25);
- Het berekenen van 100% op basis van de prijs (150 cent per liter) + 2% (voorbeeldopgave 26).

Voorbeeldopgave 22 is ook een toepassingsopgave (90 000 van 150 000 is ___ %), maar deze wordt door de gemiddelde leerling nog onvoldoende beheerst. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben geeft 51% van de leerlingen het goede antwoord: 60%. Van de leerlingen denkt 10% dat 90 000 $\frac{3}{4}$ deel van 15 000 is, en geeft het antwoord 75%. 5% van de leerlingen geeft als antwoord 65%, en 4% van de leerlingen geeft als antwoord 40%.
In voorbeeldopgaven 19 en 23 moeten leerlingen breuken- en verhoudingentaal omzetten naar percentages: 3 keer zo veel loofbomen als naaldbomen is ___ % loofbomen (voorbeeldopgave 19) en 1 op de 8 kinderen is ___ % (voorbeeldopgave 23). Beide voorbeeldopgaven worden door de gemiddelde leerling matig beheerst.

12 Hoeveel is een half procent van € 500,- ?

€ ______

13

Hoeveel moet je nu voor deze fiets betalen?

€ ______

14 Hoeveel is 12,5% van 16 000?

____

15

Kim koopt 2 broeken in de aanbieding.
Hoeveel euro moet ze in totaal betalen?

€ ______

16 500% van € 80,- is € ______

17 Michel heeft een jaar lang € 120,- op zijn spaarbankboekje staan. De bank schrijft de rente bij na een jaar. Dan staat er € 126,- op Michels boekje.
Hoeveel procent rente heeft de bank gegeven?

__________ %

18

ingrediënten:
melk (70%), appelsap (4,8%)
druivensap (3,2%), mango (1,5%)

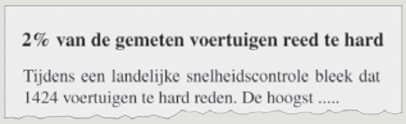
In deze melkdrank zit 4,8% appelsap.
Hoeveel milliliter is dat ongeveer?

A 5 ml C 50 ml
B 25 ml D 250 ml

19 Bij het aanleggen van een bos worden 3 keer zoveel loofbomen als naaldbomen geplant.
Hoeveel procent bestaat dan uit loofbomen?

__________ %

20



2% van de gemeten voertuigen reed te hard

Tijdens een landelijke snelheidscontrole bleek dat 1424 voertuigen te hard reden. De hoogst .....

Van ongeveer hoeveel voertuigen werd de snelheid gemeten?

A 700
B 3000
C 70 000
D 140 000

21 Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd.
52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug.
Hoeveel procent is dat?

__________ %

22 In Cassië wonen ongeveer 150 000 mensen.
Ongeveer 90 000 daarvan zijn man.
Ongeveer hoeveel procent van de inwoners van Cassië is man?

__________ procent

23 In de wijk Overmaars staan 4 scholen.
1 op de 8 kinderen gaat naar basisschool de Piramide.
Hoeveel procent is dat?

__________ %

24

Jessica koopt deze broek van 45 euro. Ze krijgt 10% korting.
Ze betaalt met 50 euro.
Hoeveel krijgt Jessica terug?

€ ______

25

AUTOWASSTRAAT DE BOER
Deze maand
25% KORTING
Hogedruk voorwas, schuimwassen, onderkant wassen hardwax powerplus, extra drogen, ruitendoekje
NU voor maar
€ 15,-

Hoeveel kost deze behandeling normaal in de autowasstraat De Boer?

€ ______

26

Benzineprijs
Een liter benzine kost nu 150 cent per liter. Vorige week was de prijs 2% hoger

Hoeveel cent kostte een liter benzine vorige week?

__________ cent

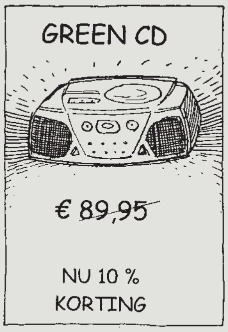
De percentiel-75 leerling heeft een goede beheersing van de eerste 20 voorbeeldopgaven, een redelijk goede beheersing van de voorbeeldopgaven 21 tot en met 23 en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 24 tot en met 28. De eerste 26 voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. Zowel voorbeeldopgave 27 als 28 zijn toepassingsopgaven, die door deze leerlingen matig worden beheerst. In voorbeeldopgave 27 wordt leerlingen gevraagd te berekenen hoeveel van de 2 miljoen poststukken niet binnen één dag worden bezorgd als 95% wel binnen één dag wordt bezorgd. In voorbeeldopgave 28 moeten leerlingen berekenen hoeveel weken Carla € 5,- heeft gespaard om een draagbare radio te kopen die € 89,95 kostte en nu 10% is afgeprijsd. Carla moet net iets meer dan 16 weken sparen (16,191). Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft 37% het goede antwoord: 17 weken. Het antwoord 16 weken wordt door 27% van de leerlingen gegeven. Van de leerlingen geeft 3% het antwoord 18. Deze leerlingen hebben de 10% korting niet van de prijs afgehaald.

Voorbeeldopgaven 27 en 28 Procenten

27 In Nederland worden iedere dag 2 miljoen poststukken verzonden.
95% van deze poststukken wordt binnen één dag bezorgd.
Hoeveel poststukken worden niet binnen één dag bezorgd?

__________ poststukken

28



Carla spaart iedere week € 5,- voor deze draagbare radio. Deze week krijgt ze 10% korting en kan ze de radio kopen.
Hoeveel weken heeft ze gespaard?

__________ weken

De percentiel-90 leerling heeft een goede beheersing van de eerste 27 voorbeeldopgaven en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 28 tot en met 30. Voorbeeldopgave 29 is een toepassingsopgave waarin leerlingen gevraagd wordt te berekenen hoeveel procent bezoekers er minder naar het pretpark zijn gekomen dan verwacht (13 200 in plaats van 15 000). Deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-90 leerling matig beheerst. In voorbeeldopgave 30 moeten leerlingen de breuk $\frac{42}{60}$ omzetten in een percentage. Dit wordt door deze leerlingen eveneens matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 29 en 30 Procenten

29 Een pretpark verwachtte op een zaterdag 15 000 bezoekers. Er kwamen er die dag 13 200.
Hoeveel procent bleef het aantal bezoekers beneden de verwachting?

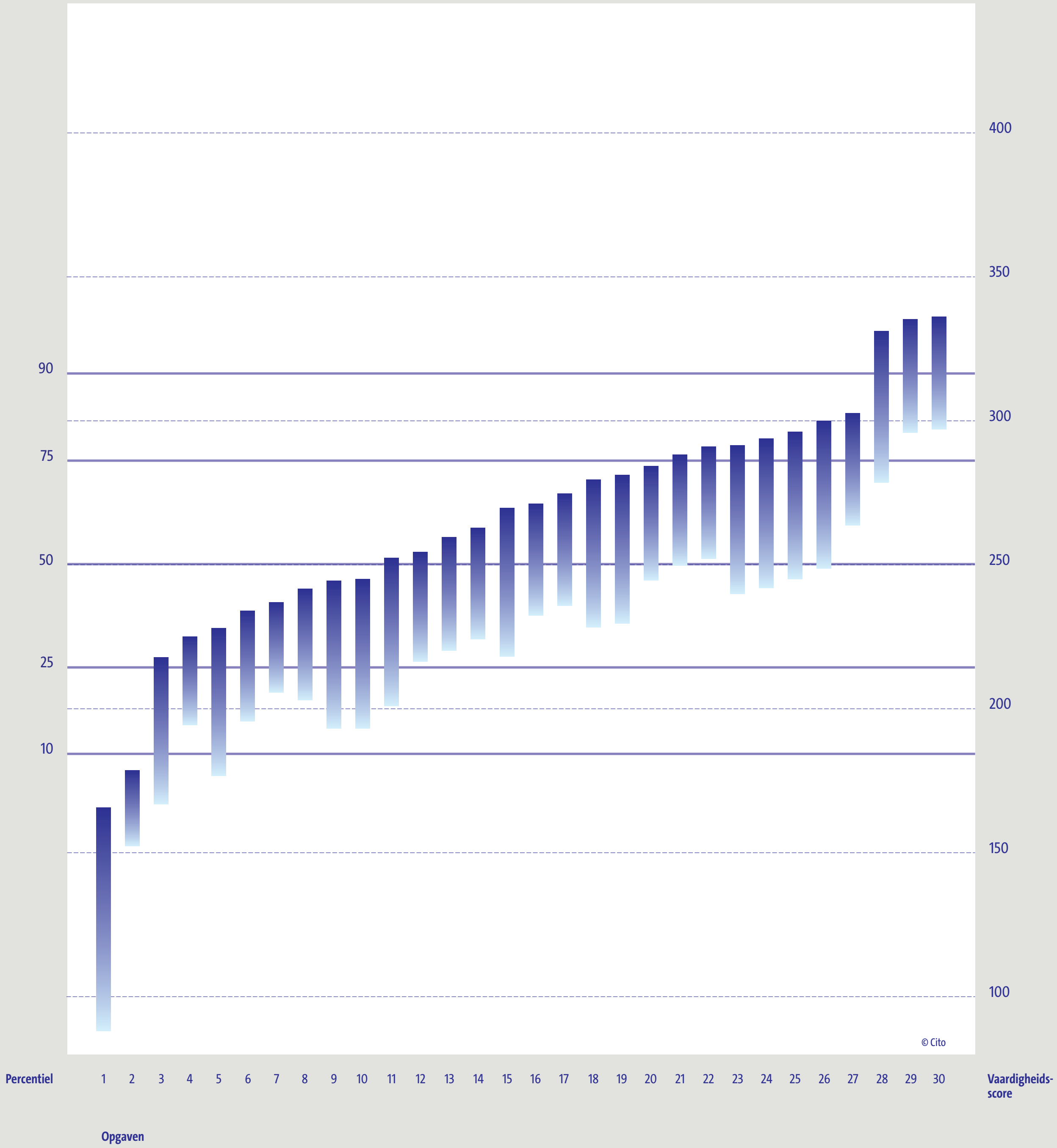
__________ %

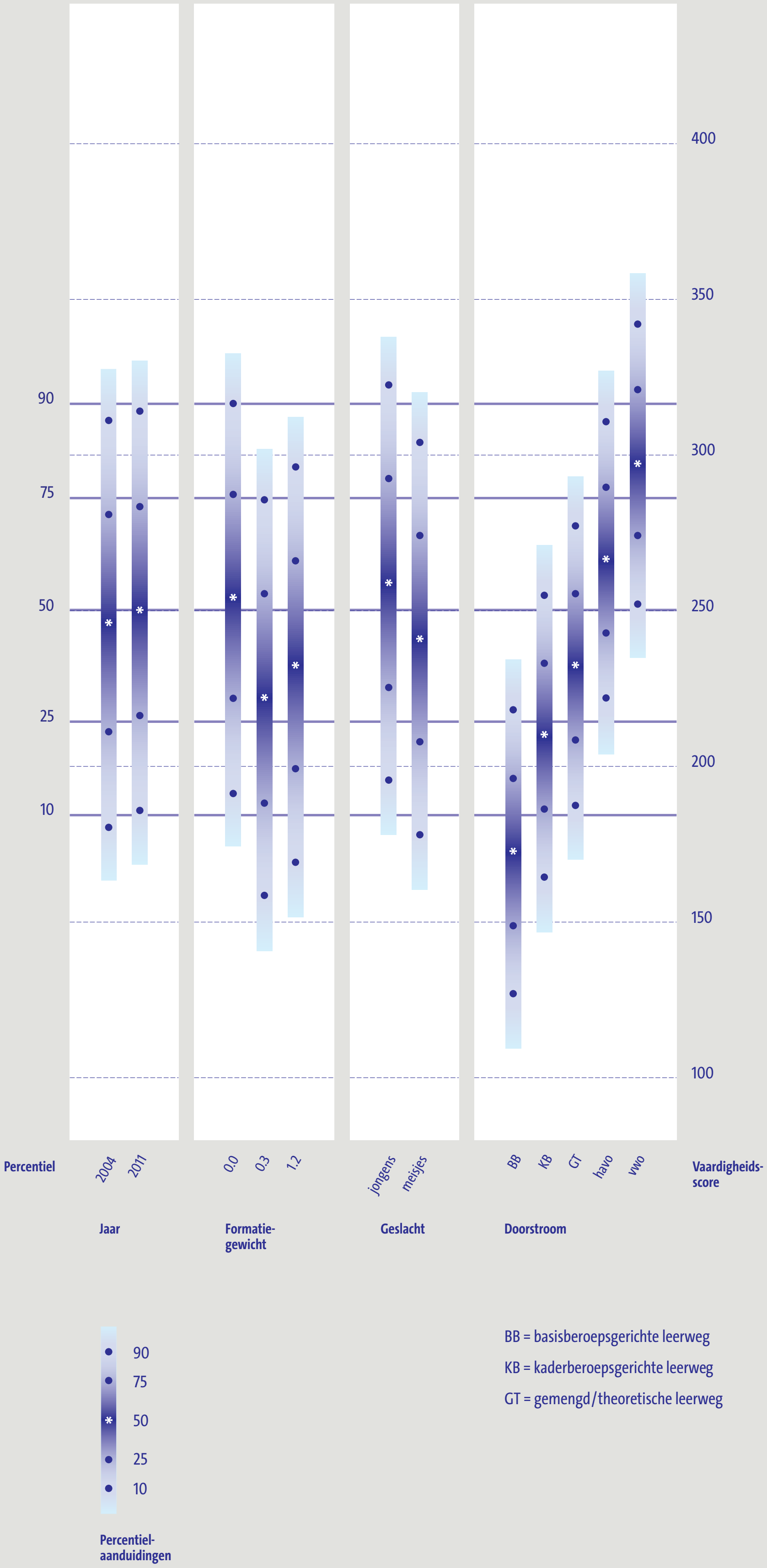
30 Schrijf $\frac{42}{60}$ als percentage.

____

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Procenten





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Procenten

- Omzetten van een complexe breuk in een percentage, $\frac{42}{60}$ is _____% (opgave 30)
- Moeilijke complexe opgave waarbij een percentage berekend moet worden (opgave 29)

- Complexe opgave waarbij berekend moet worden hoeveel weken gespaard moet worden wanneer de cd-speler 10% goedkoper is en 5 euro per week gespaard wordt (opgave 28)

- Opgave waarbij berekend moet worden hoeveel procent van de post niet bezorgd wordt wanneer 95% van 2 miljoen wél bezorgd wordt (opgave 27)
- Uitrekenen hoeveel procent 90 000 van de 150 000 is (opgave 22)

- Complexe opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel het bedrag vorige week was wanneer gegeven is dat het bedrag toen 2% hoger lag dan 150 cent (opgave 26)
- Complexe opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel het normale bedrag is wanneer het bedrag met 25% korting 15 euro is (opgave 25)
- Complexe toepassingsopgave waarbij het wisselgeld berekend moet worden wanneer een broek met 45% korting gekocht en met 50 euro betaald wordt (opgave 24)

- Verhoudingentaal omzetten in procenten, 1 op de 8 is ____% (opgave 23)
- Uitrekenen hoeveel procent 52 van de 200 is (opgave 21)

- Opgaven waarbij globaal gerekend moet worden zoals 4,8 procent van 500 ml (opgave 18) en 2% = 1424 dan is 100% = ... (opgave 20)
- Beredeneren hoeveel procent loofbomen er zijn wanneer er 3 keer zoveel loofbomen als naaldbomen zijn (opgave 19)
- Complexe toepassingsopgaven zoals opgave 15 waarbij berekend moet worden hoeveel twee broeken kosten wanneer op de tweede broek 25% korting gegeven wordt en opgave 17 waarbij berekend moet worden hoeveel procent rente verkregen is wanneer het saldo van 120 euro naar 126 euro is gegaan
- Opgaven waarbij een percentage van een geheel berekend moet worden, zoals een half procent van 500 euro is (opgave 12), wat een fiets kost wanneer 15% korting gegeven wordt (opgave 13), wat 12,5% van 50 000 is (opgave 14) en wat 500% van 80 euro is (opgave 16)

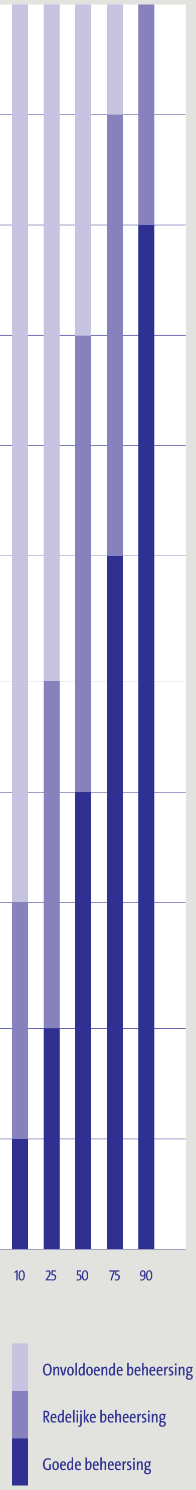
- Visualisatieopgave waarbij 20 vakjes gegeven zijn en 15% ingekleurd moet worden (opgave 11)

- Uitrekenen wat 5% van 200 euro is (opgave 10)
- Uitrekenen wat betaald moet worden wanneer 25% korting gegeven wordt op 240 euro is (opgave 9)
- Opgave waarbij aangegeven moet worden hoeveel procent 100 van de 400 is (opgave 4) of hoeveel procent ongeveer 49 van de 207is (opgave 8)
- Toepassingsopgave met eenvoudig percentage en eenvoudige breuk waarbij de leerlingen moeten weten dat het geheel 100% is, 20% + ____ + ____ = 100% (opgave 7)
- Toepassingsopgave waarbij het verschil in prijs berekend moet worden tussen twee spellen, waarvan de ene met 10% korting verkocht wordt (opgave 6)

- Aflezen cirkelgrafiek en een segment hiervan omzetten in een percentage (opgave 5)

- Uitrekenen wat 25% van 240 is (opgave 3)

- Uitrekenen wat 50% van een bedrag is (opgave 2)
- Weten dat het geheel 100% is en dat kunnen toepassen in eenvoudige situaties (opgave 1)



Verschillen tussen 2011 en 2004

Op het gebied van *Procenten* is een positieve tendens te zien. Net als in de periodes tussen 1992 en 1997 en 1997 en 2004 is een lichte vooruitgang tussen 2004 en 2011 te zien. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 78% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 53% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Het verschil in de gemiddelde vaardigheid tussen de 0.3-leerling en 1.2-leerling is klein. Het vaardigheidsniveau van de 1.2-leerling op het gebied van procenten is hoger dan het vaardigheidsniveau van de 0.3-leerling. De relatieve afstand ten opzichte van de 0.0-leerling is voor beide groepen groot. De 0.0-leerling beheerst de eerste 11 opgaven goed, terwijl de 0.3- en 1.2-leerling de eerste 3 opgaven goed beheersen.

Jongens hebben een hoger vaardigheidsniveau dan meisjes. Het verschil tussen jongens en meisjes is bij het onderwerp *Procenten* groter dan bij de onderwerpen *Verhoudingen* en *Breuken*.

Met de onderscheiden doorstroomniveaus worden de verschillen in vaardigheden tussen leerlingen eind groep 8 duidelijk geïllustreerd. De gemiddelde score (172) van een BB-leerling ligt ruim onder het gemiddelde van de populatie (250). Een leerling met de score van een gemiddelde BB-leerling beheerst alleen de eerste voorbeeldopgave goed en de tweede en derde voorbeeldopgave matig. Het verschil in gemiddelde vaardigheid tussen de BB-leerling en de KB-leerling en tussen de KB-leerling en de GT-leerling is bij de onderwerpen *Verhoudingen* en *Breuken* ongeveer 30. Het verschil tussen de BB-leerling en KB-leerling is bij het onderwerp *Procenten* wat groter, 37 punten. Het verschil tussen de KB- en GT-leerling is daarentegen wat kleiner, 23 punten. De gemiddelde score van een vwo-leerling ligt met 297 ruim boven het gemiddelde. Een leerling met deze score beheerst de eerste 25 voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 26 tot en met 30 matig.

Tabel 6.7 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Procenten

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	246	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	49
0.3	222	50
1.2	232	49
Geslacht		
Jongens	259	49
Meisjes	241	49
Doorstroom		
BB	172	36
KB	209	35
GT	232	35
havo	266	35
vwo	297	35

Tabel 6.8 Procenten: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	78%
50%	53%

Tabel 6.9 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Procenten

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1	2 en 3	4 tot en met 30
KB	1 en 2	3 tot en met 11	12 tot en met 30
GT	1 tot en met 5	6 tot en met 15, 18 en 19	16, 17, 20 tot en met 30
havo	1 tot en met 14	15 tot en met 27	28, 29 en 30
vwo	1 tot en met 25	26 tot en met 30	-

7 Meten en meetkunde

7 Meten en meetkunde

In dit hoofdstuk beschrijven we de resultaten van leerlingen op het domein Meten en meetkunde. Het centrale thema in de domein betreft het meetaspect in haar verschillende vormen.

7.1 Meten: lengte

Inhoud

Bij het onderwerp *Meten: lengte* gaat het om basiskennis en begrip van lengte en lengtematen, het uitvoeren van herleidingen en het kunnen toepassen van deze kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen zijn:

- vergelijken van voorwerpen, afstanden e.d. op het aspect lengte;
- lengte meten en aflezen van het meetresultaat op liniaal en meetlint;
- bepalen van de lengte door afpassen van een (gedeelte van een) schaallijn op een gegeven afstand;
- bepalen van de lengte of afstand op basis van een gegeven schaal;
- bepalen van de schaal op basis van de werkelijke afstand en de lengte op een tekening of kaart;
- interpreteren van lengteaanduidingen op (bouw)tekeningen en gegevens op bijvoorbeeld kilometertellers;
- kiezen van de juiste maat in een gegeven context;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende lengtematen;
- berekenen van omtrek van onder andere rechthoeken, rechthoekige figuren en benaderen van de omtrek van grillige figuren;
- toepassen door het oplossen van vraagstukken waarbij onder andere herleidingen met lengtematen uitgevoerd worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 3, 4 en 7 matig. In voorbeeldopgave 1 moeten leerlingen meten hoe groot het getekende penseel is en vervolgens uitrekenen hoe groot dit in werkelijkheid zou zijn (5 x 6 = 30 cm). In de tweede voorbeeldopgave moeten leerlingen laten zien dat ze enige notie hebben van grootheden door de maat van een spijker te bepalen. De duim in de tekening kunnen de leerlingen gebruiken als referentie om te bepalen of een spijker 1,5 mm, cm, m of km is. 91% van de leerlingen die deze voorbeeldopgave heeft gemaakt, geeft het correcte antwoord: cm. 6% van de leerlingen geeft het antwoord mm.
De percentiel 10-leerlingen hebben een matige beheersing van het omzetten van kilometers naar meters en omgekeerd, zoals in voorbeeldopgaven 3 en 4. In voorbeeldopgave 3 moeten leerlingen berekenen hoeveel meter weg er nog vernieuwd moet worden door het verschil tussen 2 km en 1600 meter te berekenen. In voorbeeldopgave 4 moeten leerlingen 0,6 km omzetten naar meters. Ten slotte hebben deze leerlingen een matige beheersing van voorbeeld-opgave 7 waarin wordt gevraagd uit te rekenen hoeveel hekjes van 2 cm er rondom het achtzijdige terras (elke zijde is 4 cm) van het speelgoedhuis van Elvira geplaatst kunnen worden.

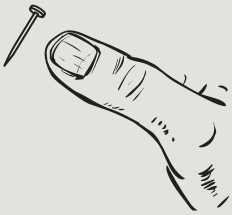
Voorbeeldopgaven 1-7 Meten: lengte

1

Gebruik je liniaal.
In werkelijkheid is deze penseel 6 keer zo lang.
Hoeveel centimeter lang is de penseel in werkelijkheid?

__________ centimeter

2



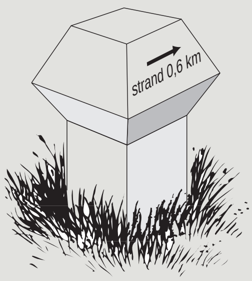
Vul in.

Deze spijker is 1,5 ______ lang

3 Van een stuk weg van 2 km wordt het wegdek vernieuwd.
1600 meter is al klaar.
Hoeveel meter moet nog?

__________ m

4



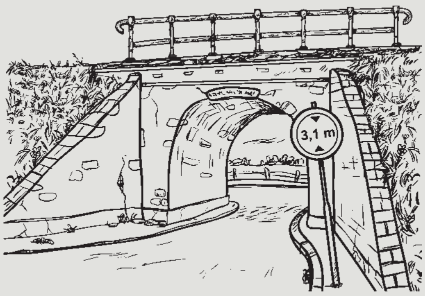
Hoeveel meter is het nog tot het strand?

__________ meter

5 1 cm op de kaart is in werkelijkheid 10 km.
De afstand tussen 2 plaatsen op de kaart is 4,5 cm.
Hoeveel km is die afstand in werkelijkheid?

__________ km

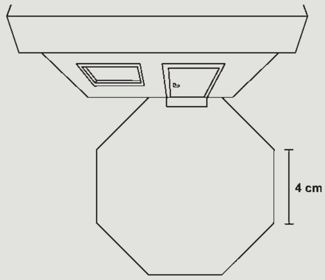
6



Auto's die hoger zijn dan 3,1 meter kunnen niet onder de tunnel door.
Hoeveel cm is 3,1 meter?

__________ cm

7



Dit is het speelgoedhuis van Elvira. Ze wil hekjes van 2 cm rond het terras zetten.
Hoeveel hekjes heeft ze nodig?

__________ hekjes

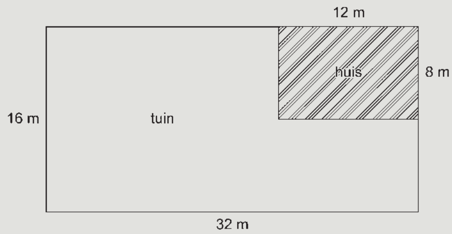
De percentiel-25 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 4 tot en met 7 en 9 matig. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van opgaven waarin gebruikgemaakt moet worden van een schaal (voorbeeldopgave 5) of waarbij de schaal moet worden bepaald (voorbeeldopgave 9). Voorbeeldopgave 1 beheersen de percentiel 25-leerlingen wel goed hierbij moeten leerlingen ook een schaal gebruiken, echter de formulering in deze voorbeeldopgave is minder formeel dan in de voorbeeldopgaven 5 en 9. In voorbeeldopgave 6 wordt leerlingen gevraagd hoeveel centimeter 3,1 meter is. Deze leerlingen beheersen deze voorbeeldopgave matig. Voorbeeldopgave 8 lijkt qua vorm op voorbeeldopgave 3. Leerlingen moeten in deze voorbeeldopgaven berekenen hoeveel meter van de weg of spoorlijn nog aangelegd moet worden. Voorbeeldopgave 8 is echter nog te moeilijk voor de percentiel-25 leerling, in tegenstelling tot voorbeeldopgave 3. Het aftrekken van een kwart kilometer van 1 km vinden deze leerlingen moeilijker dan 2 km min 1600 meter. 69% van alle leerlingen die voorbeeldopgave 8 gemaakt heeft, geeft het correcte antwoord: 750 meter, 10% van de leerlingen geeft als antwoord 75 en 5% geeft als antwoord 7500. Deze leerlingen hebben nog geen notie van het aantal meters in een kilometer. 2% van de leerlingen geeft als antwoord 0,75. Deze leerlingen hebben het antwoord waarschijnlijk gegeven in kilometers in plaats van in meters.

Voorbeeldopgaven 8 en 9 Meten: lengte

8 De trammaatschappij moet 1 km spoorlijn vervangen.
Een kwart kilometer is al aangelegd.
Hoeveel meter spoorlijn moet nog vervangen worden?

__________ meter

9



Gebruik je liniaal.
Wat is de schaal van deze plattegrond?

1 cm is in werkelijkheid ______ meter

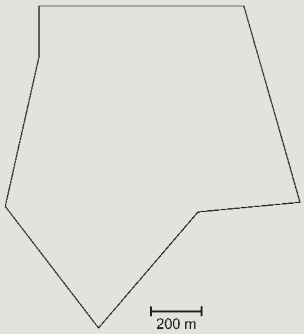
De gemiddelde leerling beheerst de eerste zeven opgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 12 matig. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van het omrekenen van cm naar mm zoals in voorbeeldopgave 10. In voorbeeldopgave 11 moeten leerlingen op basis van een schaallijn met behulp van een liniaal de afstand van een wandelroute bepalen. Deze voorbeeldopgave is redelijk moeilijk omdat leerlingen moeten rekenen met een schaal 1 cm = 200 m en moeten antwoorden in kilometers. De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van deze relatief complexe vorm van de schaallijn. Daarnaast wordt voorbeeldopgave 12 ook matig beheerst. In deze opgave moeten leerlingen 2,2 m aftrekken van 389 centimeter om te bepalen hoeveel centimeter het bed van de muur af staat. 57% van alle leerlingen die voorbeeldopgave 12 gemaakt heeft, geeft het goede antwoord: 169. 13% van de leerlingen geeft het antwoord in meters, namelijk 1,69. 1% van de leerlingen trekt 2,2 af van 389 en komt op het antwoord 386,8.

Voorbeeldopgaven 10-12 Meten: lengte

10 Een balk is $6\frac{1}{2}$ cm dik.
Hoeveel mm is dat?

__________ mm

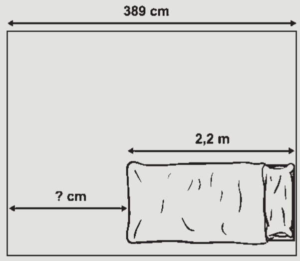
11 Eikenwandeling



Chantal en Esther lopen deze wandeling.
Hoeveel km is deze wandeling in werkelijkheid?

__________ km

12



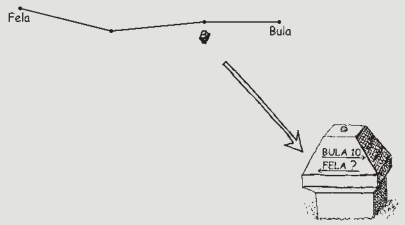
De kamer van Jan is 389 cm lang. Zijn bed is 2,2 m lang.
Hoeveel centimeter ruimte is over tussen het bed en de muur?

__________ cm

De percentiel-75 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 tot en met 10 goed en 11 tot en met 14 matig. De eerste twaalf voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. In voorbeeldopgave 13 moeten leerlingen wederom gebruikmaken van een liniaal om te bepalen hoeveel kilometer een afstand in cm in werkelijkheid is. In deze voorbeeldopgave is de schaallijn echter niet letterlijk weergegeven, zoals in voorbeeldopgave 11 wel het geval is. Van leerlingen wordt verwacht dat ze in deze opgave de schaal uit de afbeelding kunnen afleiden door de verhouding te bepalen. De percentiel-75 leerling beheerst deze voorbeeldopgave matig. In voorbeeldopgave 14 wordt de kilometerteller van Jim weergegeven. De stand staat op 99,6 km. Aan leerlingen wordt gevraagd wat de stand op de kilometerteller is als Jim 1500 meter fietst. In deze opgave moeten leerlingen meters omrekenen naar kilometers en vervolgens een optelling met overschrijding van het honderdtal maken (99,6 km + 1,5 km).

Voorbeeldopgaven 13 en 14 Meten: lengte

13



Gebruik je liniaal.

Van de paddenstoel naar Bula is het 10 km.

Hoeveel km is het van de paddenstoel naar Fela?

__________ km

14

Jim fietst naar zijn vriend. Dat is precies 1500 meter.

Wat staat er dan op zijn kilometerteller?

__________ km

De percentiel-90 leerling heeft een goede beheersing van de eerste dertien voorbeeldopgaven en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 14 tot en met 17. Voorbeeldopgave 18 ligt buiten het vaardigheidsbereik van deze leerlingen. In voorbeeldopgave 15 moeten leerlingen uit een tabel aflezen in welke plaats er anderhalve centimeter regen is gevallen. De hoeveelheid regen in de tabel is in milliliters weergegeven. De percentiel-90 leerling beheerst dit matig. Uit deze moeilijke opgaven kunnen we constateren dat meten met lengtematen moeilijker wordt naarmate er meer ingewikkelde bewerkings- en/of verhoudingsvraagstukken bij aan de orde komen. Voorbeeldopgave 16 is hetzelfde type opgave als voorbeeldopgave 1. Leerlingen moeten opmeten en berekenen hoe groot het insect in werkelijkheid is. Het insect is echter groter getekend dan in werkelijkheid, terwijl in voorbeeldopgave 1 het penseel kleiner is getekend dan in werkelijkheid. In voorbeeldopgave 1 moeten leerlingen dus vermenigvuldigen en in voorbeeldopgave 16 moeten leerlingen 3 cm delen door 30. Voorbeeldopgave 16 is aanzienlijk moeilijker dan voorbeeldopgave 1 en wordt door de percentiel-90 matig beheerst. In voorbeeldopgave 17 moeten leerlingen 4 bij 3,5 meter met een schaal van 1 : 50 omzetten naar centimeters. Ook deze opgave wordt door deze leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgave 18 is de moeilijkste voorbeeldopgave op deze schaal en wordt door de percentiel-90 leerling nog niet beheerst. In deze opgave moeten leerlingen berekenen hoeveel planken van 10,5 cm nodig zijn om een plafond van 4,5 meter te bedekken.

Voorbeeldopgaven 15-18 Meten: lengte

15

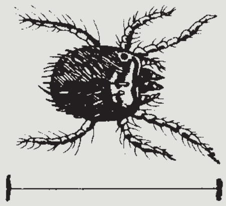
het weer van 10 januari

plaats	weertype	windrichting en snelheid meters/sec.	max. temp.	min. temp.	mm neerslag
1 Amsterdam	regen	o 2	8	9	**1,4**
2 De Bilt	regen	zo 2	8	9	**2,0**
3 Deelen	-	zo 3	8	8	**1,6**
4 Eelde	motregen	z 2	7	9	**2,0**
5 Eindhoven	regen	zo 2	8	9	**6,9**
6 Den Helder	regen	o 2	8	8	**0,4**
7 Rotterdam	regen	o 2	8	9	**4,7**
8 Twente	-	o 2	8	10	**0,1**
9 Vlissingen	regen	w 7	10	8	**14,7**
10 Maasstricht	regen	zw 5	11	9	**12,3**

In welke plaats is er ongeveer anderhalve centimeter regen gevallen?

In ________________

16 Gebruik je liniaal



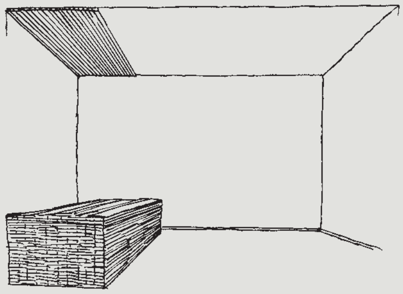
De lengte van dit insect is 30 keer zo groot getekend als de lengte in werkelijkheid is.
Hoe lang is dit insect in werkelijkheid?

___________ cm

17 De kamer van Meryem is 4 bij 3,5 meter. Ze maakt een plattegrond van haar kamer op een schaal van 1:50.
Hoe groot is de kamer op de tekening?

___________ cm bij _________ cm

18

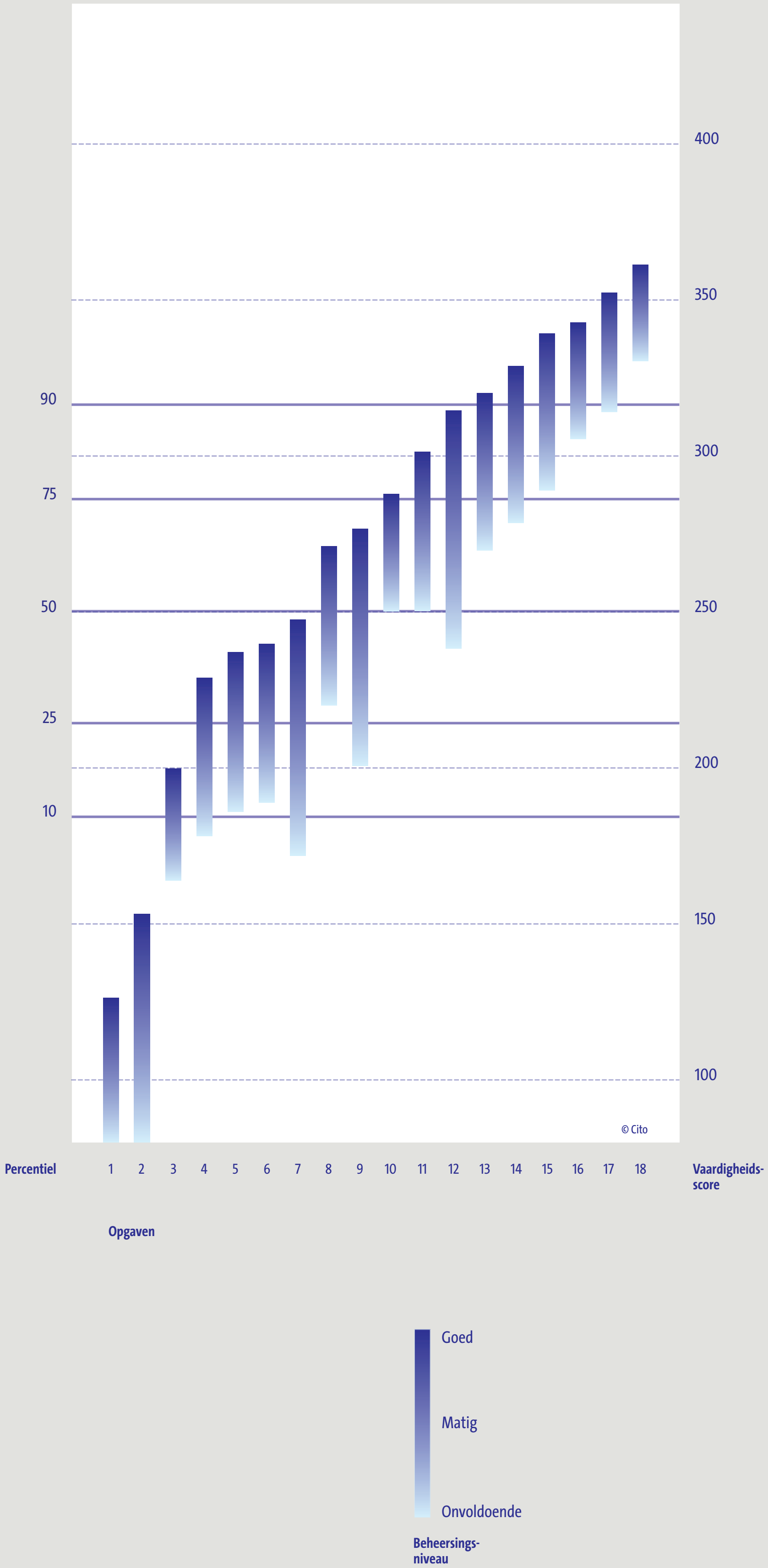


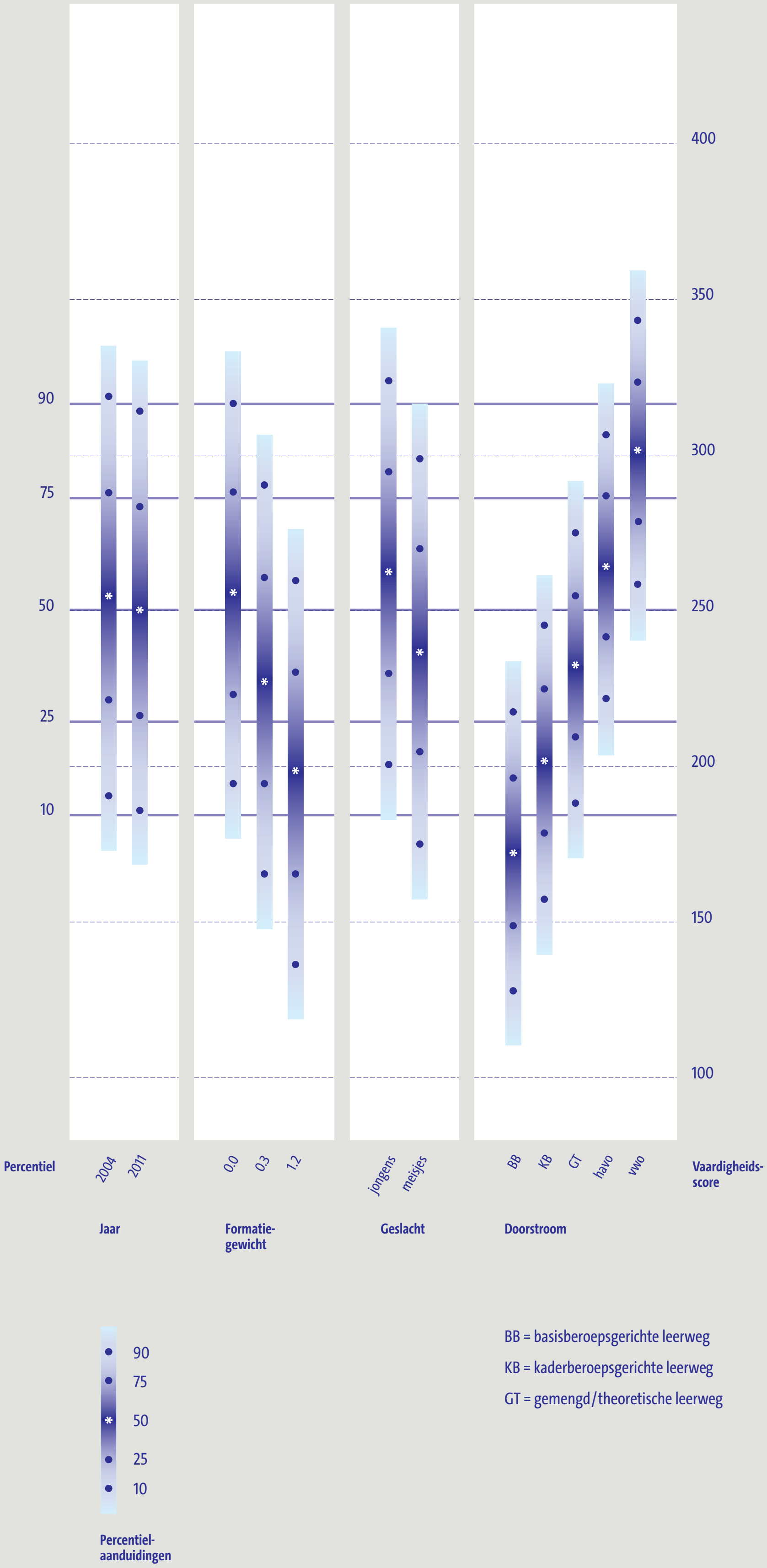
Op een plafond van 4,5 meter breed worden planken getimmerd met een breedte van 10,5 cm.
Hoeveel planken heb je nodig?

___________ planken

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Meten: lengte





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Meten: lengte

- Toepassingsopgave waarbij bepaald moet worden hoeveel planken van 10,5 cm passen in 4,5 meter (opgave 18)

- Toepassingsopgaven met schaal zoals opgave 16 waarbij aangegeven moet worden hoe lang het insect in werkelijkheid is als het op de afbeelding 30 keer zo groot is getekend als in werkelijkheid en opgave 17 waarbij bepaald moet worden hoe groot een kamer van 4 bij 3,5 meter is wanneer de schaal 1:50 is
- Aangeven dat 14,7 mm ongeveer anderhalve cm is (opgave 15)

- Toepassingsopgave waarbij een afstand in meters opgeteld moet worden bij een afstand als kommagetal in kilometers (opgave 14)

- Schaalopgave waarbij de afstand tot een plaats bepaald moet worden waarbij de schaal moet worden afgeleid uit de afbeelding (opgave 13)

- Toepassingsopgaven, zoals opgave 12 waarbij 2,2 meter afgetrokken moet worden van 389 cm (opgave 12)
- Opgaven waarbij met een liniaal gemeten moet worden hoe vaak de schaallijn past op een lengte en waarbij tevens een omzetting van meter naar kilometer gemaakt moet worden (opgave 11)

- Omzettingen van cm naar mm, als 6 $\frac{1}{2}$ cm = ___ mm (opgave 10)
- Omzetting van kilometeraanduiding naar meters waarbij een kwart kilometer afgetrokken moet worden van 1 kilometer (opgave 8)

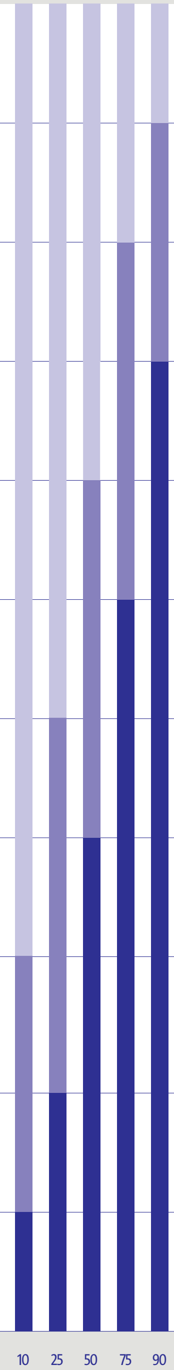
- Bepalen van de schaal op basis van een plattegrond waarin de afmetingen in werkelijkheid zijn gegeven (opgave 9)

- Opgaven waarbij meters omgezet moeten worden, waarbij het getal in meters een kommagetal is (opgave 6)
- Bepalen wat de werkelijke lengte is wanneer de schaal gegeven wordt en de afstand op de kaart (opgave 5)

- Toepassingen waarin leerlingen op basis van een plattegrond moeten bepalen hoeveel hekjes van 2 cm om een achtzijdig terras (elke zijde is 4 cm) geplaatst moeten worden (opgave 7)
- Interpreteren van kilometeraanduidingen met kommagetal op paddenstoelen en wegwijzers zoals bij 0,6 km = ___ m (opgave 4)

- Omzettingen van kilometer naar meter maken en deze kennis kunnen toepassen (opgave 3)

- Notie hebben van de lengte van een spijker met een duim als referentiemaat (opgave 2)
- Opgave waarbij lengte opgemeten moet worden met liniaal en vastgesteld moet worden hoe lang de penseel in werkelijkheid is, wanneer deze 6 x zo groot is (opgave 1)



Onvoldoende beheersing
Redelijke beheersing
Goede beheersing

Verschillen tussen 2011 en 2004

In het gemiddelde vaardigheidsniveau bij het onderwerp *Meten: lengte* is een klein verschil opgetreden vergeleken met de vorige peiling. De licht negatieve trend waarover gesproken werd in 2004, zet zich ook in 2011 voort. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 72% van de leerlingen beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 46% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van de 0.0-, 0.3- en de 1.2-leerling liggen ver uiteen, maar ongeveer even ver van elkaar verwijderd. De gemiddelde 0.0-leerling heeft een vaardigheid van 256. Dat is ongeveer gelijk aan het gemiddelde van de populatie (zie tabel 7.1). De gemiddelde 0.3-leerling heeft een vaardigheid van 228. Dat is boven het gemiddelde van de percentiel-25 leerling. De gemiddelde 1.2-leerling heeft een vaardigheid van 198, dat is boven het gemiddelde van de percentiel-10 leerling.

Jongens presteren beter dan meisjes en er zijn grote verschillen tussen leerlingen van verschillende doorstroomniveaus te zien. De gemiddelde BB-leerling functioneert onder het niveau van de percentiel-10 leerling, de gemiddelde havo-leerling functioneert boven het niveau van de gemiddelde leerling, maar onder het niveau van de percentiel-75 leerling, de gemiddelde vwo-leerling functioneert boven het niveau van deze percentiel-75 leerling, maar onder het niveau van de percentiel-90 leerling.

Tabel 7.1 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Meten: lengte

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	255	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	256	48
0.3	228	49
1.2	198	48
Geslacht		
Jongens	262	48
Meisjes	237	48
Doorstroom		
BB	172	35
KB	201	34
GT	232	34
havo	264	33
vwo	301	33

Tabel 7.2 Meten: lengte: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	72%
50%	46%

Tabel 7.3 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: lengte

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	1 en 2	3	4 tot en met 18
KB	1, 2 en 3	4 tot en met 7, 9	8, 10 tot en met 18
GT	1 tot en met 4	5 tot en met 9	10 tot en met 18
havo	1 tot en met 7	8 tot en met 12	13 tot en met 18
vwo	1 tot en met 10	11 tot en met 15	16 tot en met 18

7.2 Meten: oppervlakte

Inhoud

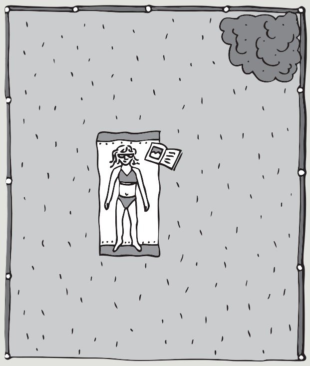
Bij het onderwerp *Meten: oppervlakte* gaat het om basiskennis en begrip van oppervlakte, het bepalen en berekenen van oppervlakte en het kunnen toepassen van deze kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen bij dit onderwerp zijn:
- vergelijken op het aspect oppervlakte. Bij een aantal van de opgaven worden onder andere roosters als achtergrond gebruikt om de vergelijking te vergemakkelijken en berekeningen overbodig te maken;
- bepalen van de oppervlakte door af te passen met een gegeven ongestandaardiseerde maat;
- kiezen van de juiste maat in een gegeven situatie;
- precies en schattend berekenen van de oppervlakte van rechthoekige figuren en van driehoek of parallellogram via omvormen en met behulp van de formule lengte x breedte;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende oppervlaktematen;
- toepassingen van oppervlaktemetingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft een matige beheersing van de eerste voorbeeldopgave, de andere voorbeeldopgaven liggen buiten zijn bereik. Voorbeeldopgave 1 is een meerkeuze-opgave. In deze opgave moeten leerlingen laten zien dat ze notie hebben van oppervlaktematen door in te schatten of de tuin van Monika 0,3 m^2, 3 m^2, 30 m^2 of 300 m^2 is. De leerlingen kunnen deze schatting maken op basis van de afbeelding van Monika die in haar tuin op een badlaken ligt te zonnen.

Voorbeeldopgave 1 Meten: oppervlakte

1



Monika ligt in haar tuin te zonnen.
Wat is ongeveer de oppervlakte van haar tuin?

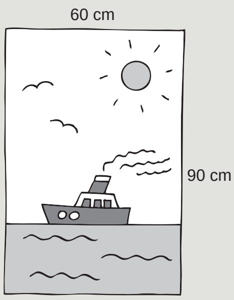
A 0,3 m^2 C 30 m^2
B 3 m^2 D 300 m^2

Ook **de percentiel-25 leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave matig. Deze leerlingen hebben daarnaast ook een matige beheersing van voorbeeldopgaven 2, 3 en 6. In voorbeeldopgaven 2 en 3 gaat het om het toepassen (voorbeeldopgave 2) en het herkennen (voorbeeldopgave 3) van de formule voor het berekenen van de oppervlakte. In voorbeeldopgave 2 moeten leerlingen de formule voor oppervlakte gebruiken en 12 x 6 uitrekenen. 78% van alle leerlingen die voorbeeldopgave 2 hebben gemaakt geeft het correcte antwoord: 72. Het antwoord 18 wordt door 8% van de leerlingen gegeven. Deze leerlingen hebben geen notie van de formule voor oppervlakte, ze hebben 12 en 6 opgeteld. 2% van de leerlingen heeft de omtrek van de tuin berekend, deze leerlingen geven het antwoord 36. In voorbeeldopgave 4 moeten leerlingen het kind kiezen dat de oppervlakte berekent. Ook voorbeeldopgave 6 wordt door deze leerlingen matig beheerst. In deze opgave zijn in een vierkant 16 hokjes van 1 x 1 cm afgebeeld. Leerlingen moeten de oppervlakte van het grijze figuur in het vierkant te bepalen.
Voorbeeldopgaven 4 en 5 zijn voor de percentiel-25 leerling nog te moeilijk.

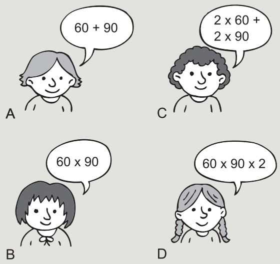
2 Een stadstuin is ongeveer 12 meter lang en 6 meter breed.
Hoeveel m² is dat?

__________ m²

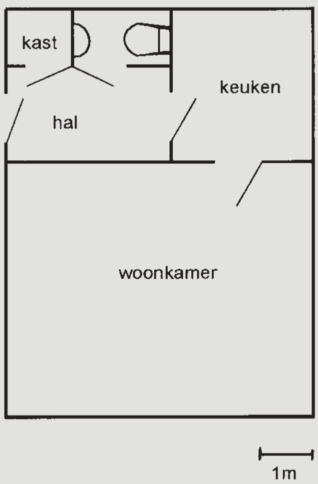
3



Welk kind berekent de oppervlakte?



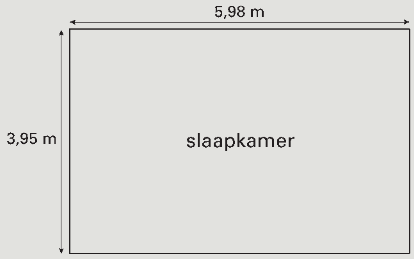
4



Gebruik je liniaal.
Hoe groot is de oppervlakte van de woonkamer in vierkante meters?

__________ m²

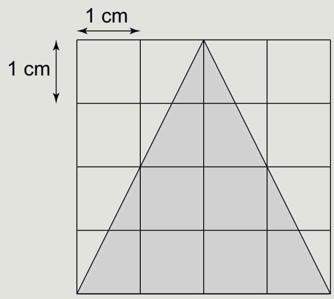
5



Hoeveel m² vloerbedekking heb je ongeveer nodig voor deze slaapkamer?
Zet een rondje.

A 15 m² C 20 m²
B 18 m² D 24 m²

6



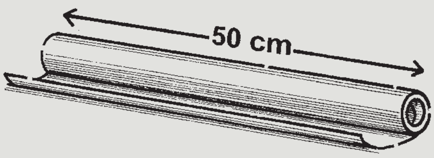
Hoeveel cm² groot is de oppervlakte van het grijze figuur?

__________ cm²

De gemiddelde leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 3 nagenoeg goed. Voorbeeldopgaven 4 tot en met 6, 10, 11 en 13 worden door deze leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgaven 4, 5 en 10 zijn opgaven waarin leerlingen de oppervlakte moeten berekenen door het toepassen van complexere bewerkingen. In voorbeeldopgave 4 gaat het om het berekenen van de oppervlakte door gebruik te maken van een schaallijn en een liniaal. Het schatten van de oppervlakte (3,95 x 5,98 is ongeveer ...) wordt in meerkeuzevorm in voorbeeldopgave 5 gevraagd. Voorbeeldopgave 10 is complexer dan de voorbeeldopgaven 4 en 5 omdat leerlingen de oppervlakte van een deel van de badkamermuur moeten berekenen, dan de oppervlakte van een tegel moeten bepalen en uiteindelijk moeten berekenen hoeveel tegels er nodig zijn om dat deel van de muur te betegelen. Ondanks de complexiteit van voorbeeldopgave 10 wordt deze toch, net als 4 en 5, door de gemiddelde leerling matig beheerst. Voorbeeldopgaven 7 tot en met 9 en 12 zijn voor de gemiddelde leerling echter nog te moeilijk. In voorbeeldopgave 11 moeten leerlingen de oppervlakte berekenen door deze met de maat van de foto's af te passen. Ook deze voorbeeldopgave wordt door de gemiddelde leerling matig beheerst. Hetzelfde geldt voor voorbeeldopgave 13, die vergelijkbaar is met voorbeeldopgave 6. Opnieuw is een rechthoek met hokjes van 1 cm^2 weergegeven waarvan een aantal hokjes (deels) is gearceerd. Leerlingen wordt gevraagd om de oppervlakte van het figuur berekenen. Deze voorbeeldopgave is moeilijker dan voorbeeldopgave 6. Dat komt mogelijk door het feit dat de gearceerde figuur in deze voorbeeldopgave uit twee driehoeken in plaats van uit één driehoek bestaat.

Voorbeeldopgaven 7-13 Meten: oppervlakte

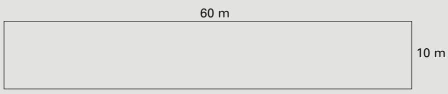
7



Op een rol zit 2 meter pakpapier.
Hoeveel stukken van 25 cm bij 25 cm kan ik in totaal uit 1 rol knippen?

__________ stukken

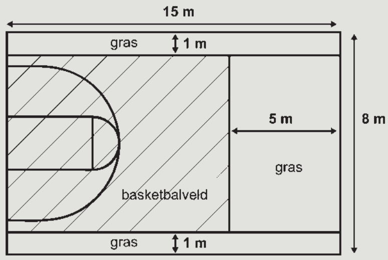
8



Dit stuk grond wordt in 3 even grote schooltuinen verdeeld.
Wat is de oppervlakte van elke schooltuin?

__________ m^2

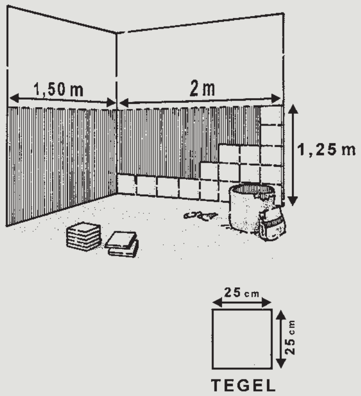
9



Rens maakt een basketbalveld in zijn tuin.
Hoeveel vierkante meter groot wordt het basketbalveld?

__________ m^2

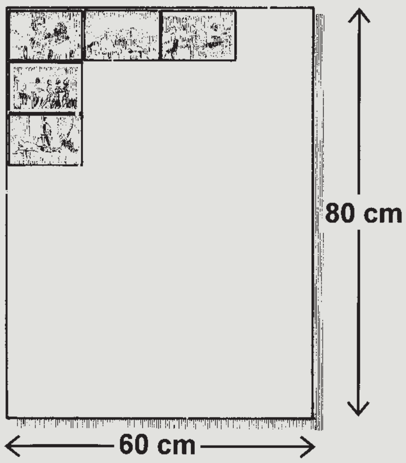
10



Twee wanden in de badkamer worden betegeld tot 1,25 meter hoogte.
Hoeveel tegels zijn daarvoor nodig?

__________ tegels

11



Hoeveel foto's van 10 cm bij 15 cm kan de fotograaf in totaal op dit bord plakken?

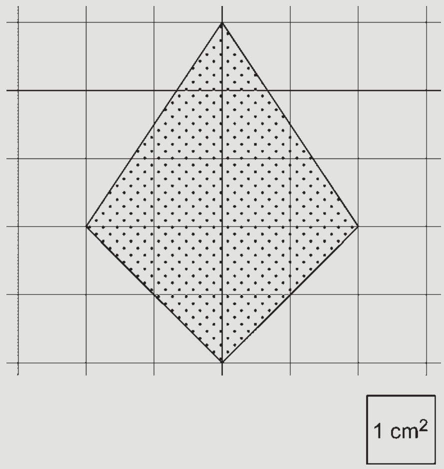
__________ foto's

12

Op dit grasveldje komt een tuinhuisje van 3 meter lang en 3 meter breed.
Hoeveel m^2 grasveld blijft dan nog over?

__________ m^2

13



Wat is de oppervlakte van de gestippelde figuur?

__________ cm^2

De percentiel-75 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgave 1 tot en met 4, deze leerlingen beheersen de opgaven 6 en 7 nagenoeg goed. De voorbeeldopgaven 8 tot en met 13, 15 en 17 worden matig beheerst. In voorbeeldopgave 7 moeten leerlingen berekenen hoeveel stukken van 25 x 25 cm uit een rol van 50 centimeter breed en 2 meter lang geknipt kunnen worden. Deze opgave valt onder het afpassen van oppervlakte met behulp van gegeven maten en wordt door deze leerlingen nagenoeg goed beheerst. Voorbeeldopgave 8 en 9 zijn voorbeelden van complexere toepassingen van het berekenen van oppervlakte. In voorbeeld-

opgave 8 wordt aan leerlingen gevraagd te berekenen hoe groot de oppervlakte van één schooltuin is als de totale tuin (60 x 10 m) wordt verdeeld in 3 gelijke stukken. In voorbeeldopgave 9 is een tekening gegeven van de tuin van Rens. Leerlingen moeten de oppervlakte van het basketbalveld berekenen door gebruik te maken van de lengte en breedte van de totale tuin en de breedte van de grasstroken die om het basketbalveld heen liggen. Van alle leerlingen die voorbeeldopgave 9 hebben gemaakt, geeft 38% het correcte antwoord: 60. Van de leerlingen geeft 9% de oppervlakte van de gehele tuin, namelijk 120 m^2. 4% geeft het antwoord 30 m^2. Dit is het oppervlakte van het stuk gras in de tuin. 2% van de leerlingen geeft 16 als antwoord. Deze leerlingen hebben waarschijnlijk wel berekend wat de lengte (10 meter) en de breedte (6 meter) van het veld is, maar hebben deze getallen opgeteld. Zowel voorbeeldopgave 8 als 9 worden door de percentiel-75 leerling matig beheerst.
Voorbeeldopgaven 10, 11 en 13 zijn in de voorgaande paragraaf al besproken. In voorbeeldopgave 12 moeten leerlingen berekenen hoeveel m^2 van een grasveld van 4 bij 8 meter overblijft wanneer er een tuinhuisje van 3 bij 3 meter op wordt geplaatst. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van deze voorbeeldopgave. 45% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, geeft 23 als goed antwoord. 11% van de leerlingen geeft 5 als antwoord, dit is de lengte van het grasveld dat nog overblijft (8 meter minus 5 meter). 6% van de leerlingen geeft het antwoord 6, mogelijk hebben deze leerlingen de berekening (4 + 8) – (3 + 3) gedaan. 3% van de leerlingen geeft het antwoord 12. Dit is het verschil tussen de omtrek van de tuin en de omtrek van het tuinhuisje. Het berekenen van hoeveel tapijttegels van 50 bij 50 cm in een klaslokaal van 9 bij 6 meter passen wordt door deze leerlingen nog niet beheerst (voorbeeldopgave 14). Dit is een voorbeeldopgave waarin leerlingen moeten afpassen met gegeven maten en daarnaast met een combinatie van maten in meters en centimeters moeten kunnen rekenen. Hierdoor is voorbeeldopgave 14 moeilijker dan voorbeeldopgave 11, waarin het alleen om afpassen van oppervlakte gaat en leerlingen niet met een combinatie van twee maten hoeven te rekenen. Voorbeeldopgave 15 is een toepassingsopgave die door deze leerlingen matig wordt beheerst. Leerlingen moeten in deze opgave berekenen hoeveel Corine in totaal voor de vloertegels van € 20,- per m^2 moet betalen als zij een kamer van 3,81 bij 3,19 m gaat betegelen. Leerlingen mogen het antwoord, zoals in voorbeeldopgave 5, bij benadering berekenen en uit vier antwoordalternatieven kiezen. Voorbeeldopgave 5 is echter gemakkelijker omdat het in die opgave enkel gaat om het schatten van de oppervlakte. In voorbeeldopgave 15 is een extra bewerking nodig om te bepalen hoeveel tegels van 20 euro Corine nodig heeft. Voorbeeldopgave 16 is voor de percentiel-75 leerling nog te moeilijk. In deze opgave is een tuin van 10 bij 16 meter verdeeld in 4 (ongelijke) delen en moeten de leerlingen de oppervlakte van het deel waar de groenten staan berekenen. Hierbij kunnen leerlingen de lengte en breedte van de totale tuin en de hulplijntjes in de afbeelding gebruiken. De hulplijntjes dienen als het ware als een schaallijn en verdelen de tuin in gelijke stroken, een stukje tussen twee hulplijntjes is gelijk aan 2 meter. Voorbeeldopgave 17 wordt door deze leerlingen matig beheerst en gaat over het herleiden van oppervlaktematen (1 cm^2 = ___ mm^2).

Voorbeeldopgaven 14-17 Meten: oppervlakte

14

50 cm

50 cm

Op de vloer van het klaslokaal worden tapijttegels gelegd.
Hoeveel tapijttegels van 50 cm bij 50 cm zijn nodig?

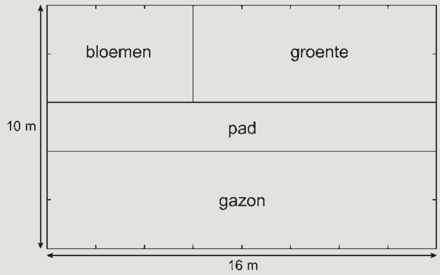
__________ tegels

15

Corine krijgt nieuwe vloertegels op haar kamer.
Haar kamer is 3,81 bij 3,19 meter.
Hoeveel kosten de vloertegels ongeveer in totaal?

A € 140,- C € 240,-
B € 180,- D € 280,-

16



Hoeveel m² van de tuin wordt voor groente gebruikt?

__________ m²

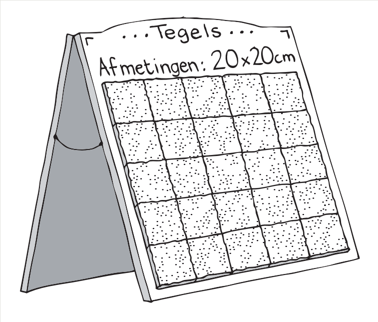
17

1 cm² = ________ mm²

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 12 voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 13 nagenoeg goed en voorbeeldopgave 14 tot en met 17 matig. Voorbeeldopgave 18 is aanzienlijk moeilijker dan alle andere voorbeeldopgaven van deze schaal en wordt zelfs door de percentiel-90 leerlingen nog niet beheerst. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen, zoals in voorbeeldopgave 17, een oppervlaktemaat herleiden (van cm² naar m²). De moeilijkheid van deze opgave is wellicht te wijten aan de richting van de herleiding; in voorbeeldopgave 17 moeten leerlingen cm² omrekenen naar een kleinere eenheid: mm² (1 vermenigvuldigen met 100) en in voorbeeldopgave 18 moeten leerlingen cm² omrekenen naar een grotere eenheid: m² (400 delen door 10 000 of 0,20 x 0,20).

Voorbeeldopgave 18 Meten: oppervlakte

18



De oppervlakte van een tegel is 400 cm^2.

Hoeveel m^2 is dat?

__________ m^2

Verschillen tussen 2011 en 2004

Het vaardigheidsniveau op het onderwerp *Meten: oppervlakte* is tussen 2004 en 2011 nauwelijks toegenomen. Tussen 1997 en 2004 zijn in de vorige peiling minieme verschillen gevonden. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 77% van de leerlingen beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 51% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

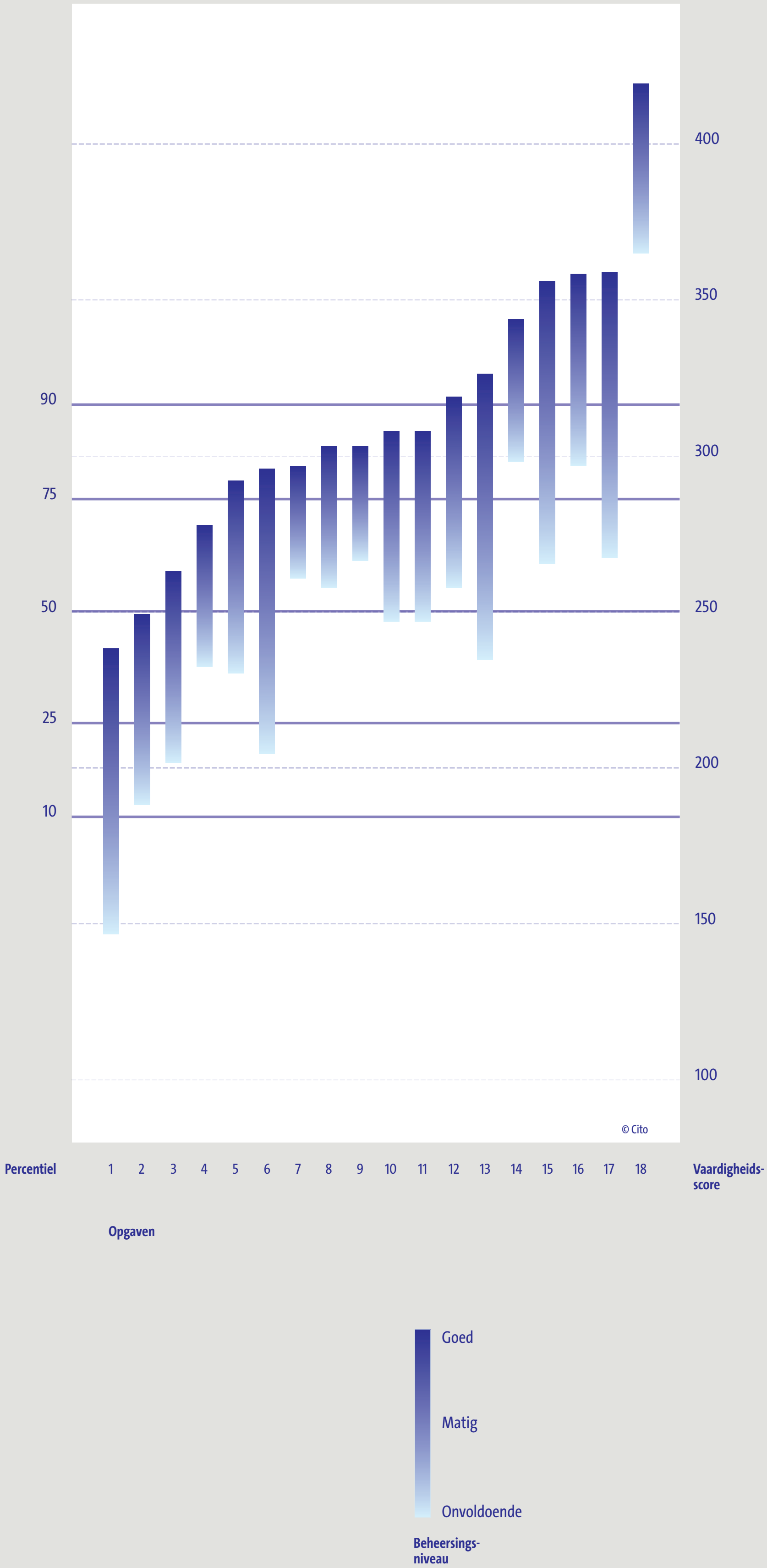
Het vaardigheidsniveau van 0.0-leerlingen ligt op een relatief grote afstand ten opzichte van het vaardigheidsniveau van de 0.3- en 1.2-leerling. De 0.3-leerling functioneert op het gebied van *Meten: oppervlakte* op hetzelfde niveau als de percentiel-25 leerling. Het vaardigheidsniveau van de 1.2-leerling ligt hoger, deze groep leerlingen is op dit onderwerp meer vaardig dan de 0.3-leerling. Net als in voorgaande peilingsonderzoeken is bij dit onderwerp geobserveerd dat jongens een hoger vaardigheidsniveau hebben dan meisjes, de verschillen zijn echter niet groot.

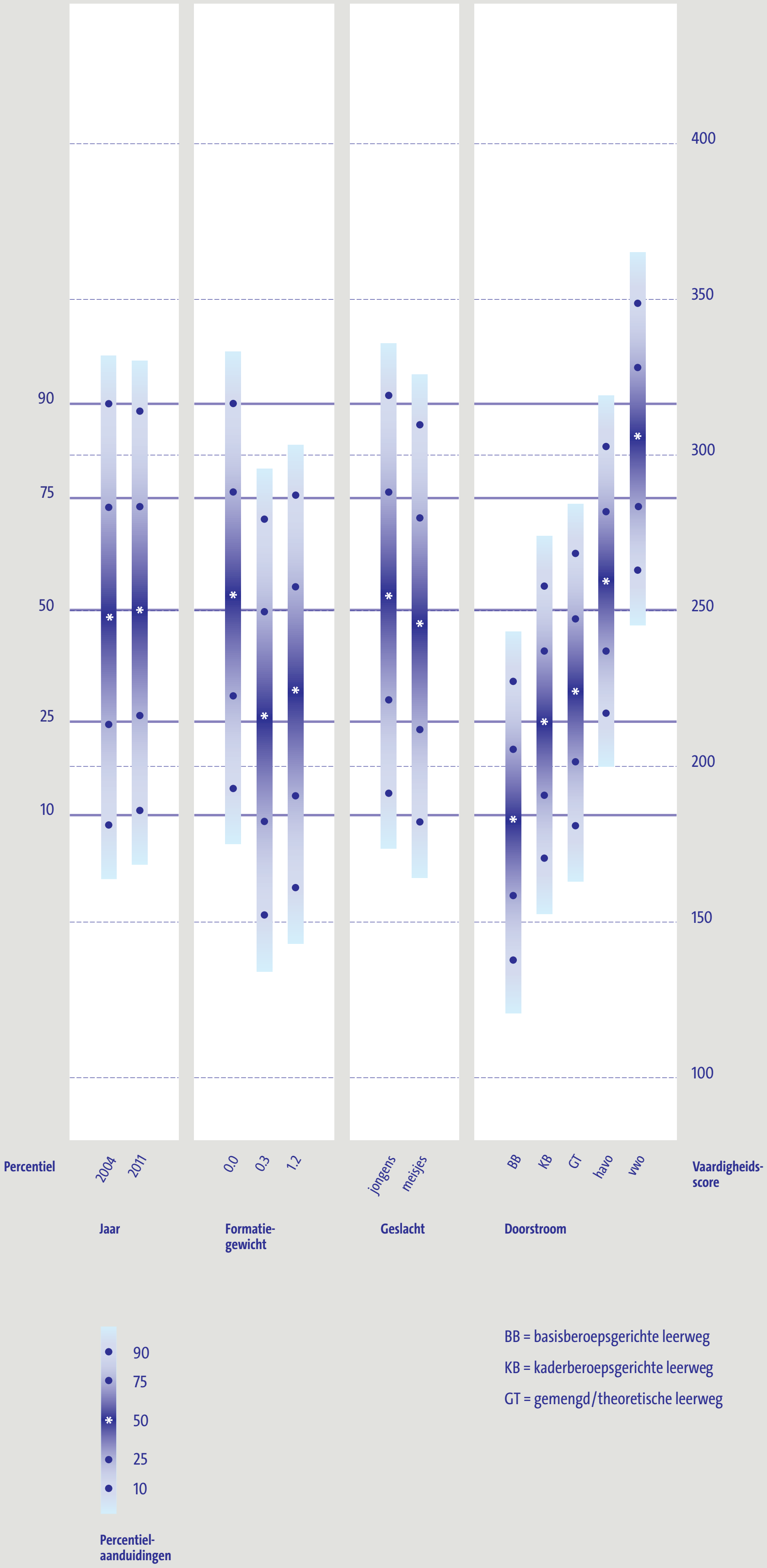
Jongens hebben een gemiddeld vaardigheidsniveau van 255, zij functioneren hoger dan het gemiddelde van de populatie (250, zie tabel 7.4). Meisjes hebben een gemiddeld vaardigheidsniveau van 246, dit is lager dan het populatiegemiddelde.

Voor de leerlingen die doorstromen naar BB, KB of GT zijn de opgaven van het onderwerp *Meten: oppervlakte* tamelijk complex. Net als bij het onderwerp *Meten: lengte* is hier te zien dat de gemiddelde BB-leerling onder het niveau van de percentiel-10 leerling functioneert. Het verschil in vaardigheidsniveau tussen de gemiddelde leerling met doorstroomadvies KB en de gemiddelde leerling met doorstroomadvies GT is relatief klein, slechts 10 vaardigheidspunten. De gemiddelde havo-leerling functioneert boven het niveau van de gemiddelde leerling, maar onder het niveau van de percentiel-75 leerling. De gemiddelde vwo-leerling functioneert 46 punten hoger dan de gemiddelde havo-leerling. De gemiddelde vwo-leerling functioneert hiermee boven het niveau van deze percentiel-75 leerling, maar onder het niveau van de percentiel-90 leerling.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Meten: oppervlakte





BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Meten: oppervlakte

- Herleiding waarbij aangegeven moet worden hoeveel m² 400 cm² is (opgave 18)

- Toepassingsopgave waarbij leerlingen eerst de afmetingen van het gevraagde stuk moeten bepalen alvorens de oppervlakte berekend kan worden (opgave 16)
- Bepalen hoeveel tapijttegels van 50 cm bij 50 cm nodig zijn voor een ruimte van 9 meter bij 6 meter (opgave 14)

- Basisherleiding waarbij aangegeven moet worden hoeveel mm² er in een cm² passen (opgave 17)
- Toepassingsopgave waarbij de leerlingen moeten berekenen hoeveel euro de vloertegels voor de kamer van Corine kosten gegeven dat de kamer 3,81 bij 3,19 meter is en de vloertegels € 20 per m² kosten (opgave 15)

- Toepassingsopgaven zoals opgave 9 waarbij de oppervlakte van het deel van de tuin berekend moet worden waar een basketbalveld gemaakt is en opgave 12 waarbij bepaald moet worden hoeveel vierkante meter overblijft wanneer een deel van de tuin bebouwd wordt
- Een stuk grond van 60 meter bij 10 meter in 3 even grote stukken verdelen en aangeven hoe groot de oppervlakte van zo'n stuk is (opgave 8)
- In gedachte afpassen met een gegeven maat in een situatie waarbij aangegeven moet worden hoeveel stukken papier van 25 cm bij 25 cm geknipt kunnen worden uit een rol van 2 m bij 50 cm (opgave 7)

- Bepalen hoeveel foto's geplakt kunnen worden op een bepaalde oppervlakte (opgave 11)
- Bepalen hoeveel tegels nodig zijn voor een bepaalde oppervlakte (opgave 10)

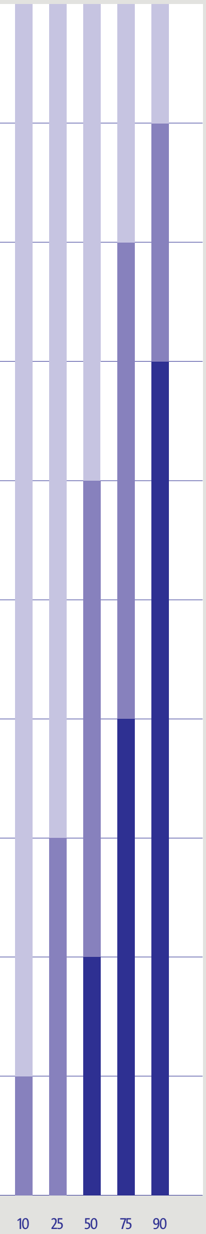
- Berekenen hoeveel m² de oppervlakte ongeveer is van een kamer van 5,98 m bij 3,95 m (opgave 5)

- Vaststellen met behulp van een liniaal op basis van een schaallijn wat de afmetingen van de woonkamer zijn en vervolgens de oppervlakte berekenen (opgave 4)

- Meerkeuzeopgave waarbij de leerlingen moeten herkennen welk kind de oppervlakte berekent van de poster (opgave 3)

- Berekenen wat de oppervlakte is, met behulp van de formule voor oppervlakte, van een tuin van 12 meter bij 6 meter (opgave 2)

- Opgave waarbij notie van oppervlakte gevraagd wordt, leerlingen moeten aangeven hoeveel m² de oppervlakte van een tuin is (opgave 1)



In dit schema zijn de slecht discriminerende opgaven 6 en 13 niet meegenomen.

Onvoldoende beheersing
Redelijke beheersing
Goede beheersing

Tabel 7.4 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Meten: oppervlakte

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	248	52
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	216	50
1.2	224	49
Geslacht		
Jongens	255	50
Meisjes	246	50
Doorstroom		
BB	182	35
KB	214	34
GT	224	34
havo	260	34
vwo	306	34

Tabel 7.5 Meten: oppervlakte: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	77%
50%	51%

Tabel 7.6 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: oppervlakte

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	1	2 tot en met 18
KB	-	1 tot en met 3	4 tot en met 18
GT	-	1 tot en met 6	7 tot en met 18
havo	1 en 2	3 tot en met 8, 10 tot en met 13	9, 14 tot en met 18
vwo	1 tot en met 9	10 tot en met 17	18

7.3 Meten: inhoud

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van inhoud en inhoudsmaten, het uitvoeren van herleidingen en het kunnen toepassen van deze kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen van de schaal zijn:

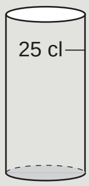
- vergelijken op het aspect inhoud;
- aflezen van de inhoud op een schaalverdeling zoals bij maatbekers;
- bepalen van de inhoud door een object (bijvoorbeeld een blokje) als natuurlijke maat te gebruiken;
- berekenen van de inhoud met behulp van de formule lengte x breedte x hoogte;
- kiezen van de juiste maat (l, dl, cl en ml) in een gegeven context;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende inhoudsmaten (ml, cl, dl, l en cm^3, dm^3, m^3);
- vergelijken van inhoudsaanduidingen;
- oplossen van vraagstukjes door onder andere gebruik te maken van notie van inhoudsmaten, het maken van berekeningen en herleidingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst van de schaal *Meten: inhoud* geen enkele voorbeeldopgave goed. Deze leerling heeft een matige beheersing van voorbeeldopgaven 2 en 3. Het berekenen hoeveel glazen van 250 ml gevuld kunnen worden met 3 liter melk (voorbeeldopgave 2) wordt door deze leerlingen matig beheerst. Ook het aflezen van de inhoud met behulp van hulplijnen beheerst deze leerling matig (voorbeeldopgave 3). De eerste voorbeeldopgave is vergelijkbaar met voorbeeldopgave 2. In deze opgave moeten leerlingen uitrekenen hoeveel glazen van 25 cl ze met 1,5 liter kunnen vullen. Deze voorbeeldopgave is echter te moeilijk voor de percentiel-10 leerling.

Voorbeeldopgaven 1-3 Meten: inhoud

1



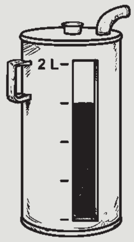
Renske schenkt in één glas 25 cl. Ze heeft 1,5 liter cola.
Hoeveel glazen kan ze in totaal vullen?

__________ glazen

2 In elke beker wordt 250 ml melk gedaan.
Hoeveel bekers kan men in totaal vullen met 3 liter melk?

__________ bekers

3



Hoeveel liter olie zit er in deze kan?

__________ liter

De percentiel-25 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 wel matig, evenals voorbeeldopgaven 2, 3 en 7. Voorbeeldopgave 7 is een meerkeuzeopgave waarin leerlingen gevraagd wordt hoeveel sap ongeveer in het afgebeelde glas zit. De leerlingen konden uit vier alternatieven kiezen (20 ml, 20 cl, 20 dl of 20 l).

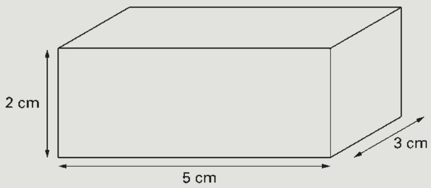
Voorbeeldopgaven 4-7 Meten: inhoud

4

Hoeveel liter olijfolie is dit samen?

__________ liter

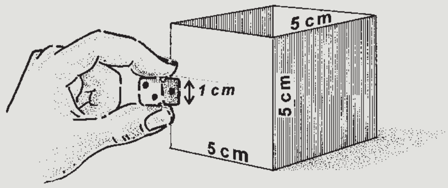
5



De binnenmaten van een doosje zijn: 5 cm bij 3 cm bij 2 cm.
Hoeveel blokjes van één kubieke centimeter kunnen in dit doosje?

__________ blokjes

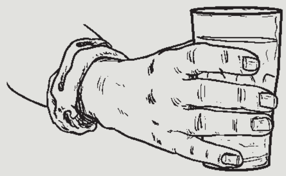
6



Hoeveel dobbelstenen van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm kunnen in totaal in dit kistje?

__________ dobbelstenen

7



Hoeveel sap zit er ongeveer in dit glas?

A 20 ml C 20 dl
B 20 cl D 20 l

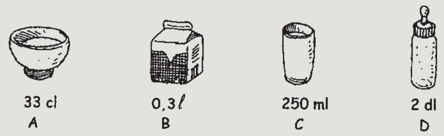
De gemiddelde leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven nagenoeg goed en voorbeeldopgaven 3 tot en met 9 matig. In voorbeeldopgave 4 wordt leerlingen gevraagd hoeveel liter 0,75 liter en 50 centiliter samen is. 71% van alle leerlingen die deze opgave maakt, geeft het goede antwoord, 1,25 liter. 14% van de leerlingen geeft het antwoord 0,8 liter. Deze leerlingen gaan er waarschijnlijk van uit dat 50 centiliter gelijk is aan 0,05 liter.
De gemiddelde leerling zal van 10 van dergelijke opgaven gemiddeld 6 à 7 opgaven juist beantwoorden. Hetzelfde geldt voor voorbeeldopgave 5. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen de inhoud van een doos van 2 x 3 x 5 cm berekenen door te bepalen hoeveel blokjes van 1 kubieke centimeter in het doosje passen. Voorbeeldopgave 6 is vergelijkbaar met voorbeeldopgave 5: leerlingen moeten berekenen hoeveel dobbelstenen van 1 bij 1 cm in een kistje van 5 bij 5 cm passen. Het verschil tussen deze opgaven is dat bij voorbeeldopgave 6 gebruikgemaakt wordt van afpassen met natuurlijke maten (zoals de afmetingen van een dobbelsteen). Voor de gemiddelde leerling is voorbeeldopgave 6 moeilijker dan voorbeeld-opgave 5; van 10 vergelijkbare opgaven zullen deze leerlingen er gemiddeld 5 à 6 goed beantwoorden in plaats van gemiddeld 6 à 7 zoals bij voorbeeldopgave 5. Voorbeeldopgave 7 is hierboven besproken. Voorbeeldopgave 8 is een meerkeuzeopgave waarbij leerlingen moeten

kiezen waar de meeste melk in zit: 33 cl, 0,3 l, 250 ml of 2 dl. De gemiddelde leerling heeft zo'n 50% kans om deze opgave goed te beantwoorden. Ook bij voorbeeldopgave 9 hebben deze leerlingen 50% kans om de opgave op te lossen. In deze opgave moeten leerlingen berekenen hoeveel kopjes van $1\frac{1}{4}$ dl nodig zijn voor 0,5 liter melk.

Voorbeeldopgaven 8 en 9 Meten: inhoud

8 Waar zit de meeste melk in?

Kies uit A, B, C of D.



9

```
Recept voor
pannenkoeken

300 gr bloem
0,5 l melk
 15 gr gist
 75 gr slaolie
    zout
```

Roeland maakt pannenkoeken volgens dit recept.

Hoeveel kopjes melk heeft hij nodig voor het beslag?

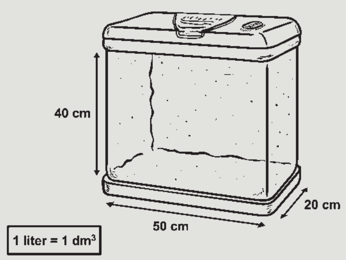
(In 1 kopje gaat ongeveer $1\frac{1}{4}$ dl.)

Ongeveer ________ kopjes

De percentiel-75 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgave 1 tot en met 6 en een matige beheersing van voorbeeldopgave 7 tot en met 10 en 17. Voorbeeldopgave 10 is een toepassingsopgave waarbij leerlingen de inhoud van een aquarium moeten berekenen in cm^3 en vervolgens moeten berekenen hoeveel dm^3 dit is om te kunnen bepalen hoeveel liter water er in het aquarium zit. Deze voorbeeldopgave wordt door deze leerlingen matig beheerst. 42% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, geeft het goede antwoord: 40. Bij het omrekenen van cm^3 naar liters worden veel fouten gemaakt. In de opgave wordt gegeven dat 1 liter gelijk is aan 1 dm^3. 5% geeft het antwoord in cm^3: 40 000, 12% geeft als antwoord 4 en 8% geeft als antwoord 400. 6% van de leerlingen geeft als antwoord 11. Vermoedelijk hebben deze leerlingen de maten omgezet in dm en deze getallen opgeteld in plaats van vermenigvuldigd.

Voorbeeldopgaven 10 tot en met 17 Meten: inhoud

10

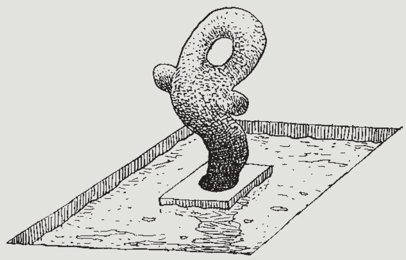


Het aquarium zit vol met water.

Hoeveel water is dat?

__________ liter

11

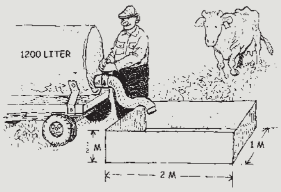


In de vijver zit 4 m^3 water.

Hoeveel liter water is dat?

__________ liter

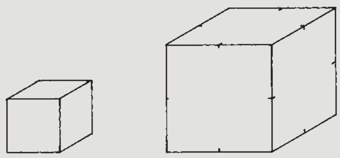
12



De tank is vol. Boer Pietersen giet water van de tank over in de drinkbak, tot hij vol is.
Hoeveel liter water zit daarna nog in de tank?

__________ liter

13



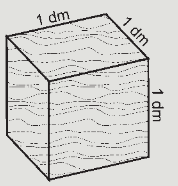
Twee bakjes hebben dezelfde vorm. De maten verschillen:

	kleine bakje	grote bakje
lengte	20 cm	40 cm
breedte	20 cm	40 cm
hoogte	20 cm	40 cm

Het kleine bakje wordt tot aan de rand gevuld met water. Daarna gooien we het leeg in de grote bak.
Hoeveel van die kleine bakjes water moet je in die grote bak gieten om de grote bak tot de rand toe te vullen?

__________ kleine bakjes

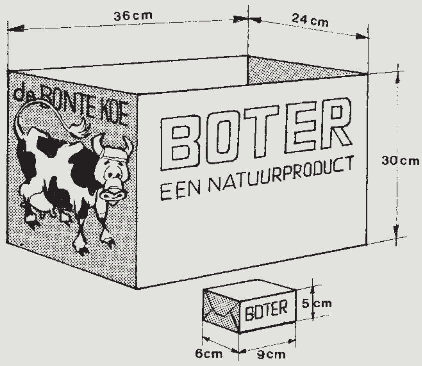
14



1 m^3 gedroogd kersenhout kost € 4000,-.
Hoeveel euro kost 1 dm^3 gedroogd kersenhout dan?

€ __________

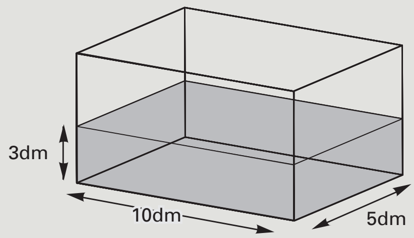
15



Hoeveel pakjes boter passen in de doos?

__________ pakjes

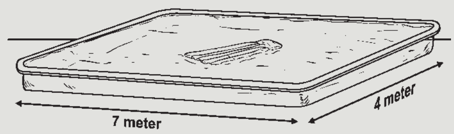
16



Het water in het aquarium staat 30 cm hoog.
Hoeveel liter water moet Sandra erbij doen zodat het water 40 cm hoog staat?

A 5 liter
B 10 liter
C 40 liter
D 50 liter
E 500 liter

17



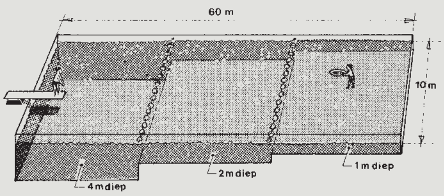
Erik heeft een zwembad in zijn tuin van 7 meter lang en 4 meter breed. Het water in het zwembad staat 50 cm hoog.
Hoeveel m^3 water zit in totaal in het zwembad?

__________ m^3

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed of nagenoeg goed. Voorbeeldopgaven 11 tot en met 17 worden matig beheerst. In de elfde voorbeeldopgave moeten leerlingen inhoudsmaten herleiden. Specifiek wordt gevraagd hoeveel liter water er in $4m^3$ past. Deze leerlingen beheersen deze opgave matig. Voorbeeldopgaven 12 tot en met 17 zijn toepassingsopgaven waarin met behulp van de inhoudsformule (l x b x h) de inhoud van verschillende voorwerpen berekend moet worden. Deze voorbeeldopgaven worden alle vijf matig beheerst. Voorbeeldopgave 13 kan ook opgelost worden door gebruik te maken van de inhoudsformule, maar ook door inzicht. Wanneer de leerling ziet dat het kleine bakje 8 keer in de grote past is een berekening maken overbodig. Voorbeeldopgave 18 is ook een toepassingsopgave, maar wordt door de percentiel-90 leerling nog niet beheerst. Dit komt waarschijnlijk doordat de formule l x b x h drie keer moeten worden toegepast om dat elk derde van het zwembad een andere diepte heeft. De percentiel-10, -25 en -50 leerling hebben nog geen beheersing van de formule l x b x h, zoals gevraagd in voorbeeldopgaven 10 en 12 tot en met 18. De percentiel-75 heeft een matige beheersing van de formule en de percentiel-90 leerling heeft iets meer kans om dergelijke opgaven goed te maken, maar heeft ook een matige beheersing van de l x b x h formule (voorbeeldopgaven 10 en 12 tot en met 17).

Voorbeeldopgave 18 Meten: inhoud

18



Hoeveel m^3 water gaat er in dit zwembad?

__________ m^3

Verschillen tussen 2011 en 2004

De licht negatieve trend die zichtbaar was tussen 1992 en 2004 zet niet door in de periode 2004 – 2011. Het niveau verbetert evenwel ook niet. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 eveneens door 75% van de leerlingen beheerst.
Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 49% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Het vaardigheidsniveau op het onderwerp *Meten: inhoud* is gelijk gebleven. Er is geen verschil tussen de 0.3- en 1.2-leerling. Voor beide groepen is sprake van een relatief grote afwijking van de 0.0-leerlingen. Een gemiddelde 1.2-leerling heeft een vaardigheidsniveau van 217, een gemiddelde 0.0-leerling heeft een vaardigheid van 255 (zie tabel 7.7).

Net als bij de onderwerpen *Meten: lengte*, *Meten: oppervlakte* en *Meten: gewicht* (zie paragraaf 7.4) is het vaardigheidsniveau van jongens gemiddeld hoger dan het vaardigheidsniveau van meisjes.

De onderscheiden doorstroomniveaus vertonen de te verwachten progressie in vaardigheid. Vergelijken we de gemiddelde BB-leerling met de gemiddelde vwo-leerling, dan is te zien dat de gemiddelde BB-leerling geen van de voorbeeldopgaven beheerst terwijl de gemiddelde vwo-leerling de eerste zeven voorbeeldopgaven beheerst.

Tabel 7.7 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Meten: inhoud

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	251	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	218	49
1.2	217	49
Geslacht		
Jongens	256	49
Meisjes	243	49
Doorstroom		
BB	174	34
KB	209	34
GT	228	34
havo	257	33
vwo	304	33

Tabel 7.8 Meten: inhoud: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

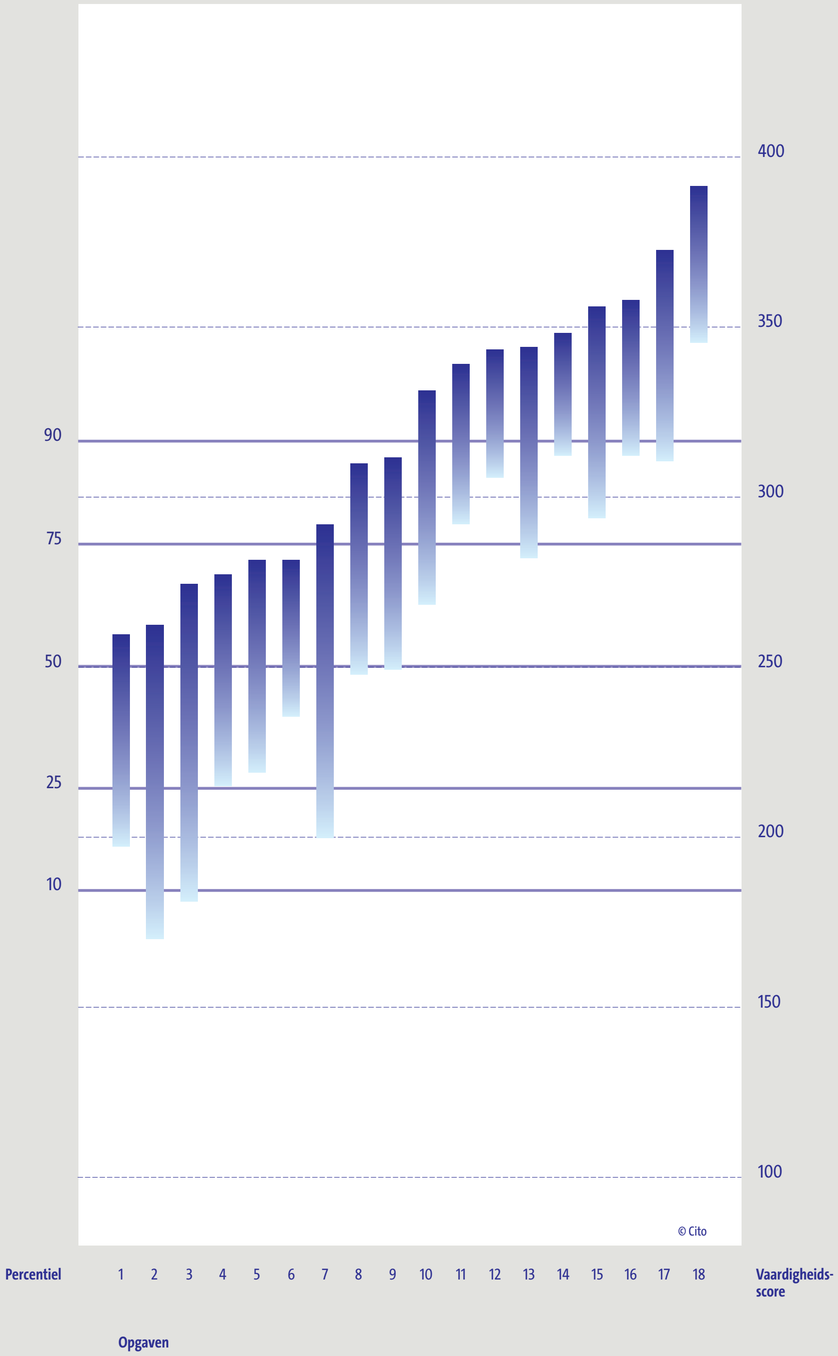
2004	2011
75%	75%
50%	49%

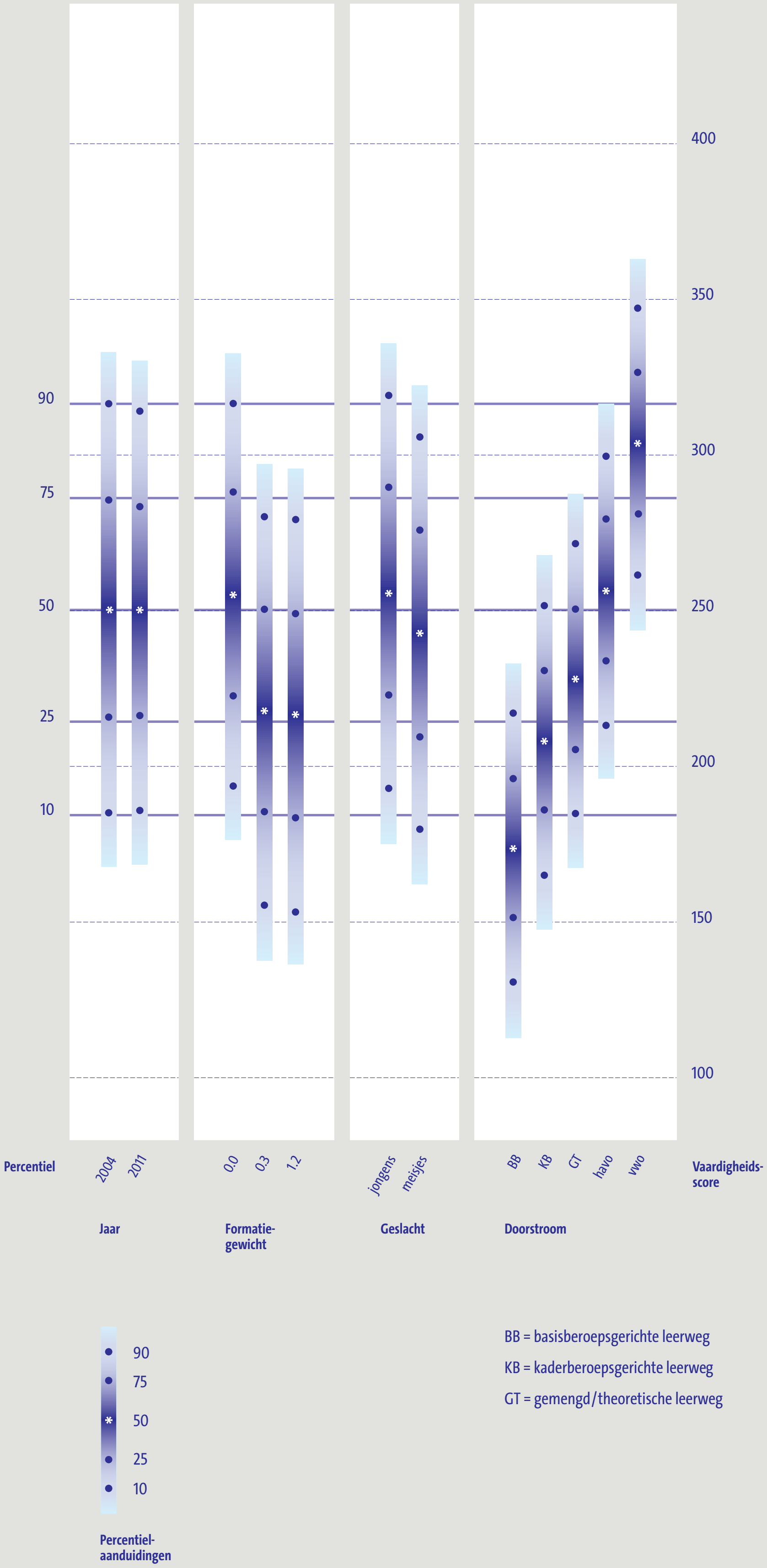
Tabel 7.9 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: inhoud

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	2	1, 3 tot en met 18
KB	-	1 tot en met 3	4 tot en met 18
GT	-	1 tot en met 5	6 tot en met 18
havo	1	2 tot en met 9	10 tot en met 18
vwo	1 tot en met 7	8 tot en met 15	16 tot en met 18

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Meten: inhoud





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Meten: inhoud

- Toepassingsopgave met ingewikkelde inhoudsberekening (opgave 18)

- Toepassingsopgave waarbij de inhoud van een zwembad bepaald moet worden in m^3, (7m x 4m x 50 cm) (opgave 17)
- Toepassingsopgave waarbij de relatie tussen dm^3 en liter van belang is (opgave 16)

- Toepassingsopgave waarbij bepaald moet worden hoeveel rechthoekige pakjes boter in een rechthoekige doos passen, waarbij de maten in cm zijn gegeven (opgave 15)
- Toepassen van herleidingen als 1 m^3 = ___ dm^3 (opgave 14)
- Toepassingsopgaven waarbij berekend moet worden hoe vaak een kleine kubus past in de grote kubus, waarbij de maten in cm zijn gegeven (opgave 13)

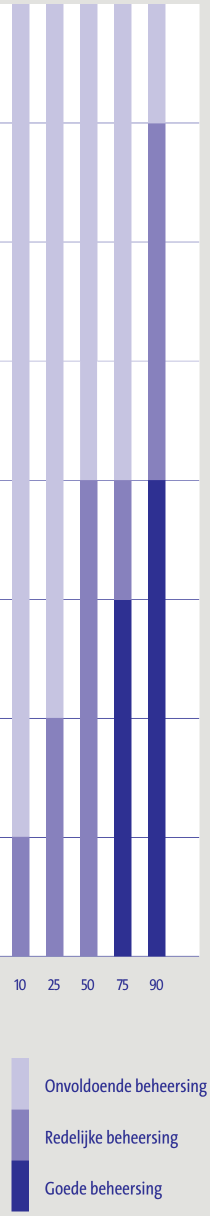
- Toepassingsopgave van liters naar m^3 (opgave 12)
- Omzettingen van het kubieke systeem naar het litersysteem, waarbij aangegeven moet worden hoeveel water 4 m^3 is (opgave 11)
- Opgave waarbij met behulp van lxbxh de inhoud van een aquarium bepaald moet worden, waarbij een omzetting nodig is van cm^3, naar dm^3, naar liters (opgave 10)

- Toepassingsopgave met kommagetallen en breuken waarbij de herleiding 10 dl = 1 liter van belang is (opgave 9)
- Vergelijken van inhoudsaanduidingen met cl, liter, ml en dl (opgave 8)
- Notie van de inhoud van een limonadeglas (opgave 7)

- De inhoud berekenen door te bepalen hoeveel blokjes van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm passen in een kistje van 5 cm bij 5 cm bij 5 cm (opgave 6)
- De inhoud berekenen door te bepalen hoeveel blokjes van 1 cm^3 in een doosje kunnen van 5 cm bij 3 cm bij 2 cm (opgave 5)
- Opgave waarbij kennis van de herleiding 1 liter is gelijk aan 100 cl moet worden toegepast (opgave 4)

- Herleidingen kunnen uitvoeren en dit kunnen toepassen (opgave 1)

- Aflezen hoeveel liter er in een kan zit (opgave 3)
- Opgave waarbij kennis van de herleiding 1 liter is gelijk aan 1000 milliliter moet worden toegepast (opgave 2)



7.4 Meten: gewicht

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van gewicht en gewichtsmaten, het uitvoeren van herleidingen en het kunnen toepassen van de verworven kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

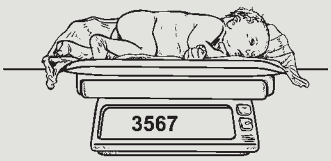
- vergelijken op het aspect gewicht. Hierbij spelen weeginstrumenten (veren die meer of minder uitgerekt worden, balansweegschalen) een belangrijke rol;
- globaal en precies aflezen van resultaten van wegingen op weeginstrumenten;
- kennis en inzicht in de opbouw van het maatsysteem door bijvoorbeeld het uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende weegmaten (kg, g, mg);
- kiezen van de juiste maat in een gegeven context;
- oplossen van vraagstukjes waarbij onder andere weegresultaten afgelezen en herleidingen uitgevoerd moeten worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 goed en voorbeeldopgave 2 redelijk goed. Voorbeeldopgave 3 en 4 worden door deze leerlingen matig beheerst. Deze leerlingen hebben een (redelijk) goede beheersing van het herleiden van weegmaten zoals gevraagd in voorbeeldopgaven 1 en 2. In voorbeeldopgave 3 wordt gevraagd hoeveel gram een halve kilo is en in voorbeeldopgave 4 wordt gevraagd hoeveel 1987 gram ongeveer in kilo's is. Beide voorbeeldopgaven worden door de percentiel-10 leerling matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 1-4 Meten: gewicht

1

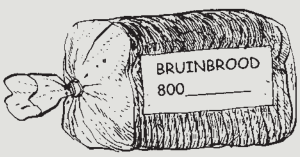


Bea weegt bij haar geboorte 3567 gram.

Dat is ongeveer:

A 0,3 kg en 500 gram
B 3 kg en 500 gram
C 35 kg en 50 gram
D 35 kg en 500 gram

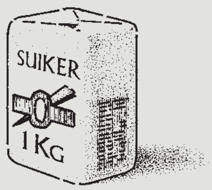
2



Hoeveel weegt dit brood?

800 _________

3



Moeder gebruikte bij het maken van jam de helft van dit pak.

Hoeveel gram is dat?

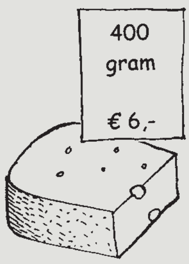
___________ gram

4 1987 gram is bijna _________ kg

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 4 nagenoeg goed en voorbeeldopgaven 5, 6 en 9 matig. Voorbeeldopgaven 5 en 6 zijn toepassingsopgaven waarin geld en gewicht worden gecombineerd bij het berekenen van de prijs per kilogram of van de totaalprijs op basis van de prijs per kilogram. Deze leerlingen hebben een matige beheersing van dit soort opgaven. Van alle leerlingen die voorbeeldopgave 6 gemaakt hebben, geeft 75% het correcte antwoord: 10 euro. 5% geeft als antwoord 5 euro. Deze leerlingen hebben waarschijnlijk het aantal pakken berekend, maar dit niet vermenigvuldigd met 2 euro. Met voorbeeldopgave 9 wordt getoetst of leerlingen het gewicht in gram kunnen aflezen en kunnen noteren in kg. Deze voorbeeldopgave wordt eveneens matig beheerst. Zoals in voorbeeldopgave 9 wordt ook in voorbeeldopgaven 7 en 8 de notie en het gebruik van weegmaten getoetst. Deze twee voorbeeldopgaven worden door de percentiel-25 leerling echter nog niet beheerst.

Voorbeeldopgaven 5-9 Meten: gewicht

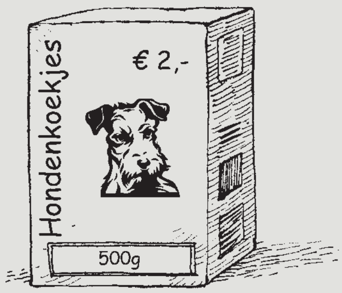
5



Hoeveel kost deze kaas per kilo?

€ ________

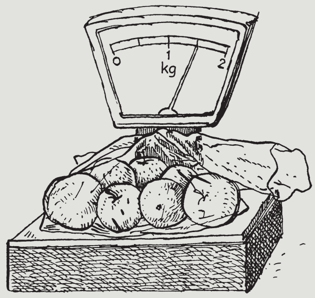
6



Han koopt $2\frac{1}{2}$ kg van deze hondenkoekjes.
Hoeveel euro moet hij in totaal betalen?

€ ________

7



Hoeveel gram wegen de appels op de weegschaal in totaal?

________ gram

8 Een emmer muurverf weegt ongeveer

A 30 gram.
B 300 gram.
C 3000 gram.

9

Hoeveel kg weegt Gijs ongeveer?

________ kg

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgave 1 tot en met 6. Voorbeeldopgaven 7 tot en met 10 en 12 en 13 worden door deze leerlingen matig beheerst. De eerste negen voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. In voorbeeldopgave 10 moeten leerlingen uitrekenen hoeveel gram koffie in een doos met 24 pakken koffie van 250 gram zit. De gemiddelde leerling beheerst deze toepassingsopgave matig. Toepassingsopgave 11 wordt daarentegen nog niet beheerst. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel 1 pak drop in grammen weegt op basis van het gegeven dat 20 pakken drop 10 kg wegen. Voorbeeldopgaven 12 en 13 gaan over de notie en gebruik van weegmaten. Leerlingen moeten in voorbeeldopgave 12 aflezen en beredeneren welke doos het zwaarst is en in voorbeeldopgave 13 moeten leerlingen het gewicht van 2,4 kg op een weegschaal aflezen, waarbij de schaalverdeling tussen 2 hele kilogrammen in 5 tussenstreepjes verdeeld is zonder aanduiding. Beide voorbeeldopgaven worden door de gemiddelde leerling matig beheerst. Van alle leerlingen die opgave 13 hebben gemaakt, geeft 59% het correcte antwoord. 19% leest 2,2 kg af, 4% leest 2,5 kg af en 4% leest 2,25 kg af.

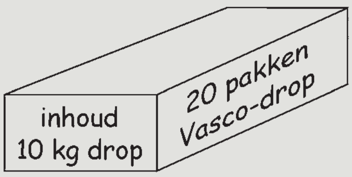
Voorbeeldopgaven 10-13 Meten: gewicht

10

In elk pak koffie uit deze doos zit 250 gram.
Hoeveel kilogram koffie zit er in deze doos?

__________ kg

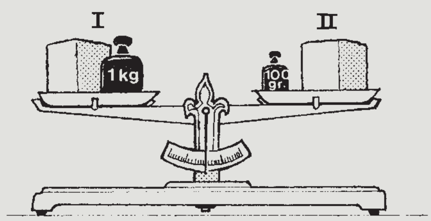
11



Hoeveel gram weegt 1 pak drop?

__________ gram

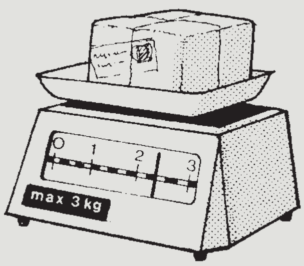
12



Als ik bij doos I een gewicht van 1 kilogram zet en bij doos II een gewicht van 100 gram is de balans in evenwicht.
Welke doos is het zwaarst?

A doos I
B doos II
C Doos I en II zijn even zwaar.

13



Hoeveel kilogram weegt dit pakje?

__________ , _________ kg

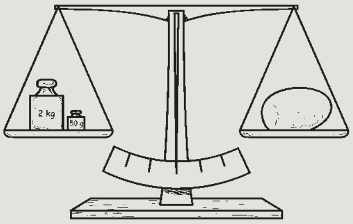
De percentiel-75 leerling beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 11 tot en met 17 matig. Toepassingsopgaven waarbij grammen en kilogrammen moeten worden omgerekend en gebruikt in het berekenen van het gewicht van gelijke delen of het totaal gewicht worden door de percentiel-75 leerling matig beheerst (voorbeeldopgaven 14, 16 en 17). In voorbeeldopgave 15 is een weegschaal weergegeven en moeten leerlingen aflezen hoeveel kilogram het ei weegt. Op de weegschaal staat een gewicht van 2 kg en een gewicht van 50 gram. De moeilijkheid bij deze opgave is 2 kilo en 50 gram te herschrijven in kilogrammen: 2,05 kg. Deze leerlingen beheersen deze voorbeeldopgave matig.

Voorbeeldopgaven 14-17 Meten: gewicht

14 $2\frac{1}{2}$ kg kaas wordt in 10 gelijke stukken verdeeld.
Hoeveel moet ieder stuk wegen?

__________ gram

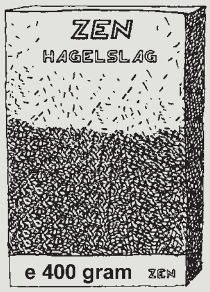
15



In de dierentuin wordt dit ei gewogen.
Hoeveel kg weegt dit ei?

__________ kg

16



In een pak gaat 400 gram hagelslag. In de fabriek worden op één dag 5000 pakken gevuld.
Hoeveel kg hagelslag is dat samen?

__________ kg

17 Peter wil niet meer dan 10 kg in zijn rugzak meenemen. Hij neemt in ieder geval een regenpak mee van 550 gram en een lunchpakket van 440 gram.
Hoeveel gram bagage kan Peter nog meenemen in zijn rugzak?

__________ gram

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 15 goed en voorbeeldopgaven 16 en 17 matig. Voorbeeldopgave 18 ligt buiten het vaardigheidsbereik van deze leerlingen. Ook deze voorbeeldopgave is een toepassingsopgave waarin leerlingen gevraagd wordt te berekenen hoeveel dagen twee cavia's kunnen eten van 2,5 kg voer als ze beide 25 g per dag eten.

Voorbeeldopgave 18 Meten: gewicht

18 Daniëls cavia's Bruinwoet en Witwoet krijgen allebei 25 gram voer per dag. Daniëls vader heeft een zak voer van 2,5 kilogram gekocht.
Hoeveel dagen kunnen Bruinwoet en Witwoet hiervan eten?

__________ dagen

Verschillen tussen 2011 en 2004

De lichte stijging van de vaardigheid die zichtbaar werd in de laatste drie peilingen zien we ook in deze peiling. Het vaardigheidsniveau op het onderwerp *Meten: gewicht* is tussen 2004 en 2011 licht toegenomen. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 78% van de leerlingen beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 54% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

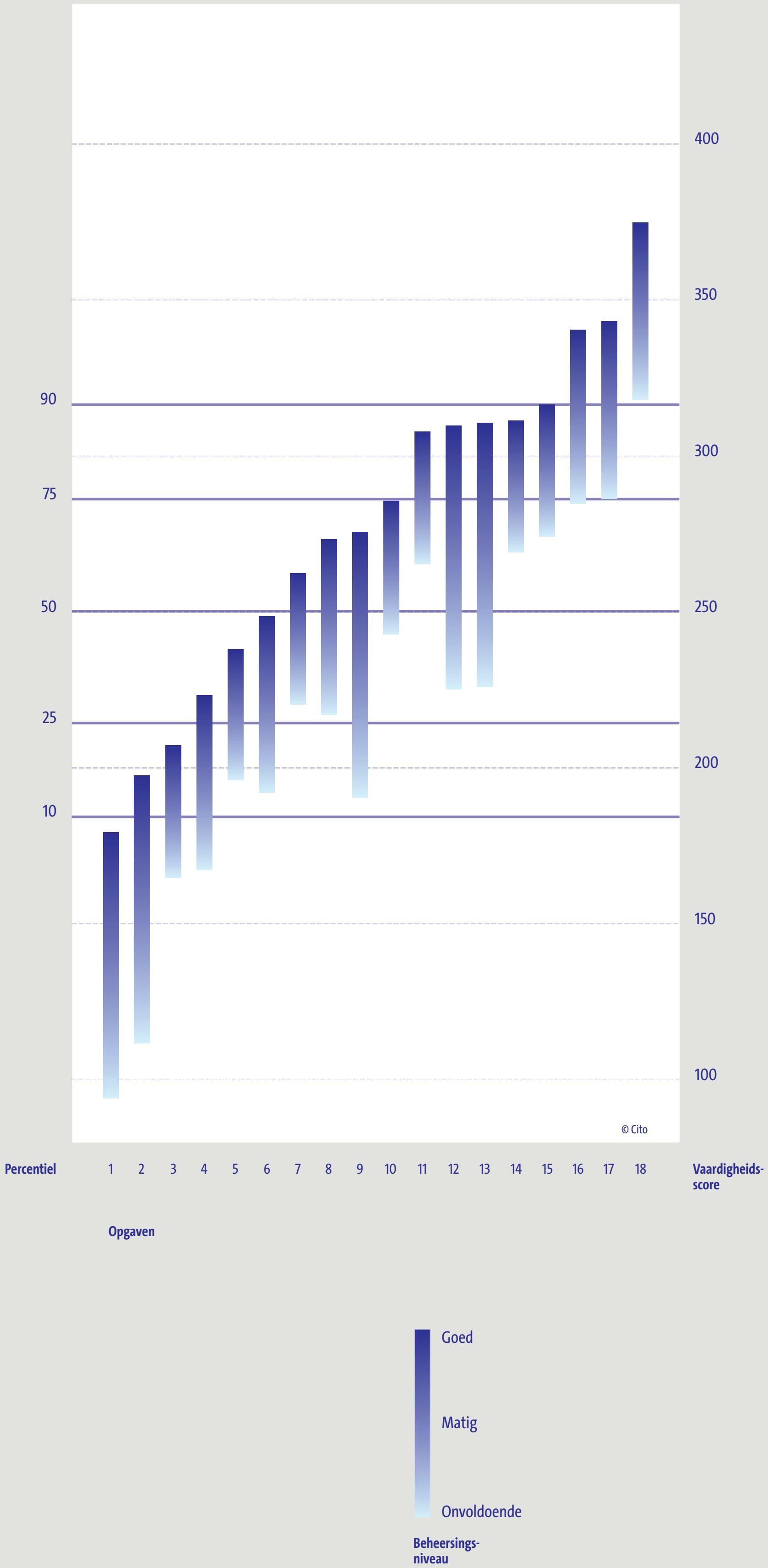
De afstand tussen de 0.3-leerling en 1.2-leerling is klein. Het gemiddelde vaardigheidsniveau van de 1.2-leerling (218) is lager dan het vaardigheidsniveau van de 0.3-leerling (224). De relatieve afstand ten opzichte van de 0.0-leerling is voor beide groepen groot. Een gemiddelde 0.0-leerling heeft een vaardigheid van 254.

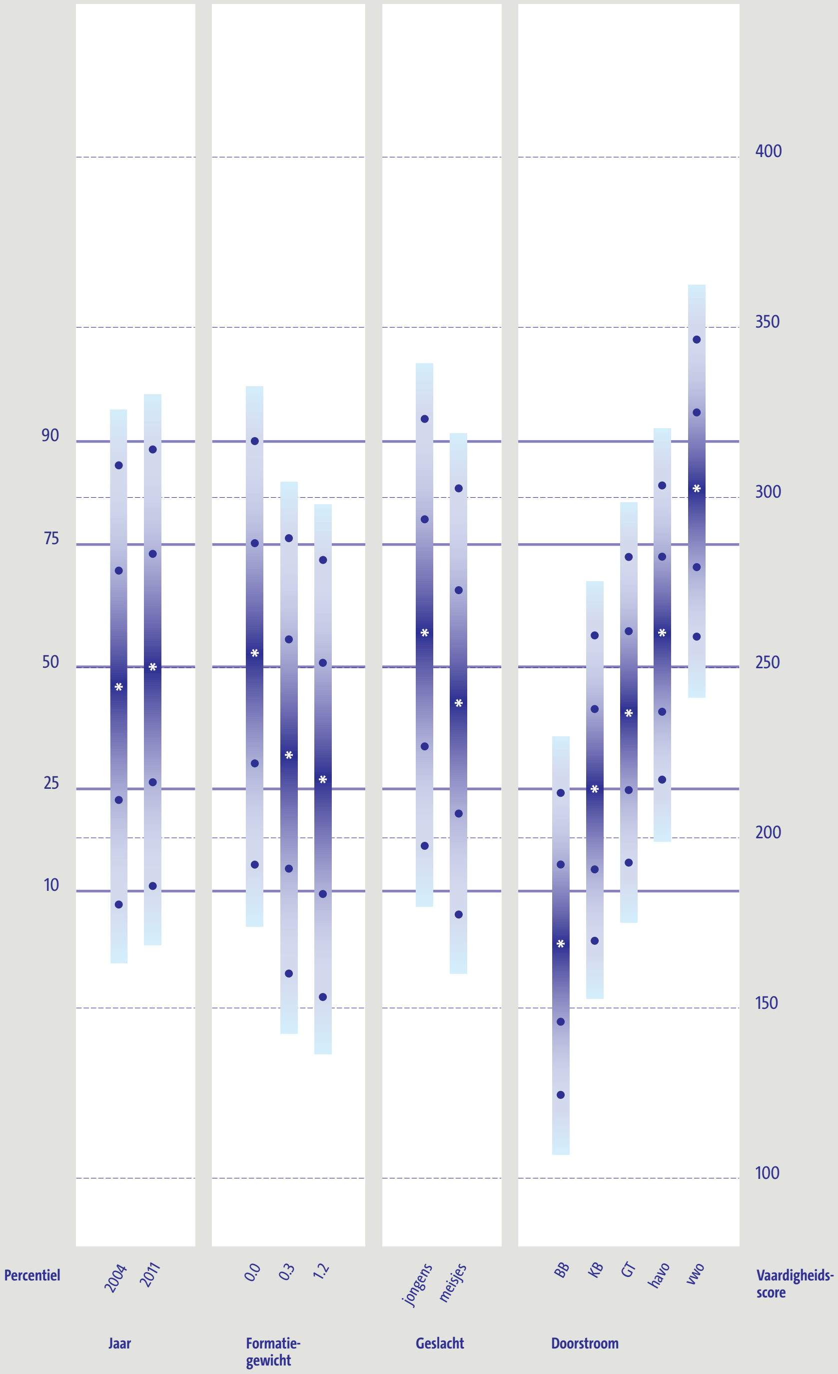
Jongens scoren op dit onderwerp beter dan meisjes. Het verschil is aanzienlijk. De gemiddelde jongen scoort op het niveau van de gemiddelde leerling die naar de havo doorstroomt.
Het gemiddelde meisje scoort op het niveau van de gemiddelde leerling die naar vmbo-GT doorstroomt.

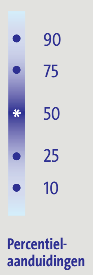
De vijf onderscheiden doorstroomniveaus laten verschillen in vaardigheid zien. Het verschil tussen de BB-leerling en KB-leerling is groter dan bij bijvoorbeeld *Meten: inhoud*. De gemiddelde BB-leerling functioneert onder het niveau van de percentiel-10 leerling, terwijl de gemiddelde KB-leerling op het niveau van de percentiel-25 leerling functioneert. Deze gemiddelde KB-leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en 4, 5, 6 en 9 matig. De gemiddelde vwo-leerling beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 11 tot en met 17 matig en voorbeeldopgave 18 nog niet.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Meten: gewicht







BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Meten: gewicht

- Toepassingsopgave waarbij een omzetting van kg naar gram of van gram naar kg moet worden gemaakt en diverse berekeningen moeten worden uitgevoerd (opgave 18)

- Toepassingsopgave waarbij een omzetting van kg naar gram of van gram naar kg moet worden gemaakt en diverse berekeningen moeten worden uitgevoerd (opgave 17)
- Opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel kilogram 5000 x 400 gram is (opgave 16)

- Opgave waarbij aangegeven moet worden hoeveel 2 kg en 50 gram samen is (opgave 15)
- Opgave waarbij het gewicht van $2\frac{1}{2}$ kg kaas in 10 gelijke stukken verdeeld moet worden (opgave 14)
- Toepassingsopgave waarbij de prijs per kg gegeven is en waarbij uitgerekend moet worden hoeveel de inhoud van een doos weegt en hoeveel pakken er in zitten (opgave 11)

- Toepassingsopgave waarbij aangegeven moet worden hoeveel kg koffie in een doos met 4 rijen van 5 pakken van 250 gram zit (opgave 10)

- Notie van het gewicht van een emmer muurverf in grammen (opgave 8)
- Aangeven dat het gewicht van 1,5 kg dat van een weegschaal kan worden afgelezen evenveel is als 1500 gram (opgave 7)

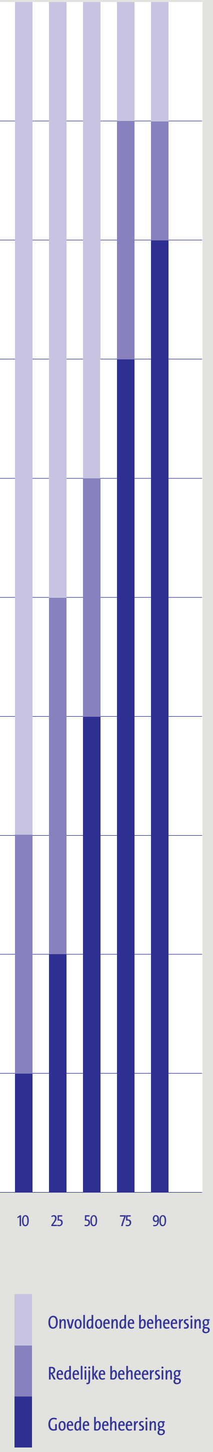
- Van aanduidingen in grammen kunnen aangeven hoeveel kg dat ongeveer is (opgave 9)

- Toepassingsopgave waarbij berekend moet worden hoeveel euro $2\frac{1}{2}$ kg hondenkoekjes kosten, wanneer 500 gram 2 euro kost (opgave 6)
- Toepassingsopgave waarbij op basis van het gegeven 400 gram kost € 6 de prijs per kilo berekend moet worden (opgave 5)

- Van aanduidingen in grammen kunnen aangeven hoeveel kg dat ongeveer is (opgave 4)

- Weten dat 1 kg evenveel is als 100 gram en dit kunnen toepassen (opgave 3)
- De maten gram en kg gepast kunnen gebruiken door het kiezen van de juiste maat in een gegeven situatie zoals bij: een brood weegt 800 ___ (opgave 2)

- Herleiden van grammen naar kilogram, 3567 gram is ongeveer ___ (opgave 1)



Tabel 7.10 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Meten: gewicht

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	245	50
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	48
0.3	224	50
1.2	218	50
Geslacht		
Jongens	260	49
Meisjes	240	49
Doorstroom		
BB	169	35
KB	214	35
GT	237	35
havo	260	34
vwo	302	34

Tabel 7.11 Meten: gewicht : 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	78%
50%	54%

Tabel 7.12 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: gewicht

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	-	1 tot en met 4	5 tot en met 18
KB	1 tot en met 3	4, 5, 6 en 9	7, 8, 10 tot en met 18
GT	1 tot en met 4	5 tot en met 9	10 tot en met 18
havo	1 tot en met 6	7 tot en net 10	11 tot en met 18
vwo	1 tot en met 10	11 tot en met 17	18

7.5 Meten: toepassingen

Inhoud

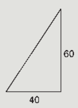
Bij het onderwerp *Meten: toepassingen* moeten de leerlingen complexere meetproblemen oplossen. Bij een aantal opgaven moeten ze aangeven wat je in een bepaalde situatie moet weten of berekenen: de lengte, de omtrek, de oppervlakte, de inhoud of het gewicht. Bij een aantal andere opgaven gaat het om samengestelde grootheden als kg/m^2, verbruik of snelheid. Soms komen in de opgaven meerdere maten voor en moeten meerdere bewerkingen uitgevoerd worden of is er een relatie met een ander inhoudelijk terrein, zoals bijvoorbeeld breuken.
De diversiteit van vaardigheden waarop met de opgaven van dit onderwerp een beroep wordt gedaan, maakt het niet goed mogelijk op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van de opgaven een ontwikkelingslijn te definiëren.

Wat leerlingen kunnen

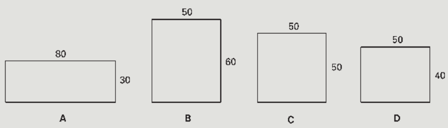
De percentiel-10 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave, die veel gemakkelijker is dan de overige voorbeeldopgaven, goed. Deze leerlingen beheersen voorbeeldopgave 2 matig.
In voorbeeldopgave 1 moeten leerlingen de rechthoek kiezen waaruit zij een driehoek kunnen zagen waarvan de rechte zijden 40 en 60 cm zijn. Dit is zelfs voor de percentiel-10 leerling een gemakkelijke opgave. De tweede voorbeeldopgave gaat over welke maat je moet weten als je een vijver gaat vullen met water. Net als voorbeeldopgave 1 is dit een meerkeuzeopgave.
Deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-10 leerlingen matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 1 en 2 Meten: toepassingen

1 Peter heeft een stuk plaat van onderstaande afmeting nodig.



Uit welke plaat kan hij die zagen?



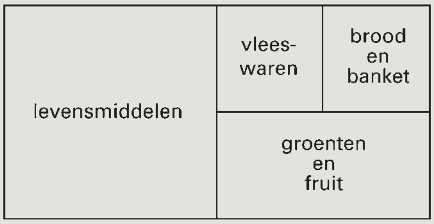
2 Je wilt weten hoeveel water er in de vijver gaat.
Wat moet je dan weten?

A de lengte
B de omtrek
C de oppervlakte
D de inhoud

De percentiel-25 leerling heeft een goede beheersing van de eerste twee voorbeeldopgaven. Voorbeeldopgaven 3 tot en met 7, met uitzondering van voorbeeldopgave 5, worden door deze leerlingen matig beheerst. In voorbeeldopgave 3 wordt leerlingen gevraagd de oppervlakte van de vleeswarenafdeling te berekenen op basis van de totale oppervlakte van de winkel en met behulp van de tekening waaruit leerlingen kunnen afleiden dat de vleeswarenafdeling $\frac{1}{8}$ deel van de totale oppervlakte is. In voorbeeldopgave 4 is een bouwwerk van 18 blokjes van 1 cm^3 weergegeven. Aan leerlingen is gevraagd hoe hoog de toren (in cm) wordt als alle blokjes op elkaar worden gestapeld. Zowel voorbeeldopgave 3 als 4 worden door deze leerlingen matig beheerst. Het berekenen van de gemiddelde snelheid per uur (voorbeeldopgave 5) is voor deze leerlingen nog te moeilijk. Van het totaal aantal leerlingen dat deze opgave gemaakt heeft, geeft 64% het goede antwoord: 18 km per uur. 4% van de leerlingen geeft als antwoord 16 km per uur. Deze leerlingen berekenen waarschijnlijk dat er nog een derde van de tijd bij moet om 60 minuten te krijgen en tellen vervolgens een derde van 12 erbij op. 3% van de leerlingen geeft het antwoord 30 km per uur. Zij zijn waarschijnlijk uitgegaan van 100 minuten in een uur. In voorbeeldopgave 6 moeten leerlingen uitrekenen hoeveel euro Jasper moet betalen voor $1\frac{1}{2}$ uur parkeren wanneer het parkeren 30 cent per 10 minuten kost. Voorbeeldopgave 7 is een opgave waarin leerlingen moeten laten zien dat ze begrijpen dat voor het bepalen van de hoeveelheid verf voor het verven van een schutting je de oppervlakte moet weten.

Voorbeeldopgaven 3-7 Meten: toepassingen

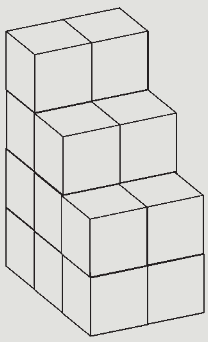
3 *Plattegrond van een winkel*



De totale oppervlakte van de winkel is 800 m².
Hoeveel ruimte neemt de afdeling “vleeswaren” in beslag?

__________ m^2

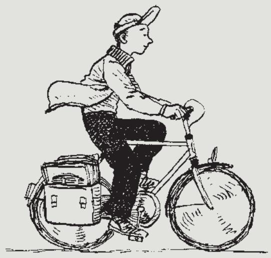
4



Deze figuur is gebouwd met blokjes van 1 cm³.
Hoe hoog wordt de toren als je alle blokjes op elkaar stapelt?

__________ cm

5



John fietst 12 km in 40 minuten.
Hoeveel is zijn gemiddelde snelheid per uur?

__________ km / uur

6

Jasper wil $1\frac{1}{5}$ uur parkeren.
Hoeveel moet hij betalen?

€ __________

7 Je wilt weten of er genoeg verf is om een schutting te verven.
Wat moet je dan van die schutting weten?

A alleen de lengte
B alleen de hoogte
C de omtrek
D de oppervlakte

De gemiddelde leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 4 redelijk goed. Voorbeeldopgaven 5 tot en met 10 worden door de gemiddelde leerling matig beheerst. De eerste zeven voorbeeldopgaven zijn hiervoor besproken. In voorbeeldopgave 8 moeten leerlingen uitrekenen hoeveel liter in totaal in 12 flesjes van 30 cl zit. Leerlingen hebben moeite met de grootheid centiliters. 52% van het totaal aantal leerlingen dat deze opgave gemaakt heeft, komt tot het goede antwoord 3,6 liter. 7% van de leerlingen berekent 12 flesjes x 30 cl en komt tot het antwoord 360. Eveneens 7% geeft als antwoord 36. Deze leerlingen zijn er ten onrechte van uitgegaan dat 1 liter gelijk is aan 10 cl. De gemiddelde leerlingen beheersen deze voorbeeldopgave en opgave 7 matig. Het berekenen van het aantal meters vloerbedekking op basis van de oppervlakte van de kamer en de breedte van de rol met vloerbedekking wordt door deze leerlingen ook matig beheerst (voorbeeldopgave 9). Dit geldt ook voor voorbeeldopgave 10 waarin leerlingen moeten berekenen hoeveel meter bij hoeveel meter vloerbedekking ze overhouden na het stofferen van de kamer in de afbeelding.

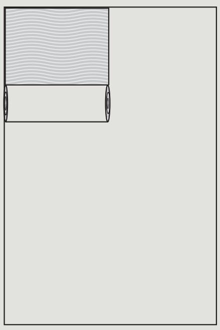
Voorbeeldopgaven 8-10 Meten: toepassingen

8

Vivian koopt dit volle krat met flesjes Tasty. In elk flesje zit 30 cl.
Hoeveel liter zit in alle flesjes samen?

__________ liter

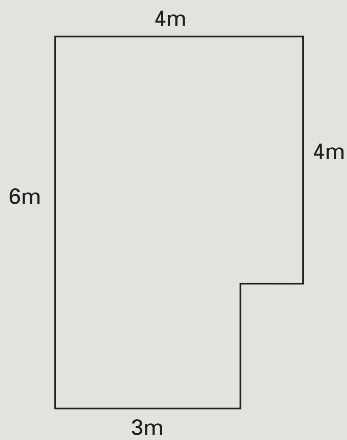
9



De oppervlakte van deze kamer is 24 m². Hanna gaat vloerbedekking leggen van 2 meter breed.
Hoeveel meter vloerbedekking heeft Hanna nodig?

__________ m

10 *Plattegrond huiskamer*



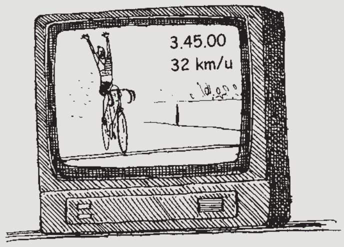
Dorien koopt een stuk vloerbedekking van 6 meter bij 4 meter.
Dit stuk vloerbedekking is te groot voor de huiskamer.
Wat zijn de afmetingen van het stuk dat overblijft?

__________ m bij __________ m

De percentiel-75 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 6 goed en voorbeeldopgave 7 en 8 nagenoeg goed, voorbeeldopgaven 9 tot en met 13 worden matig beheerst. Het rekenen met tijd en afstand, waarbij de snelheid in het aantal km per uur moet worden berekend, wordt door deze leerlingen matig beheerst (voorbeeldopgaven 11 en 12). Voorbeeldopgave 13 is een meerkeuzeopgave waarin leerlingen wordt gevraagd te berekenen hoeveel m^2 Koen nog moet verven als hij $\frac{1}{5}$ deel van een muur van 500 cm bij 250 cm heeft geverfd. De percentiel-75 leerling beheerst deze voorbeeldopgave matig.

Voorbeeldopgaven 11-13 Meten: toepassingen

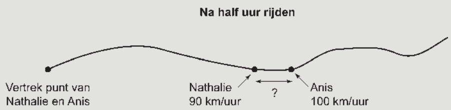
11



De wielrenner heeft 3 uur en 45 minuten gereden met een gemiddelde snelheid van 32 km per uur.
Hoe lang was de hele wedstrijd?

__________ km

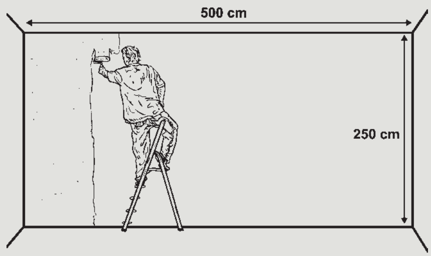
12



Nathalie en Anis vertrekken gelijk.
Nathalie rijdt met de auto 90 km per uur.
Anis rijdt dezelfde route met een snelheid van 100 km per uur.
Na een half uur is Anis verder dan Nathalie.
Hoeveel km verder?

__________ km

13



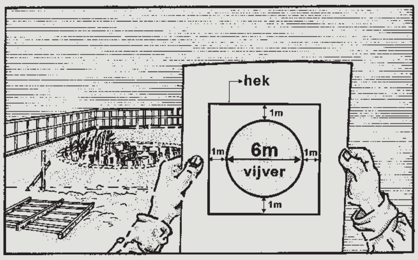
Koen is deze wand aan het verven. Hij heeft ongeveer $\frac{1}{5}$ van deze wand gedaan.
Hoeveel m^2 ongeveer moet Koen nog verven?

A 2,5 m^2 C 10 m^2
B 4 m^2 D 12,5 m^2

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 13 voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 14 tot en met 16 matig. Voorbeeldopgaven 14 en 15 zijn voorbeeldopgaven waarin leerlingen op een relatief complexe manier wordt gevraagd de omtrek te berekenen. Beide voorbeeld-opgaven worden door deze leerlingen matig beheerst. In voorbeeldopgave 16 moeten leerlingen met behulp van het aantal meters en de snelheid in km/uur de duur van een ritje in minuten berekenen. Slechts 30% van het totaal aantal leerlingen dat deze opgave gemaakt heeft, komt tot het goede antwoord: 2 minuten. 12% van de leerlingen geeft het antwoord 3 minuten, 9% van de leerlingen geeft het antwoord 4 minuten. Ook deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-90 leerling nog matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 14-16 Meten: toepassingen

14



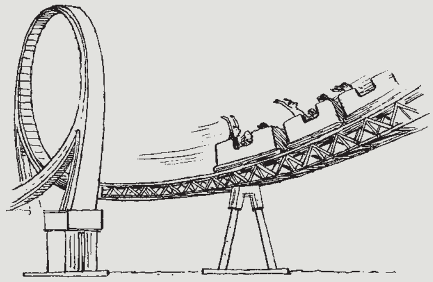
Op de tekening is te zien dat op enige afstand van de vijver een hek komt te staan.
Hoe lang wordt het hek?

__________ meter

15 Petra heeft een vierkant tuintje van 25 m^2.
Hoe groot is de omtrek?

__________ m

16



De achtbaan is 2000 meter lang. Het wagentje gaat 120 km per uur. Tijdens het ritje ga je 2 keer rond.
Hoeveel minuten duurt een ritje?

__________ minuten

Verschillen tussen 2011 en 2004

Het vaardigheidsniveau bij het onderwerp *Meten: toepassingen* is in de periode 2004-2011 licht toegenomen. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door een groter percentage van de leerlingen beheerst, namelijk 81%. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 58% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

Het verschil tussen de 0.3- en 1.2-leerling is relatief klein en er is voor beide groepen een relatief grote afstand met de 0.0-leerlingen. Zowel de gemiddelde 0.3-leerling als de gemiddelde 1.2-leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 3 tot en met 7 matig. De gemiddelde 0.0-leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en voorbeeld-opgave 4 tot en met 10 matig.

Het vaardigheidsniveau van jongens is iets hoger dan dat van meisjes.

De vijf onderscheiden doorstroomniveaus laten de te verwachten verschillen in vaardigheid zien. De gemiddelde BB-leerling functioneert op dit onderwerp iets lager dan de percentiel-10 leerling, de gemiddelde KB-leerling functioneert hoger dan de percentiel-10 leerling, maar lager dan de percentiel-25 leerling. De gemiddelde GT-leerling functioneert met een score van 233 lager dan het populatiegemiddelde (250, zie tabel 7.13), terwijl de gemiddelde havo-leerling met een score van 264 hoger functioneert. De gemiddelde vwo-leerling functioneert met een score van 300 hoger dan het niveau van de percentiel-75 leerling (286).

Tabel 7.13 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Meten: toepassingen

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	240	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	49
0.3	225	50
1.2	219	49
Geslacht		
Jongens	257	50
Meisjes	243	49
Doorstroom		
BB	178	34
KB	201	33
GT	233	33
havo	264	33
vwo	300	33

Tabel 7.14 Meten: toepassingen: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

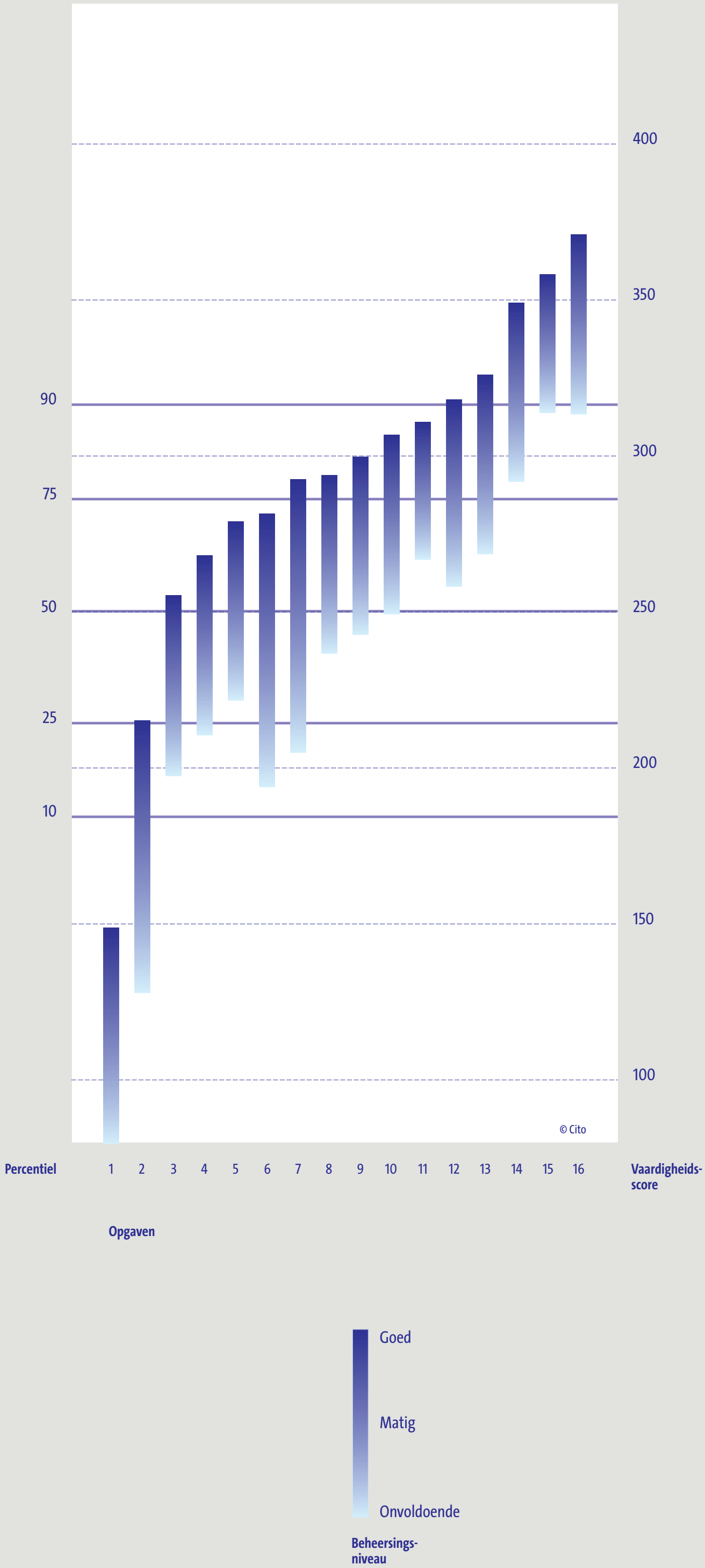
2004	2011
75%	81%
50%	58%

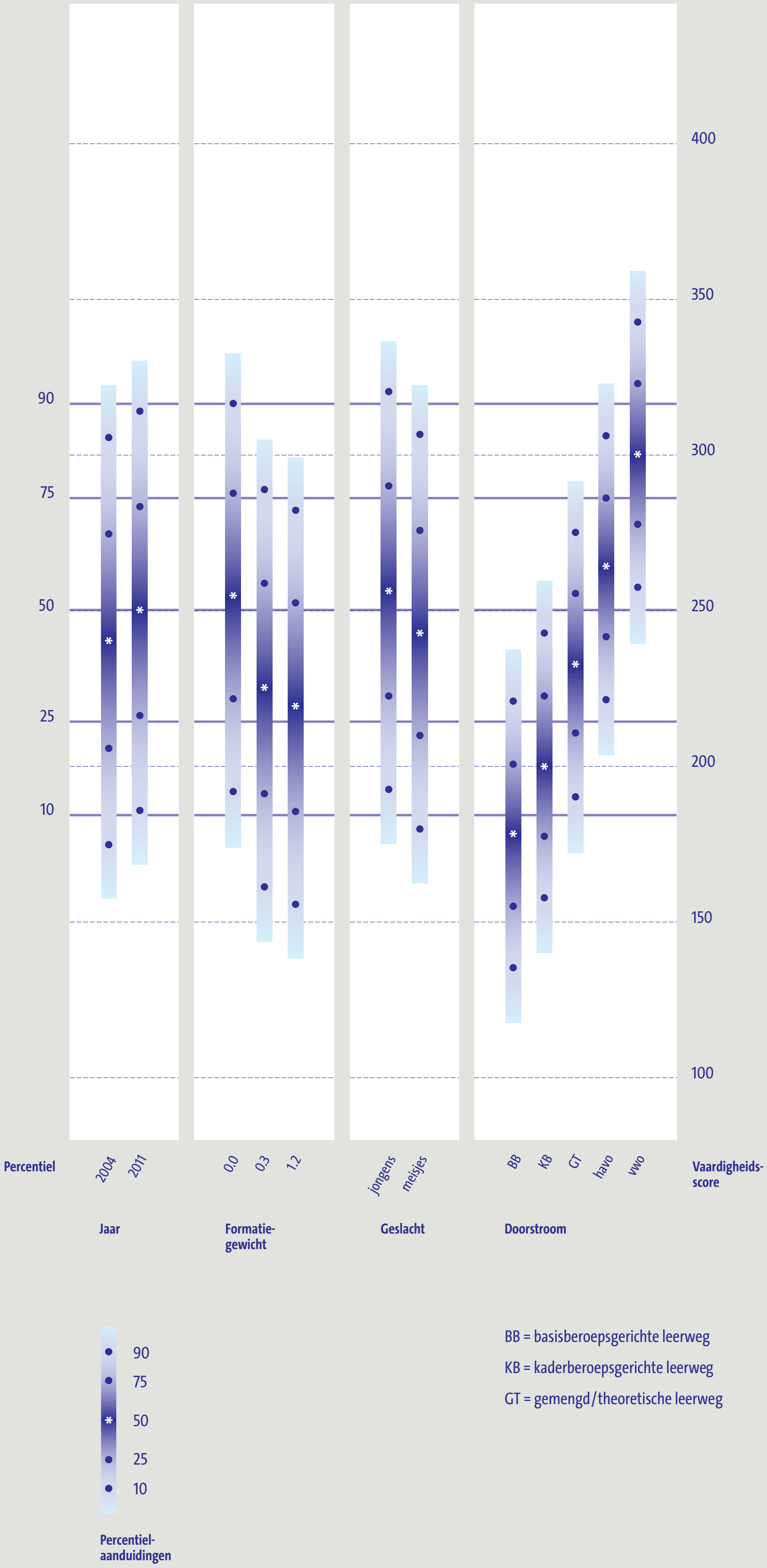
Tabel 7.15 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: toepassingen

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1	2	3 tot en met 16
KB	1	2 en 3	4 tot en met 16
GT	1 en 2	3 tot en met 7	8 tot en met 16
havo	1 tot en met 3	4 tot en met 10	11 tot en met 16
vwo	1 tot en met 8	9 tot en met 14	15 en 16

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Meten: toepassingen





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

7.6 Meetkunde

Inhoud

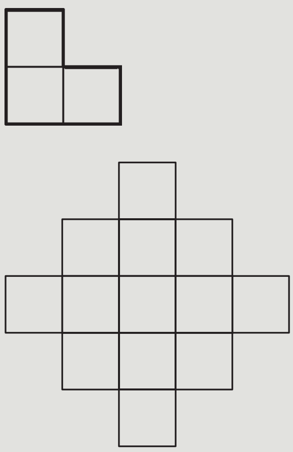
Bij *Meetkunde* gaat het om elementaire noties en begrippen waarmee de ruimte meetkundig geordend, beschreven en verklaard kan worden. In de opgaven wordt een beroep gedaan op de vaardigheid ‘ruimtelijk redeneren’. Dat gebeurt aan de hand van bouwsels, bouwplaten, plattegronden, kaarten, foto’s en gegevens over plaats, richting, afstand en schaal. Daarnaast zijn er enkele opgaven die het verklaren van schaduwbeelden als onderwerp hebben. Ook voor dit onderwerp geldt dat het niet goed mogelijk is een ontwikkelingslijn te construeren op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van de opgaven omdat de opgaven inhoudelijk gezien een beroep doen op een breed scala aan ruimtelijke inzichten.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst geen enkele voorbeeldopgave goed. De eerste drie voorbeeldopgaven en voorbeeldopgave 5 worden door deze leerlingen matig beheerst. De eerste twee voorbeeldopgaven gaan over het draaien en spiegelen van figuren. In voorbeeldopgave 1 moeten de leerlingen bepalen hoeveel L-vormige figuren geknipt kunnen worden uit het gegeven figuur. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben geeft 87% het correcte antwoord, 4. Van de leerlingen geeft 3% als antwoord 3 en eveneens 3% geeft als antwoord 5. In voorbeeldopgave 3 moeten leerlingen aan de hand van een kaart bepalen in welke windrichting de markt ten opzichte van Jos ligt. Voorbeeldopgave 5 is een opgave waarin leerlingen het perspectief van een foto moeten verplaatsen. Deze voorbeeldopgave wordt door deze leerlingen eveneens matig beheerst. Voorbeeldopgave 4 is van dezelfde categorie als voorbeeldopgave 5. In deze opgave moeten leerlingen de juiste uitslag bij een kubus vinden. Deze voorbeeldopgave is voor de percentiel-10 leerling echter nog te moeilijk.

Voorbeeldopgaven 1-5 Meetkunde

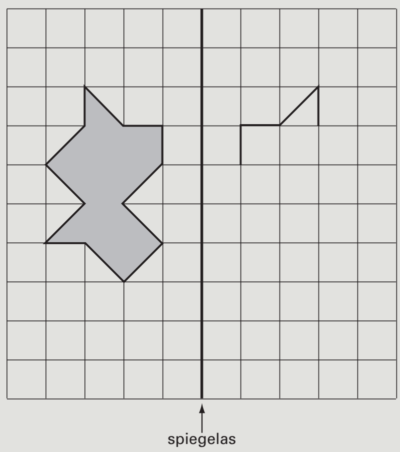
1



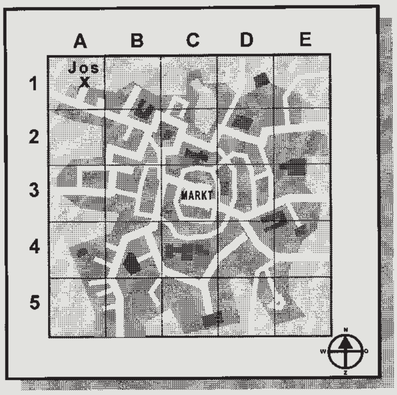
Mieke knipt zoveel mogelijk van deze figuurtjes uit de grote figuur.
Hoeveel figuurtjes knipt zij?

__________ figuurtjes

2 Spiegelen.
Maak de figuur aan de rechterkant af.



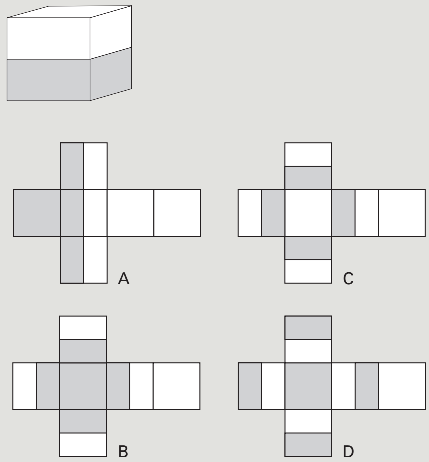
3



Jos bevindt zich in het gebied A1.
Hij wil via de kortste weg naar de markt.
In welke richting ligt de markt ten opzichte van Jos?

A in noordelijke richting
B in noordoostelijke richting
C in oostelijke richting
D in zuidoostelijke richting
E in zuidelijke richting

4



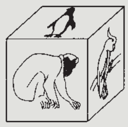
Deze kubus is voor de helft wit en voor de andere helft grijs.
Van welke bouwplaat is deze kubus gemaakt?
Zet een rondje.

5

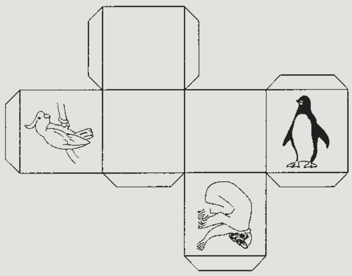
Jelle stond achter dit huis en maakte een foto.
Welke foto heeft Jelle gemaakt?

De percentiel-25 leerling heeft een redelijk goede tot goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 4 tot en met 8. Voorbeeldopgaven 6 en 8 zijn vergelijkbaar met voorbeeldopgave 5, in alle drie de voorbeeldopgaven gaat het om de relatie tussen een kubus en de uitslag van een kubus. Deze drie voorbeeldopgaven worden door deze leerlingen matig beheerst. Ook voorbeeldopgave 7 gaat om de interpretatie van een uitslag, in dit geval moeten leerlingen aan de hand van de uitslag van een huis bepalen hoeveel ramen de achterkant van het huis heeft. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft 71% het goede antwoord, 3; 9% van de leerlingen geeft 10 als antwoord, dit is het totaal aantal ramen van het hele huis. 8% van de leerlingen geeft als antwoord 4, dit is het aantal ramen aan de zijkant van het huis. Deze voorbeeldopgave wordt eveneens door de percentiel-25 leerling matig beheerst.

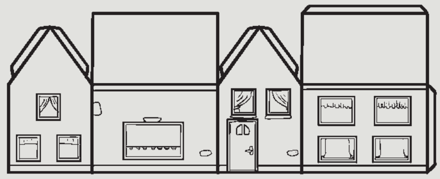
6 Tegenover het dier op de doos staat wat het eet.
papegaai - pinda
aap - banaan
pinguïn - vis



Zet een P waar de pinda moet staan, een B waar de banaan moet staan en een V waar de vis moet staan.



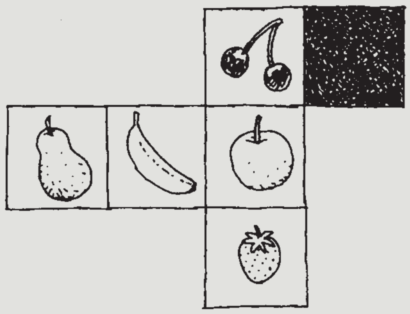
7



Dit is een bouwplaat van een huis.
Hoeveel ramen zitten aan de achterkant van het huis?

__________ ramen

8



Klaas vouwt deze kubus in elkaar.
Hij legt hem neer met het zwarte vlakje onder.
Welke vrucht komt boven?

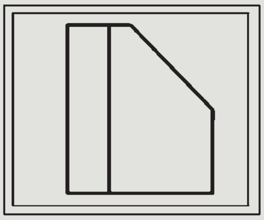
____

De gemiddelde leerling beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 9 matig. De eerste 8 voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken en worden door de gemiddelde leerling goed beheerst. Voorbeeldopgave 9 is een opgave waarin leerlingen moeten bepalen vanaf welke kant een abstract figuur is gefotografeerd. Deze voorbeeldopgave wordt door deze leerlingen matig beheerst.

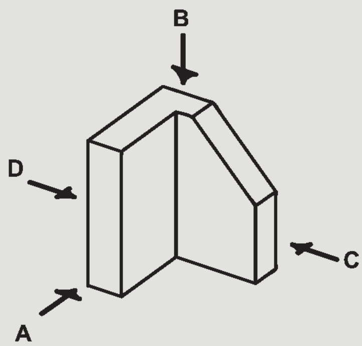
De percentiel-75 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgaven 1 tot en met 9. Voor deze leerlingen is voorbeeldopgave 10 te moeilijk. Deze voorbeeldopgave is de moeilijkste van de schaal en wordt zelfs door de **percentiel-90 leerling** matig beheerst. Bij voorbeeldopgave 10 moeten de leerlingen de juiste stempelafdruk bij de stempel kiezen, dit is net als de eerste twee voorbeeldopgaven 1 en 2 een opgave waarbij gespiegeld en gedraaid moest worden, maar deze is aanzienlijk moeilijker dan de eerste twee voorbeeldopgaven, omdat er drie verschillende figuren in samenhang bekeken moeten worden waarbij zowel spiegelbeeld als draaiing meespeelt. Hij wordt door de percentiel-90 leerling slechts matig beheerst. Van tien met deze voorbeeldopgave vergelijkbare opgaven zou deze leerling er gemiddeld zes goed beantwoorden.

Voorbeeldopgaven 9 en 10 Meetkunde

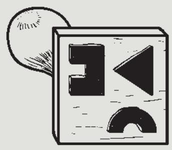
9



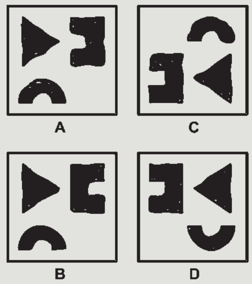
Van de grote figuur is een foto gemaakt.
Van welke kant is de foto gemaakt?



10



Welk plaatje is met deze stempel gemaakt?



Verschillen tussen leerlingen

De opgaven die in 2004 bij het onderwerp *Meetkunde* aan de leerlingen voorgelegd zijn, wijken sterk af van de opgaven die in 2011 aan de leerlingen voorgelegd zijn. Om deze reden is het niet verantwoord om een jaarvergelijking te maken.

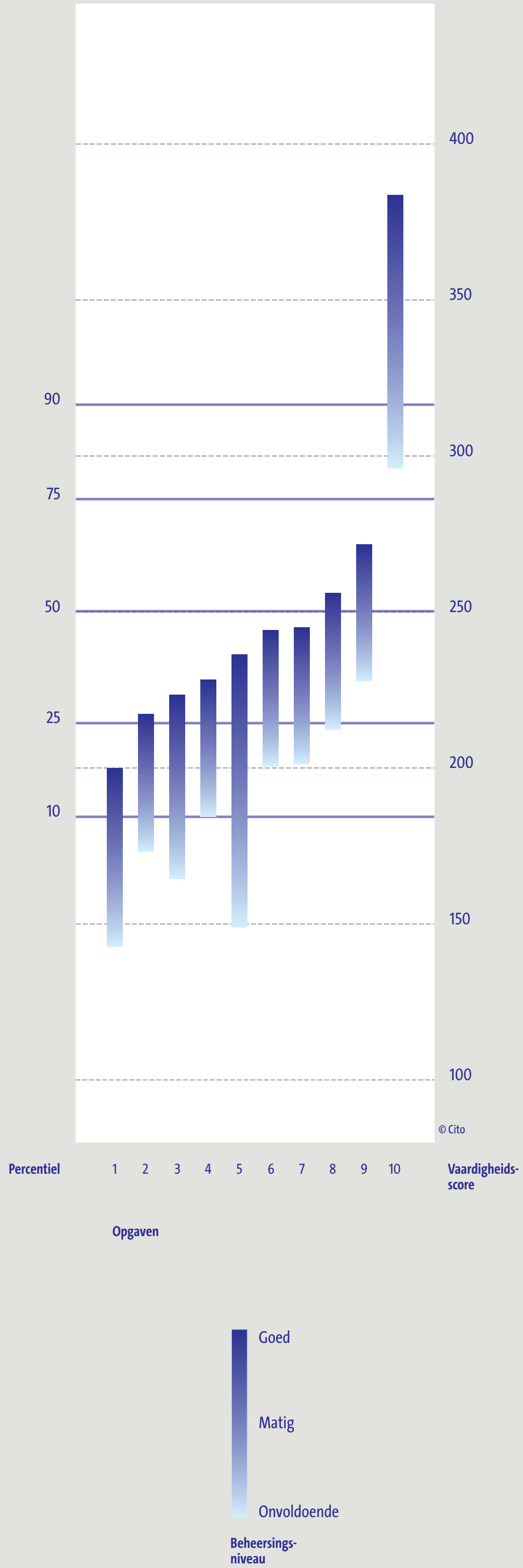
Er is geen verschil tussen de 0.3- en 1.2-leerlingen. Voor beide groepen is er sprake van een relatieve afwijking ten opzicht van de 0.0-leerlingen. De gemiddelde 0.3- en 1.2-leerlingen hebben eenzelfde vaardigheidsniveau als de percentiel-25 leerling uit de groep met 0.0-leerlingen.

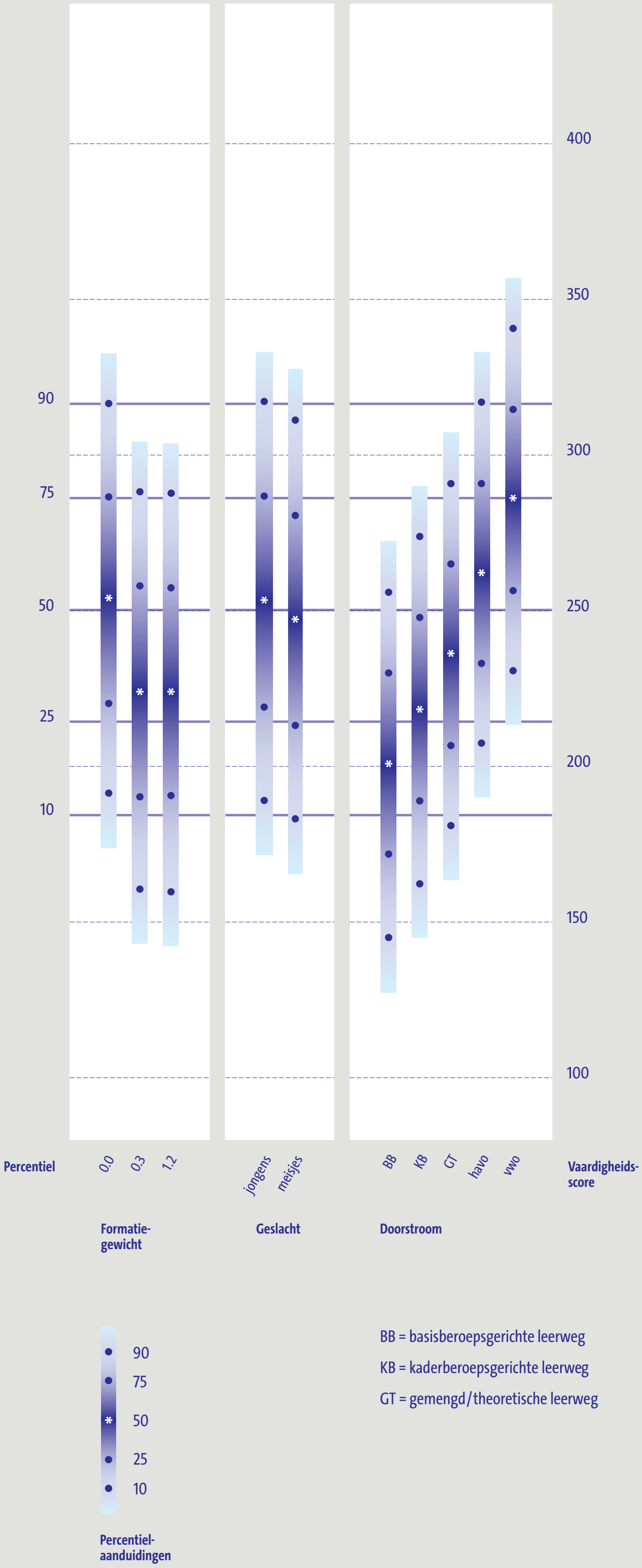
De verschillen tussen jongens en meisjes zijn minimaal.

De onderscheiden doorstroomniveaus vertonen de te verwachten progressie in vaardigheid. Vergelijken we de gemiddelde BB-leerling met de gemiddelde vwo-leerling, dan zien we dat de BB-leerling alleen de eerste voorbeeldopgave beheerst, terwijl de vwo-leerling de eerste negen voorbeeldopgaven beheerst.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Meetkunde





BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GT = gemengd/theoretische leerweg

Tabel 7.16 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Meetkunde

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004		
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	49
0.3	224	50
1.2	224	50
Geslacht		
Jongens	253	50
Meisjes	247	50
Doorstroom		
BB	201	43
KB	219	43
GT	236	43
havo	262	43
vwo	286	43

Tabel 7.17 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meetkunde

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1	2 tot en met 5	6 tot en met 10
KB	1 en 2	3 tot en met 8	9 en 10
GT	1 tot en met 4	5 tot en met 9	10
havo	1 tot en met 8	9	10
vwo	1 tot en met 9	-	10

7.7 Tijd

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het rekenen met tijd in voor kinderen alledaagse situaties. In een aantal opgaven wordt het rekenen met tijd gecombineerd met andere grootheden zoals afstand, lengte en geld. Vaak moeten daarbij herleidingen uitgevoerd worden. De opgaven van deze schaal zijn allemaal toepassingsopgaven. Het aflezen van de kalender en klok als zodanig komt niet voor. Wel wordt bij een aantal opgaven een beroep gedaan op kennis van de kalender en van analoge en digitale tijdsaanduidingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgave 1 en een matige beheersing van voorbeeldopgave 2. Het doorrekenen met dagen op de kalender wordt door deze leerlingen goed beheerst (voorbeeldopgave 1). Voorbeeldopgave 2 is een stuk moeilijker dan voorbeeldopgave 1. In deze opgave moeten leerlingen aan de hand van een stukje uit een televisiegids berekenen hoelang een programma duurt. In de televisiegids zijn de tijden in 24-uurs-notatie weergegeven.

Voorbeeldopgaven 1 en 2 Tijd

1

mei						
ma	di	wo	do	vr	za	zo
		1	2	**3**	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Het is vandaag 3 mei. Janet is over 21 dagen jarig.

Op welke dag en datum is Janet jarig?

__________ dag __________ mei

2

NEDERLAND 3

20.00 Tx **Nos-Journaal**
20.10 Van Kooten en De Bie's Deksel van de desk. Satirisch weekoverzicht. (VPRO)
20.35 Lopende zaken. Actualiteitenrubriek. (VPRO)
21.10 Cinéma perdu. Serie onbekende films uit het Nederlands Filmmuseum. Afl. 8: Léonce gaat naar buiten. (VPRO)

Hoe lang duurt het programma 'Lopende zaken'?

__________ minuten

De percentiel-25 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 en 2 goed en voorbeeldopgaven 3 tot en met 7, met uitzondering van voorbeeldopgave 5 en 6, matig. In voorbeeldopgave 3 moeten leerlingen berekenen hoeveel ballen in een ballenmachine moeten zitten als de machine 10 minuten lang elke 10 seconde een bal werpt. Het berekenen van het verschil in seconden tussen 8 minuten en 55 seconden en 9 minuten en 15 seconden wordt ook matig beheerst (voorbeeldopgave 4). 67% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt heeft geeft het correcte antwoord, 20 seconden. 7% van de leerlingen komt tot het antwoord 60 seconden. Deze leerlingen zijn er waarschijnlijk vanuit gegaan dat er 100 seconden in een minuut gaan. 5% van de leerlingen geeft het antwoord 100 seconden. Dit antwoord krijg je wanneer je 45 seconden (60-15 seconden) opgeteld bij 55 seconden. Ook voorbeeldopgave 5 gaat over het berekenen van het verschil tussen twee tijden (18.54 en kwart voor 8) en wordt eveneens matig beheerst. Er is een kans van ongeveer 50 procent dat een percentiel-25 leerling weet dat een etmaal gelijk is aan 24 uur (voorbeeldopgave 7). 69% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft als antwoord 24 uur gegeven. 12% van de leerlingen geeft als antwoord 12 uur, 4% van de leerlingen denkt dat een etmaal 6 uur duurt. Het berekenen van de datum die twee weken na 27 januari volgt is voor deze leerlingen nog te moeilijk (voorbeeldopgave 6).

Voorbeeldopgaven 3-6 Tijd

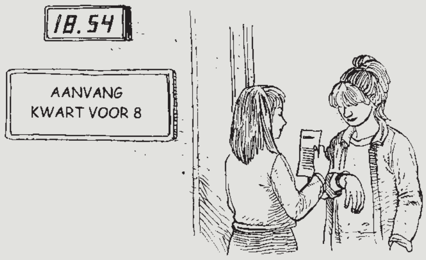
3 Op de tennisbaan staat een ballenmachine die iedere 10 seconden een tennisbal werpt.
Hoeveel ballen moeten in deze machine gedaan worden om 10 minuten te kunnen oefenen?

__________ ballen

4 Johan heeft de 5 km geschaatst in 8 minuten en 55 seconden.
Vorig jaar reed hij deze afstand in 9 minuten en 15 seconden.
Hoeveel seconden is hij nu sneller?

__________ seconden

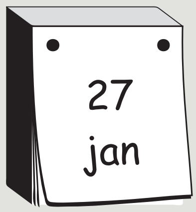
5



De theatervoorstelling begint om kwart voor acht.
Over hoeveel minuten is dat?

__________ minuten

6



Over 2 weken moet Jona naar de tandarts.
Op welke datum moet Jona naar de tandarts?

____

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 4 tot en met 8. Voorbeeldopgave 8 is net als voorbeeldopgave 1 en 6 een kalenderopgave. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen uitrekenen op welke datum Eva thuiskomt als ze op 24 december vertrekt en de tweede donderdag in januari weer thuiskomt. Deze opgave is complexer dan voorbeeldopgave 1 en 6, doordat er over het jaar heen gerekend moet worden en de kalender deels zichtbaar is.

Voorbeeldopgave 7 Tijd

7

De levering is binnen __________ uur.

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 7 nagenoeg goed en voorbeeldopgaven 8 tot en met 13 matig. Deze leerlingen hebben een betere beheersing van rekenen met de kalender dan de gemiddelde leerling. In voorbeeldopgave 13 moeten leerlingen berekenen welke datum 3 weken na 21 november volgt. Het berekenen van de duur van een televisieprogramma of film wordt door de percentiel-75 leerling matig (voorbeeldopgave 9) tot goed (voorbeeldopgave 2) beheerst. In voorbeeldopgave 10 moeten leerlingen uitrekenen na hoeveel uur en hoeveel minuten een dagkaart voor de parkeergarage goedkoper is dan wanneer het tarief per 20 minuten wordt betaald. In voorbeeldopgave 11 moeten leerlingen bepalen hoeveel een abonnement op een tijdschrift per kwartaal voordeliger is dan wanneer het elke week los gekocht wordt. De leerlingen moeten om deze opgave op te lossen notie hebben van het aantal weken in een kwartaal. Deze opgave wordt door deze leerlingen matig beheerst. Dat geldt eveneens voor het aflezen van vertrektijden uit een tabel (voorbeeldopgave 12).

Voorbeeldopgaven 8-13 Tijd

8 **December**

Zo	Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Eva gaat op wintersport. Ze gaat op 24 december weg. Op de tweede donderdag in januari komt ze weer thuis.
Welke datum is het dan?

__________ januari

9

21.25	De oude stad (deel 1)
22.00	Rondom 10
22.20	De oude stad (slot)
23.05	Spelprogramma

De film 'De oude stad' wordt in 2 gedeeltes uitgezonden.
Het eerste gedeelte begint om 21.25 uur en het tweede gedeelte begint om 22.20 uur.
Hoeveel minuten duurt de film 'De oude stad' in totaal?

__________ minuten

10

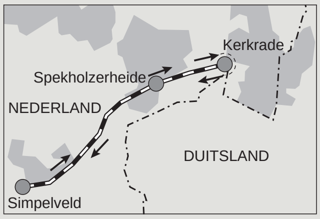
Bram parkeert zijn auto op deze parkeerplaats.
Na hoeveel tijd is de dagkaart voordeliger?

Wanneer Bram langer dan _______ uur en _______ minuten parkeert.

11 Een tijdschrift kost per week € 1,-.
Per kwartaal kost het € 12,-.
Peter betaalt per kwartaal.
Hoeveel is dat na een jaar voordeliger?

€ _________

12



v. Simpelveld	09.45	11.15	12.45	14.15	15.45
v. Spekholzerheide	-	11.25	12.55	14.25	15.55
a. Kerkrade	10.05	11.35	13.05	14.35	16.05
v. Kerkrade	10.25	11.55	13.25	14.55	16.25
v. Spekholzerheide	10.35	12.05	13.35	15.05	-
a. Simpelveld	10.45	12.15	13.45	15.15	16.45

Moniek en Jasper willen met de stoomtrein van Kerkrade naar Simpelveld. Het is vijf voor één. Over hoeveel minuten vertrekt de trein?

__________ minuten

13 Het is 21 november. Marieke is over precies drie weken jarig.
Op welke datum is Marieke jarig?

__________ __________

De percentiel-90 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 8 goed, opgave 9 en 10 redelijk goed en voorbeeldopgave 11 tot en met 15 matig. De eerste dertien voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. Het berekenen van het aantal uur dat een museum per week geopend is, wordt door deze leerlingen matig beheerst (voorbeeldopgave 14). Slechts 33% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, komt tot het juiste antwoord van 43 uur. Een groter percentage van de leerlingen geeft het antwoord 15 uur, namelijk 42%. Deze leerlingen hebben de openingstijden van dinsdag tot en met zaterdag slechts één keer meegenomen.
Van 10 vergelijkbare opgaven zullen de percentiel-90 leerlingen gemiddeld 5 à 6 opgaven goed beantwoorden. Dit geldt ook voor voorbeeldopgave 15 waarin leerlingen gevraagd wordt in hoeveel seconden Simon de afstand heeft gezwommen. Leerlingen moeten in deze opgave het verschil tussen de totaaltijd en de tijden van 3 andere kinderen uitrekenen.

Voorbeeldopgaven 14-15 Tijd

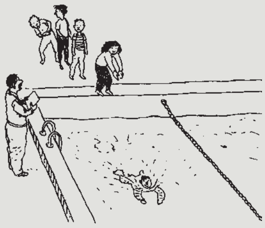
14 Openingstijden museum

maandag	14.00 - 17.00
dinsdag t/m zaterdag	10.00 - 17.00
zondag	12.00 - 17.00

Hoeveel uur is het museum per week geopend?

__________ uur

15



De tussentijden van een estafetteploeg zijn:

Johan	27,18 sec.
Koos	28,02 sec.
Maarten	26,90 sec.
Simon	[redacted] sec.

De totaaltijd was 1 minuut en 47,97 seconde.
In hoeveel seconden heeft Simon de afstand gezwommen?

In __________ seconden

Verschillen tussen 2011 en 2004

Er is een klein verschil in vaardigheidsniveau op het onderwerp *Tijd* tussen de leerlingen uit het onderzoek van 2011 en van 2004, ten gunste van 2011. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door een groter percentage van de leerlingen beheerst, namelijk 81%. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 57% behaald.

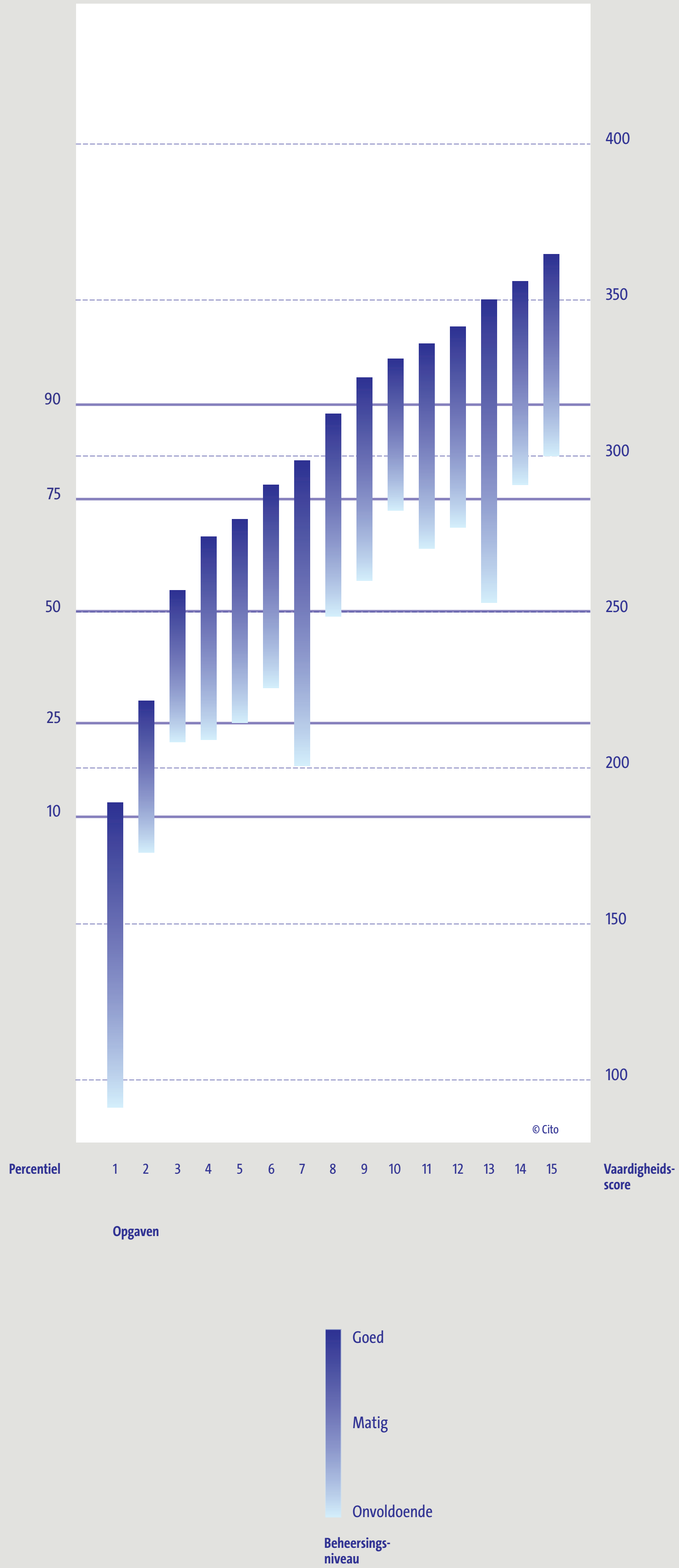
Verschillen tussen leerlingen

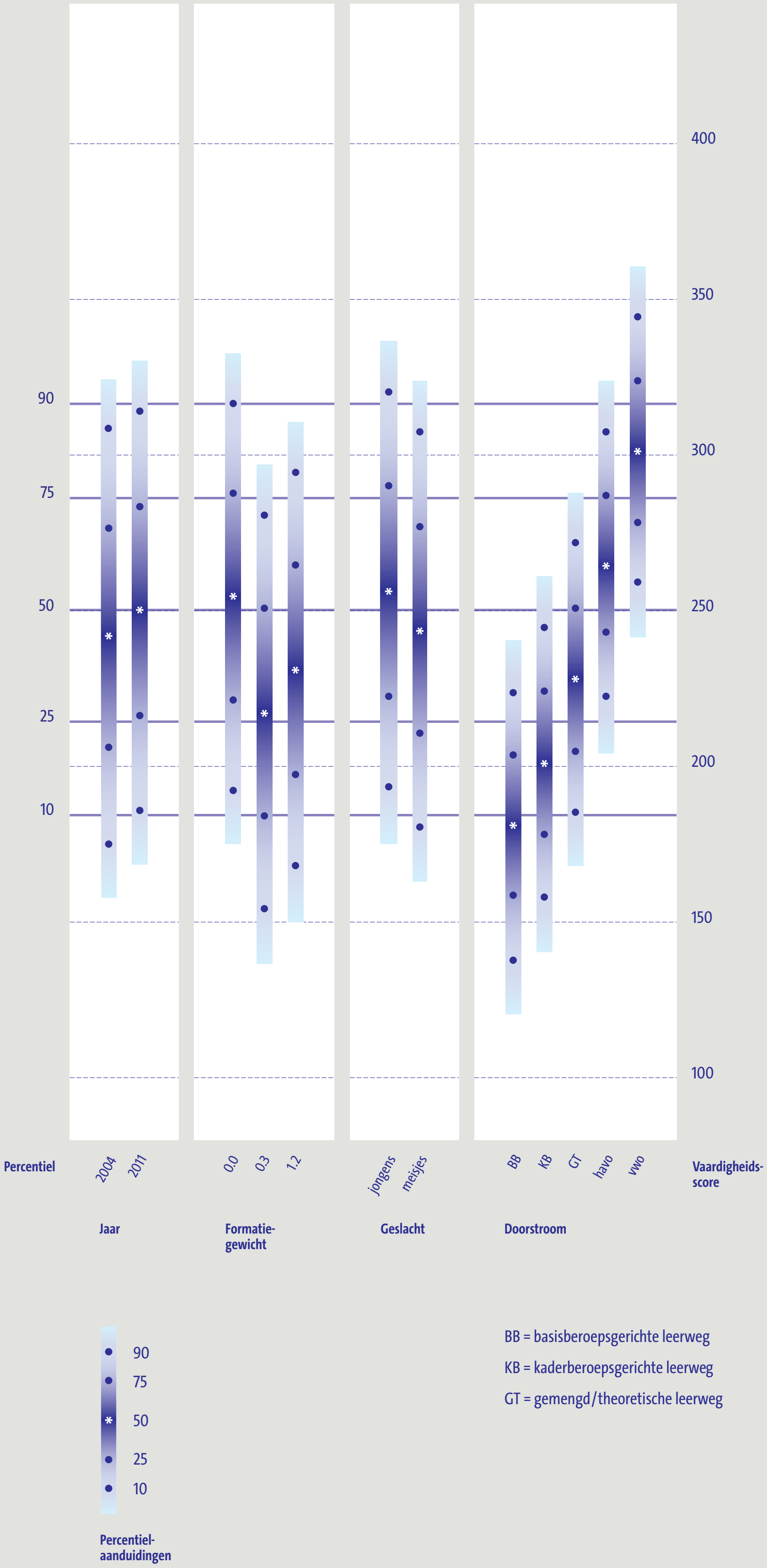
De afstand tussen de 0.3-leerling en de 1.2-leerling is klein. Tegen de verwachting in is het vaardigheidsniveau van de 1.2-leerling op het onderwerp *Tijd* hoger dan het vaardigheidsniveau van de 0.3-leerling.

We zien dat jongens een iets hoger vaardigheidsniveau hebben dan meisjes; de verschillen zijn niet groot. Jongens hebben een gemiddeld vaardigheidsniveau van 256, zij functioneren hoger dan het gemiddelde van de populatie (250). Meisjes hebben een gemiddeld vaardigheidsniveau van 244, dit is lager dan het populatiegemiddelde (zie ook tabel 7.18).

De gemiddelde score van een BB-leerling ligt met 181 een fractie onder het niveau van de percentiel-10 leerling (184). Een leerling met deze score beheerst de eerste twee voorbeeld-opgaven matig. De gemiddelde score van een vwo-leerling ligt met 301 ruim boven het niveau van de percentiel-75 leerling (286). Een leerling met deze score beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed en de resterende voorbeeldopgaven matig.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Tijd





400
350
300
250
200
150
100
90
75
50
25
10
Percentiel
2004
2011
0.0
0.3
1.2
jongens
meisjes
BB
KB
GT
havo
vwo
Vaardigheids-score
Jaar
Formatie-gewicht
Geslacht
Doorstroom
90
75
50
25
10
Percentiel-aanduidingen
BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Tijd

- Toepassingsopgave waarbij een totaaltijd als 1 minuut en 47,97 seconde uiteengelegd moet worden in 4 tijden: 27,18 seconde + 28,02 seconde + 26,90 seconde + _?_ (opgave 15)
- Toepassingsopgave waarbij het totaal aantal uren bepaald moet worden in een tabel, met 24-uurs aanduiding (opgave 14)

- In gedachte kunnen bepalen welke datum 3 weken verder ligt, zonder dat hierbij een (deel van een) kalender gegeven is (opgave 13)
- Toepassingsopgave waarbij notie van het aantal weken dat een kwartaal duurt noodzakelijk is (opgave 11)

- Toepassingsopgave waarbij de tijd afgelezen moet worden uit een tabel en het verschil bepaald moet worden met een gegeven tijd (opgave 12)
- Toepassingsopgave waarbij herleidingen van uren naar minuten moeten worden toegepast (opgave 10)
- Uit een programmaoverzicht kunnen aflezen hoelang een film, die uit twee delen bestaat, duurt (opgave 9)

- Op een kalender gegevens kunnen aflezen en in gedachten kunnen bepalen op welke dag de tweede donderdag van de volgende maand is (opgave 8)

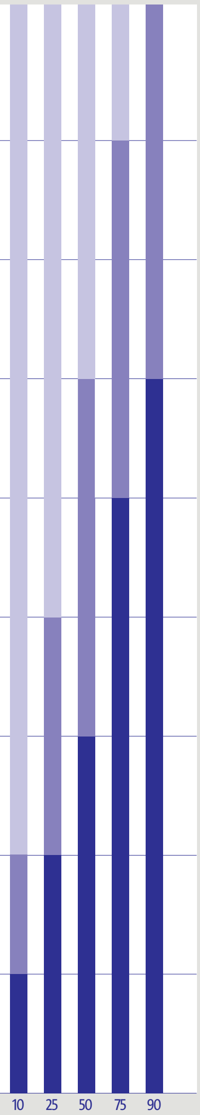
- In gedachte kunnen bepalen welke datum twee weken verder ligt, zonder dat hierbij een (deel van een) kalender gegeven is (opgave 6)

- Toepassingsopgave waarbij het verschil bepaalt moet worden tussen een decimale tijd en een tijd in woorden beschreven (opgave 5)
- Het verschil bepalen tussen twee tijden: 8 minuten en 55 seconden én 9 minuten en 15 seconden (opgave 4)

- Opgave waarbij bepaald moet worden hoe vaak 10 seconden passen in 10 minuten (opgave 3)

- Uit een programmaoverzicht kunnen lezen van hoe laat tot hoe laat een programma duurt en kunnen bepalen hoeveel minuten dat programma duurt (opgave 2)

- Met behulp van een kalender kunnen bepalen welke datum 21 dagen verder ligt (opgave 1)



In dit schema is de slecht discriminerende opgave 7 niet meegenomen.

Onvoldoende beheersing

Redelijke beheersing

Goede beheersing

Tabel 7.18 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Tijd

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	242	52
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	254	49
0.3	218	49
1.2	231	49
Geslacht		
Jongens	256	50
Meisjes	244	49
Doorstroom		
BB	181	34
KB	201	34
GT	228	34
havo	265	33
vwo	301	33

Tabel 7.19 Tijd: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	81%
50%	57%

Tabel 7.20 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Tijd

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	-	1 en 2	3 tot en met 15
KB	1	2 en 7	3 tot en met 6, 8 tot en met 15
GT	1 en 2	3 tot en met 7	8 tot en met 15
havo	1 tot en met 3	4 tot en met 9	10 tot en met 15
vwo	1 tot en met 6	7 tot en met 15	-

7.8 Geld

Inhoud

Bij het onderwerp *Geld* gaat het om toepassingsgericht rekenen met geld waarbij specifieke handelingen met munten en bankbiljetten uitgevoerd moeten worden, zoals:

- de totale waarde bepalen van munten en bankbiljetten;
- gepast betalen;
- bankbiljetten en munten inwisselen;
- aangeven welke munten en bankbiljetten men terugkrijgt;
- bijpassen om terugkrijgen te vergemakkelijken.

Daarnaast komen opgaven voor waarbij

- afgerond moet worden;
- bedragen naar andere valuta omgerekend worden.

Bij dit onderwerp worden relaties gelegd met andere rekengebieden zoals hoofdrekenen, het uitvoeren van bewerkingen met uitrekenpapier, kommagetallen, meten en verhoudingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgave 1 en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 2 en 3. De eerste drie voorbeeldopgaven gaan over het terugkrijgen van geld. In de eerste voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel de twee munten waard zijn die Pascal terugkrijgt als hij een jas van € 86 koopt, met € 100 betaalt en twee briefjes van € 5 terugkrijgt. Voorbeeldopgaven 2 en 3 zijn duidelijk moeilijkere opgaven in deze categorie. In de tweede voorbeeldopgave moeten leerlingen berekenen hoeveel euro Ernst terugkrijgt als hij met een briefje van € 10 en een briefje van € 5 een dartbord van € 12,95 koopt. Het correcte antwoord, € 2,05, wordt gegeven door 82% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben. 6% van de leerlingen heeft een rekenfout gemaakt en geeft als antwoord € 3,05. 3% van de leerlingen geeft als antwoord 2 euro, mogelijk hebben deze leerlingen gecompenseerd en zijn ze vergeten de 5 cent weer bij hun antwoord op te tellen.
In voorbeeldopgave 3 wordt leerlingen gevraagd hoeveel Halil nog bij moet betalen als hij € 11,17 moet afrekenen, met € 20 betaald en de winkelier hem een briefje van 10 euro wil teruggeven. De percentiel-10 leerling heeft nog geen beheersing van het omwisselen van geld.

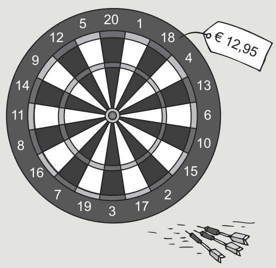
Voorbeeldopgaven 1-3 Geld

1

Pascal koopt deze jas. Hij betaalt met een briefje van € 100,-. Hij krijgt 2 briefjes van 5 euro terug en 2 gelijke munten.
Welke 2 munten zijn dat?

2 munten van ________ euro

2



Ernst koopt dit dartbord. Hij betaalt met een briefje van 10 euro en een briefje van 5 euro.
Hoeveel euro krijgt Ernst terug?

€ ________

3 Halil moet € 11,17 betalen. Hij betaalt met een briefje van 20 euro. De winkelier wil 10 euro teruggeven. Hoeveel moet hij nog vragen aan Halil?

€ ________

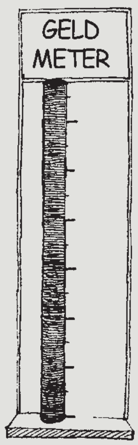
De percentiel-25 leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 3 tot en met 6 matig. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 3 zijn hierboven besproken. Voorbeeldopgaven 4 tot en met 6 gaan over het omwisselen van geld:

- Hoeveel munten van 20 eurocent passen er in 80 euro? (voorbeeldopgave 4);
- Hoeveel munten van 50 cent passen er in 2 briefjes van 5 euro en een briefje van 10 euro? (voorbeeldopgave 5);
- Hoeveel munten van 1 euro kun je krijgen voor 120 munten van 5 cent? (voorbeeldopgave 6).

Van alle leerlingen die voorbeeldopgave 6 gemaakt hebben, geeft 69% het goed antwoord, 6 euro. 8% van de leerlingen heeft moeite met het omrekenen van centen naar euro's en geeft het antwoord 60 euro. De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van het omwisselen van geld.

Voorbeeldopgaven 4-6 Geld

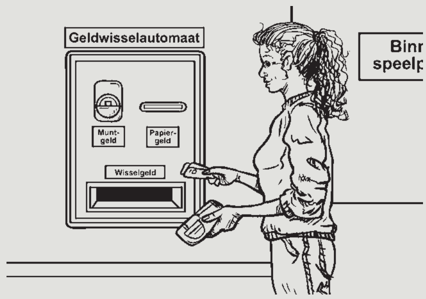
4



In de spaarpijp zitten alleen munten van 20 eurocent. In totaal zijn de munten 80 euro waard. Hoeveel munten van 20 eurocent zitten dan in de spaarpijp?

________ munten

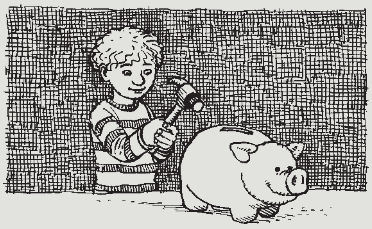
5



Bij de binnenspeeltuin wisselt moeder 2 briefjes van 5 euro en een briefje van 10 euro voor muntjes van 50 cent. Hoeveel muntjes van 50 cent krijgt ze in totaal terug?

________ muntjes van 50 cent

6



In de spaarpot zitten 120 munten van 5 cent.
Erwin wisselt de munten om in munten van 1 euro.
Hoeveel munten van 1 euro krijgt hij dan?

__________ munten van 1 euro

De gemiddelde leerling heeft een matig tot goede beheersing van het omwisselen van geld zoals in de hiervoor beschreven opgaven wordt gevraagd.
De gemiddelde leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 4 goed en opgave 5 nagenoeg goed. Voorbeeldopgaven 6 tot en met 9 worden door de gemiddelde leerling matig beheerst.
In voorbeeldopgave 7 moeten leerlingen berekenen hoeveel eurocent Ronald terug moet krijgen als hij € 10,52 moet afrekenen en betaalt met 11 euro en 2 cent. De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van deze voorbeeldopgave. Van 10 van met voorbeeldopgave 7 vergelijkbare opgaven zullen deze leerlingen er gemiddeld 6 à 7 goed beantwoorden. In voorbeeldopgave 8 wordt een complexere berekening gevraagd en moeten leerlingen globaal berekenen hoeveel euro een jas van 300 kalidollar kost als 1 euro gelijk is aan 1,49 kalidollar. Deze voorbeeldopgave wordt door de gemiddelde leerling matig beheerst. Voorbeeldopgave 9 is, net als voorbeeldopgave 6, een omwisselopgave die door de gemiddelde leerling matig wordt beheerst. In voorbeeldopgave 9 moeten leerlingen 1 munt van 2 euro en 3 munten van 20 cent omwisselen in munten van 5 cent. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft 58% het goede antwoord: 52 muntjes. 9% van de leerlingen geeft als antwoord 32 muntjes. Deze leerlingen zijn er waarschijnlijk vanuit gegaan dat 1 munt van 2 euro ingewisseld wordt voor 20 muntjes van 5 cent. Vier procent van de leerlingen geeft het antwoord 44 muntjes. Deze leerlingen hebben waarschijnlijk gerekend met maar 1 muntje van 20 cent in plaats van met 3 muntjes.

Voorbeeldopgaven 7-9 Geld

7

Ronald betaalt 11 euro. De winkelier vraagt er 2 cent bij.
Hoeveel moet Ronald dan terug krijgen?

__________ cent

8

Pieter is op vakantie op het eiland Kali. In Kali wordt betaald met de Kalidollar. Pieter koopt een jas van 300 Kalidollar.
Hoeveel euro kost de jas ongeveer?

A 100 euro
B 200 euro
C 450 euro
D 150 euro

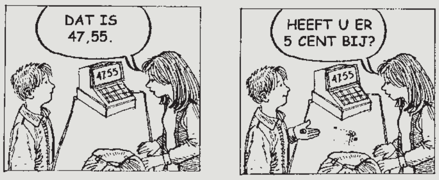
9 In de kopieermachine passen alleen muntjes van 5 cent. Lot heeft 1 munt van 2 euro en 3 munten van 20 cent. Bij de kassa wisselt Lot de munten voor muntjes van 5 cent.
Hoeveel muntjes van 5 cent krijgt ze dan?

__________ muntjes

De percentiel-75 leerling heeft een goede beheersing van de eerste zeven voorbeeldopgaven, een redelijk goede beheersing van voorbeeldopgave 8 en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 9 tot en met 11. De eerste negen voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. Voorbeeldopgave 10 is, net als voorbeeldopgave 7 een opgave waarin leerlingen moeten berekenen hoeveel geld de persoon terugkrijgt. Voorbeeldopgave 7 wordt door de percentiel-75 leerling goed beheerst, terwijl voorbeeldopgave 10 matig wordt beheerst. In beide opgaven gaat het om het bepalen hoeveel iemand terugkrijgt als hem of haar wordt gevraagd iets extra's bij te leggen (bijvoorbeeld een muntje van 5 cent). De berekening in voorbeeldopgave 10 blijkt wat betreft getallen (€ 47,55 betalen met een briefje van 50 euro en een muntje van 5 cent) moeilijker te zijn dan voorbeeldopgave 7 (€ 11,52 betalen met 11 euro en een muntje van 2 cent). In voorbeeldopgave 11 wordt een complexe berekening gevraagd. Leerlingen moeten berekenen welke 4 munten Koos terugkrijgt als hij een brood van € 1,10 en beleg van € 2,55 koopt, 4 statiegeldflessen van € 0,25 inlevert en betaalt met € 5. De percentiel-75 leerling heeft een matige beheersing van deze voorbeeldopgave.

Voorbeeldopgaven 10-12 Geld

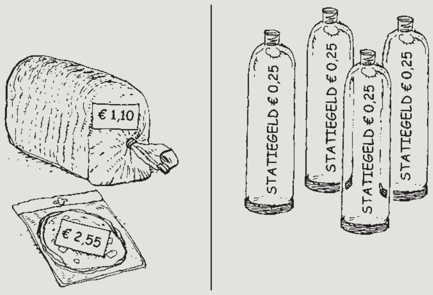
10



Jos betaalt met een briefje van 50 euro en een munt van 5 cent.
Hoeveel krijgt Jos dan terug?

€ ______

11

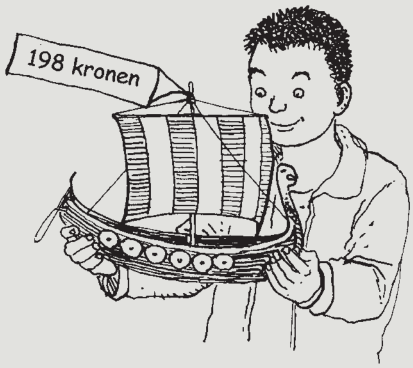


Koos krijgt € 5,- mee voor deze boodschappen.
Hij levert 4 lege flessen in.

Hij krijgt 4 munten terug.
Welke? Vul in.

1 munt van ______ euro en
1 munt van ______ cent en
1 munt van ______ cent en
1 munt van ______ cent.

12



Jurgen is op vakantie in Noorwegen. 100 Noorse kronen zijn 13 euro waard. Jurgen koopt dit Vikingschip voor 198 kronen.
Hoeveel kost het Vikingschip in euro's?

______ euro

De percentiel-90 leerling beheerst deze complexe toepassingsopgave al wel goed. De laatste voorbeeldopgave (12) is ook een complexe toepassingsopgave en wordt door de percentiel-90 leerling matig beheerst. In voorbeeldopgave 12 moeten leerlingen berekenen hoeveel een Vikingschip van 198 kronen in euro kost als 100 Noorse kronen 13 euro waard zijn.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp **Geld**

- Opgave waarbij een bedrag in andere valuta omgerekend moet worden in euro's, 198 kronen is ____ euro, wanneer 100 kronen 13 euro waard is (opgave 12)

- Complexe opgave waarbij onder andere berekend moet worden hoeveel betaald moet worden, hoeveel men terugkrijgt en welke munten dat zijn (opgave 11)
- Opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel teruggegeven wordt, wanneer € 47,55 betaald moet worden en 5 cent bijgelegd wordt (opgave 10)

- Opgave waarbij muntgeld omgewisseld met worden in muntjes van 5 cent (opgave 9)
- Opgave waarbij een bedrag in andere valuta globaal omgerekend moet worden in euro's, 300 kalidollar is ongeveer ____ euro, wanneer 1 euro is 1,49 kalidollar (opgave 8)

- Opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel teruggegeven wordt, wanneer € 10,52 betaald moet worden en 2 cent bijgelegd wordt (opgave 7)

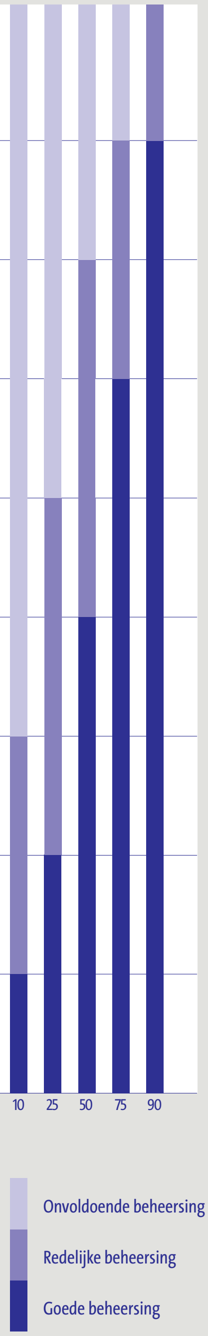
- Opgave waarbij 120 munten van 5 cent ingewisseld moet worden voor munten van 1 euro (opgave 6)
- Opgave waarbij een aantal briefjes ingewisseld moet worden voor munten van 50 cent (opgave 5)

- Opgave waarbij aangegeven moet worden hoeveel munten van 20 cent je krijgt voor een bedrag van 80 euro (opgave 4)

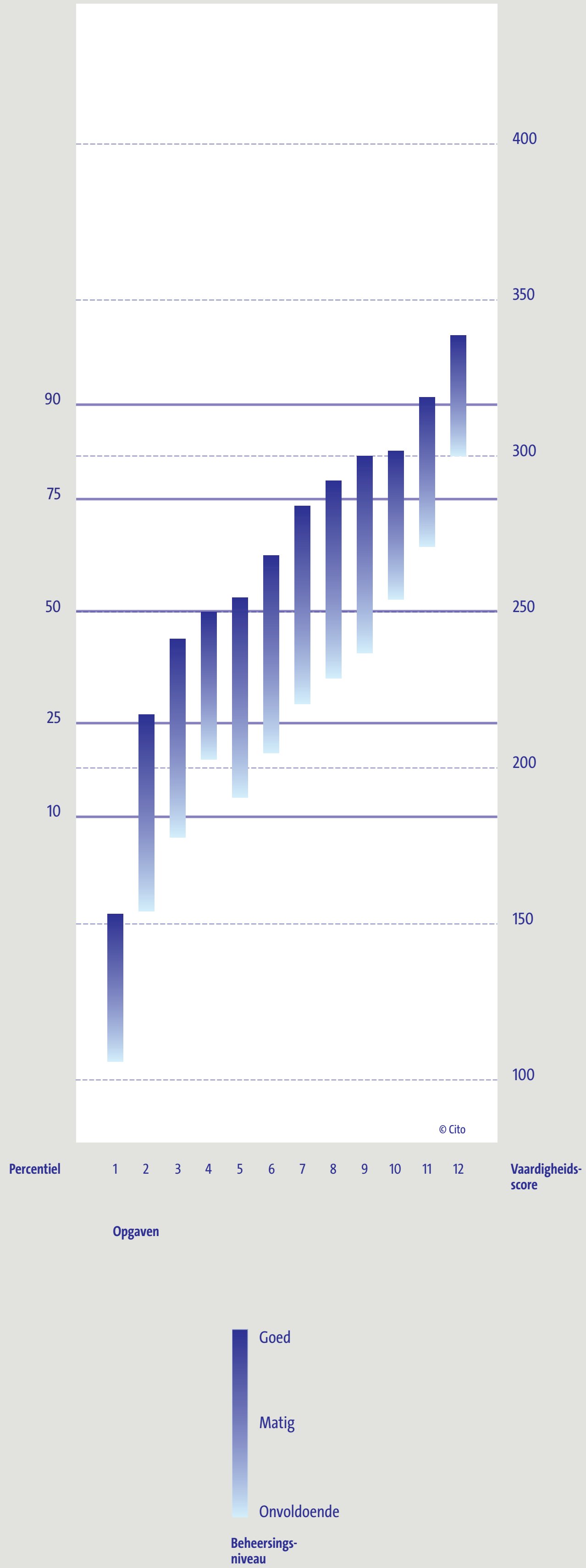
- Opgave waarbij de leerlingen moeten bepalen wat handig is om bij te geven, zodat de winkelier een biljet van 10 euro kan teruggeven (opgave 3)

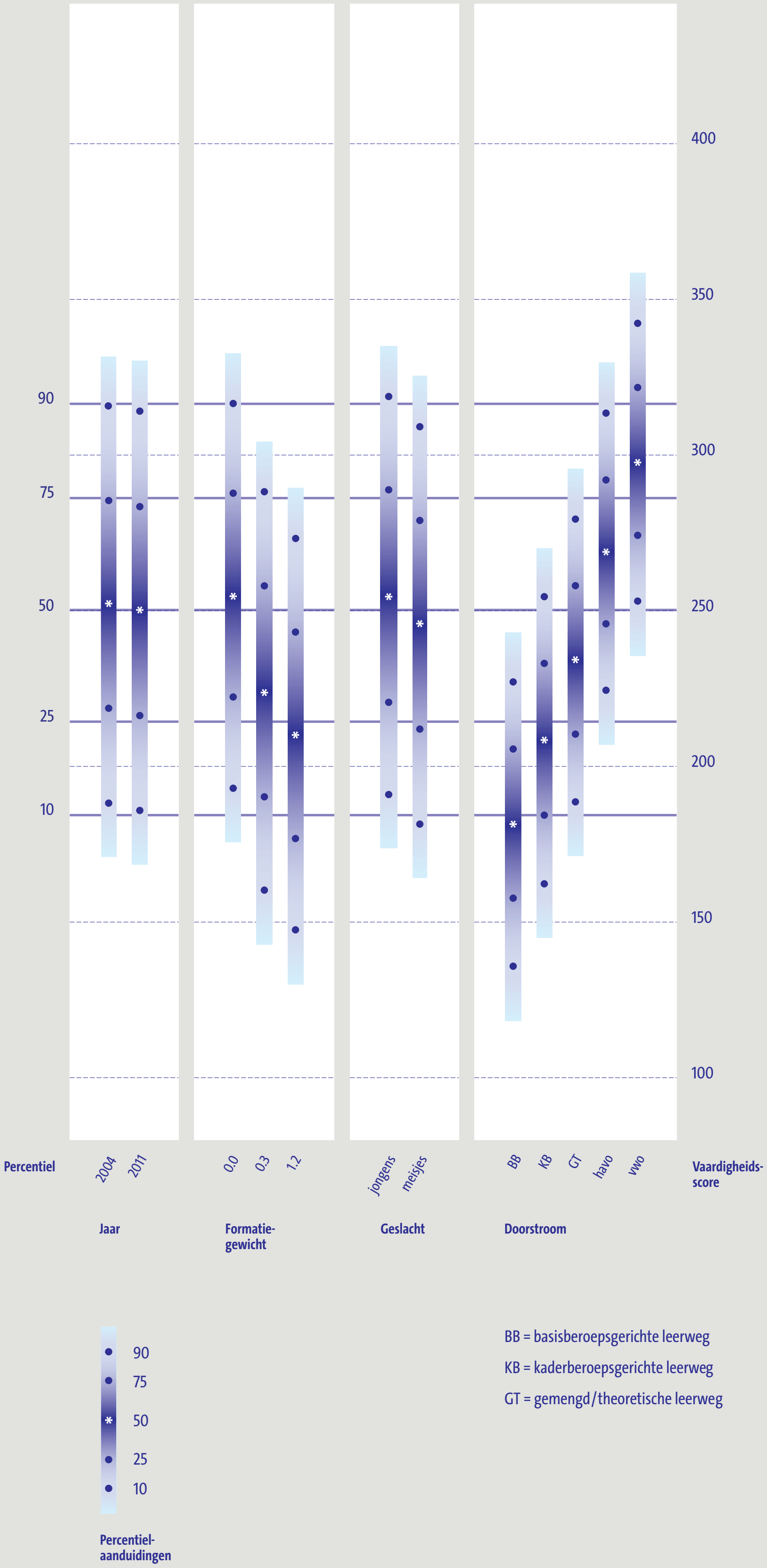
- Opgave waarbij berekend moet worden hoeveel euro teruggegeven wordt, wanneer € 12,95 betaald wordt met een briefje van 10 euro en een briefje van 5 euro (opgave 2)

- Opgave waarbij berekend moet worden hoeveel munten van 2 euro teruggegeven worden, wanneer gegeven is hoeveel euro een jas kost en met welke biljetten betaald wordt (opgave 1)



De vaardigheidsschaal bij het onderwerp **Geld**





400
350
300
250
200
150
100
90
75
50
25
10
Percentiel
2004
2011
0.0
0.3
1.2
jongens
meisjes
BB
KB
GT
havo
vwo
Vaardigheids-score
Jaar
Formatie-gewicht
Geslacht
Doorstroom
90
75
50
25
10
Percentiel-aanduidingen
BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

Verschillen tussen 2011 en 2004

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen met betrekking tot het onderwerp *Geld* is nagenoeg gelijk gebleven in de periode 2004-2011. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt in 2011 door 73% beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 48% behaald.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van de 0.3-leerling en 1.2-leerling liggen dicht bij elkaar. Het vaardigheidsniveau van de 0.3-leerling is een fractie hoger dan het vaardigheids-niveau van de 1.2-leerling. De relatieve afstand tot de 0.0-leerling is relatief groot.

Net als in 2004 zien we dat jongens een hoger vaardigheidsniveau hebben dan meisjes.

De onderscheiden doorstroomniveaus vertonen de te verwachten progressie in vaardigheid. Vergelijken we de gemiddelde BB-leerling met de gemiddelde vwo-leerling, dan zien we dat de gemiddelde BB-leerling alleen de eerste voorbeeldopgave goed beheerst terwijl de gemiddelde vwo-leerling de eerste acht voorbeeldopgaven goed beheerst.

Tabel 7.21 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Geld

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	252	49
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	224	50
1.2	210	49
Geslacht		
Jongens	255	50
Meisjes	246	50
Doorstroom		
BB	182	35
KB	209	36
GT	234	35
havo	269	35
vwo	298	35

Tabel 7.22 Geld: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	73%
50%	48%

Tabel 7.23 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Geld

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	1	2 en 3	4 tot en met 12
KB	1	2 tot en met 6	7 tot en met 12
GT	1 en 2	3 tot en met 8	9 tot en met 12
havo	1 tot en met 6	7 tot en met 10	11 en 12
vwo	1 tot en met 8	9 tot en met 11	12

8 Verbanden

8 Verbanden

In dit hoofdstuk beschrijven we de resultaten van het peilingsonderzoek voor het onderwerp *Verbanden*. In deze peiling is ervoor gekozen dezelfde onderverdeling in subdomeinen te hanteren als bij de referentieniveaus. Vandaar dat een apart hoofdstuk aan het subdomein *Verbanden* wordt gewijd. Dit subdomein bestaat uit twee deelonderwerpen *Tabellen en grafieken* en *Patronen* die samen het onderwerp *Verbanden* vormen.

8.1 Verbanden

Inhoud

De opgaven bij het onderwerp *Verbanden* bestaan voor een groot gedeelte uit het type opgaven van het in 2004 voor het eerst opgenomen onderwerp *Tabellen en grafieken*. De verzameling opgaven is voor dit peilingsonderzoek uitgebreid met opgaven over voortzetting van patronen. Aangezien de verzameling voor een groot deel uit opgaven bestaat van het onderwerp *Tabellen en grafieken* is het verantwoord om een vergelijking over de tijd te maken tussen *Tabellen en grafieken* en *Verbanden*.
Tabellen en grafieken komen ook bij andere rekenonderwerpen regelmatig voor, zoals bij *Breuken* en *Procenten*. Daar worden met behulp van tabellen en grafieken gegevens op een overzichtelijke manier gepresenteerd, maar ligt de nadruk op het betreffende onderwerp. De tabellen- en grafiekenopgaven die bij het onderwerp *Verbanden* zijn opgenomen gaan expliciet over de vaardigheid van het lezen van tabellen en grafieken en het opereren op basis van gegevens uit tabellen en grafieken.

Tabellen en grafieken worden in het nieuws en in schoolboeken frequent gebruikt om kwantitatieve gegevens op een compacte en overzichtelijke manier weer te geven. De grafieken die daarbij ingezet worden zijn zeer divers van vorm. De meest voorkomende zijn beeldgrafieken, staafgrafieken, lijngrafieken en cirkelgrafieken. De tabelvormen zijn vooral enkelvoudige kruistabellen. Bij een aantal opgaven moet de leerling informatie uit een tabel of grafiek aflezen en met behulp van die informatie een berekening uitvoeren. Maar ook komen opgaven voor waarbij de leerling een trend in de gegevens moet onderkennen of een conclusie moet trekken door gegevens met elkaar in verband te brengen. In een enkele opgave wordt van de leerling gevraagd te interpoleren of te extrapoleren.

Bij het deelonderwerp *Patronen* gaat het om het voortzetten van patronen. Dit kunnen getalsmatige patronen zijn, maar ook in symbolen. Een voorbeeld van een opgave waarbij een getalsmatig patroon ontdekt moet worden is bijvoorbeeld: Er zijn drie gelijke flatblokken. In het eerste flatblok bevinden zich de woningen met de huisnummers 17 tot en met 53, in het tweede flatblok de woningen met de huisnummers 55 tot en met 91. Welke woningen bevinden zich in het derde flatblok? Een voorbeeld van het voortzetten van patronen van symbolen is een tegelpatroon met verschillende kleuren tegels dat voortgezet moet worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 8 matig. In de gemakkelijkste voorbeeldopgave van de schaal *Verbanden* moeten leerlingen de informatie uit twee tabellen met elkaar combineren en aflezen op welke dag Sem moet koken. De leerlingen hoeven hier niet bij te rekenen. Deze voorbeeldopgave wordt door de percentiel-10 leerling goed beheerst. Dit geldt eveneens voor voorbeeldopgave 2 waarin leerlingen moeten aflezen in welk jaar het aantal verkochte auto's is verdubbeld ten opzicht van het jaar daarvoor. Ook voorbeeldopgave 3 wordt door deze leerlingen goed beheerst. In deze meerkeuzeopgave moeten leerlingen het verband zien tussen de seizoenen en de hoeveelheid zonnebrandolie die per maand wordt verkocht. De vierde voorbeeldopgave wordt door deze leerlingen matig beheerst. Leerlingen moeten in deze opgave uit een cirkeldiagram aflezen op welke twee scholen samen ongeveer $\frac{3}{4}$ deel van het aantal leerlingen uit de wijk zitten. Voorbeeldopgave 5 gaat om het aflezen van aantallen uit een beeldgrafiek en wordt door de percentiel-10 leerling matig beheerst. In voorbeeldopgaven 6 en 7 moeten leerlingen tabellen aflezen. Meer specifiek wordt leerlingen in voorbeeldopgave 6 gevraagd uit een lesrooster af te lezen tijdens welk vak Thomas naar de tandarts gaat en in voorbeeldopgave 7 moeten leerlingen de prijs en inhoud van vier verschillende shampoomerken vergelijken om te bepalen welke in verhouding het goedkoopst is. Zowel voorbeeldopgave 6 als 7 worden door deze leerlingen matig beheerst, maar voorbeeldopgave 7 is duidelijk moeilijker dan voorbeeldopgave 6. Wanneer deze leerlingen van zowel voorbeeldopgave 6 als 7 tien vergelijkbare opgaven zouden maken, zouden ze van voorbeeldopgave 6 er gemiddeld 6 à 7 goed hebben, terwijl ze er gemiddeld van voorbeeldopgave 7 vijf goed zouden beantwoorden. Voorbeeldopgave 8 wordt eveneens matig beheerst. In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen het verband tussen een lijngrafiek en een cirkeldiagram zien om te kunnen bepalen bij welk jaar de cirkeldiagram hoort.

De percentiel-25 leerling heeft een goede beheersing van de eerste zes voorbeeldopgaven en een matige beheersing van voorbeeldopgaven 7 tot en met 10. De eerste acht voorbeeldopgaven zijn hierboven besproken. Voorbeeldopgave 9 wordt door de gemiddelde leerling matig beheerst. In deze voorbeeldopgave is in een lijngrafiek de boekenverkoop van drie verschillende typen boeken weergegeven. Leerlingen moeten aflezen in welke maand er in totaal de meeste boeken zijn verkocht. Voorbeeldopgave 10, waarin leerlingen uit een tabel moeten aflezen op welke dag er in totaal het minst aantal kaarten is verkocht, wordt eveneens matig beheerst. Van 10 met deze voorbeeldopgave vergelijkbare opgaven zal de percentiel-25 leerling er gemiddeld 5 à 6 goed beantwoorden. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft 72% het juiste antwoord dinsdag geantwoord. Maandag en donderdag worden beide door 6% van de leerlingen als antwoord gegeven.

1 Indeling groepen kamp 2009

groep 1	groep 2	groep 3	groep 4
Arie	Klaas	Frits	Frank
Barend	Karel	Ivar	Alex E.
Jan	Kees	Alex T.	Jaap
Sem	Dirk	Frederiek	Jacob
Sven	Derk	Jan-Willem	Arend
Theo	Ties		Gijs

Indeling corvee dienst kamp 2009

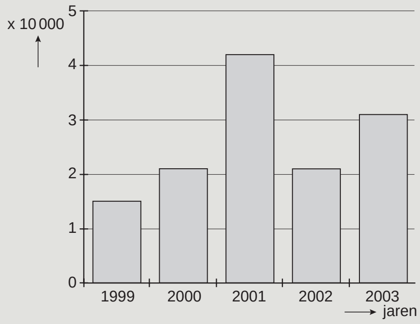
	ma	di	woe	do
kampplaats opruimen	gr 1	gr 2	gr 3	gr 4
boodschappen doen	gr 2	gr 3	gr 4	gr 1
koken	gr 3	gr 4	gr 1	gr 2
afwassen	gr 4	gr 1	gr 2	gr 3

De ouders van Sem mogen op bezoek komen als Sem moet koken.

Op welke dag is dat?

Op ______

2 Aantal verkochte auto's van het merk "Rijgoed" in de jaren 1999 tot en met 2003

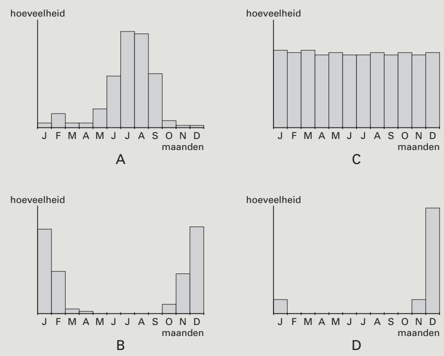


In welk jaar is het aantal verkochte auto's verdubbeld ten opzichte van het jaar daarvoor?

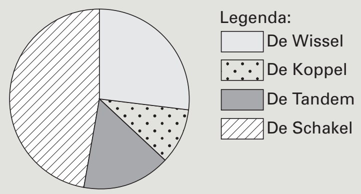
In ______

3 De baas van de supermarkt maakt grafieken van de verkoop van een aantal artikelen.

Welke grafiek hoort bij de verkoop van zonnebrandolie?



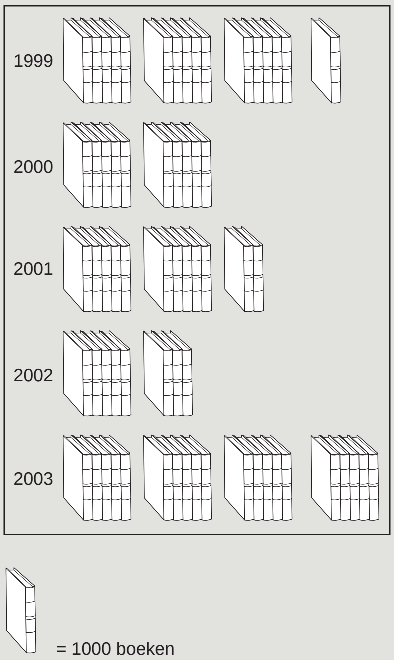
4 ***Verdeling van de kinderen over de vier basisscholen in de wijk De Hoven***



Welke twee scholen hebben samen ongeveer $\frac{3}{4}$ deel van het aantal leerlingen in deze wijk?

__________ en __________

5 Aantal uitgeleende boeken in 5 jaren



Hoeveel boeken werden er in 2003 meer uitgeleend dan in 2002?

__________ boeken

6 Het lesrooster van Thomas

tijden	ma	di	wo	do	vr
08.30 - 09.20	ne	aa	ge		bi
09.20 - 10.10	ne	du		en	bi
10.20 - 11.10	wi	fr	wi	wi	ne
11.10 - 12.00	wi	gy	wi	aa	ne
12.30 - 13.20	en	gy	ne	fr	du
13.20 - 14.10	ge		ne		gy
14.20 - 15.10	du				gy
15.10 - 16.00					

ne = nederlands
en = engels
fr = frans
du = duits
wi = wiskunde
ge = geschiedenis
aa = aardrijkskunde
bi = biologie
gy = gymnastiek

Thomas gaat op donderdag om 13:00 uur weg naar de tandarts.
Tijdens welk vak gaat hij weg?

____

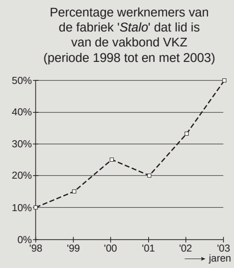
7

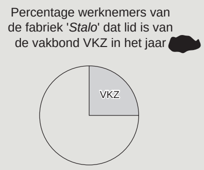
Shampoo	Clean	Soft	Fresh	Beauty
Inhoud	400 ml	300 ml	600 ml	500 ml
Prijs	€ 3,20	€ 3,-	€ 5,40	€ 3,50

Welke shampoo is in vergelijking met de hoeveelheid die je krijgt het goedkoopst?

____

8

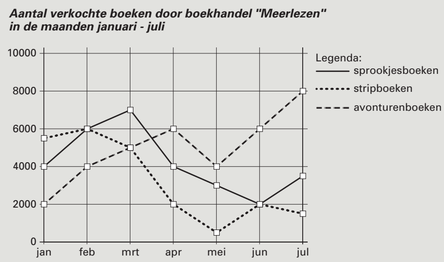




Het cirkeldiagram hoort bij één van de jaren uit de lijngrafiek.
Bij welk jaar hoort het cirkeldiagram?

A 1998 D 2001
B 1999 E 2002
C 2000 F 2003

9



In welke maand zijn in totaal de meeste boeken verkocht?

In ______

10

	Maandag	Dinsdag	Woensdag	Donderdag	Vrijdag	Zaterdag	Zondag
Zonder korting	421	460	431	532	409	320	378
Met korting	210	136	213	231	412	456	423
Rail-Runner	32	23	31	21	21	52	43

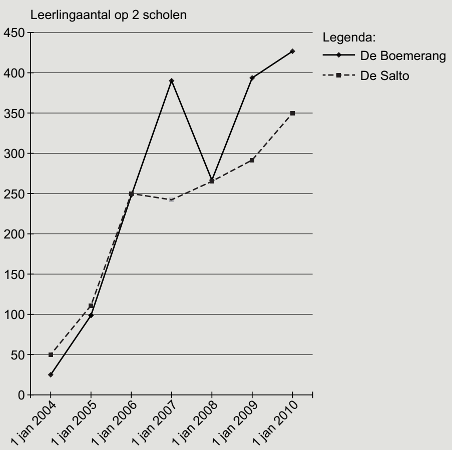
Hier zie je een overzicht van het aantal kaarten dat is verkocht in één week op station Westvaart.
Op welke dag is het minste aantal kaarten verkocht?

Op ______

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van voorbeeldopgaven 1 tot en met 8. Voorbeeldopgave 9 wordt door deze leerlingen nagenoeg goed beheerst. Voorbeeldopgaven 10 tot en met 13 worden door deze leerlingen matig beheerst. Voorbeeldopgave 11 is een opgave waarin leerlingen uit een lijngrafiek moeten aflezen op welke datum het verschil tussen het aantal leerlingen op twee scholen het grootst is. De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van deze voorbeeldopgave. Wanneer deze leerling 10 vergelijkbare opgaven zouden maken zou hij of zij er gemiddeld 7 juist beantwoorden. Het goede antwoord, 2007, wordt door 73% van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben gegeven, het antwoord 2006 wordt door 11% van de leerlingen gegeven. Dat is het moment waarop het leerlingaantal op de twee scholen gelijk was. 2010 wordt door 6% van de leerlingen als antwoord gegeven, in 2010 is het leerlingaantal op beide scholen het grootst, het verschil is echter kleiner dan in 2007. Voorbeeldopgaven 12 en 13 gaan over het herkennen van een patroon, beide voorbeeldopgaven worden door deze leerlingen matig beheerst.

Voorbeeldopgaven 11-13 Verbanden

11



Op welke datum is het verschil in het aantal leerlingen tussen beide scholen het grootst?

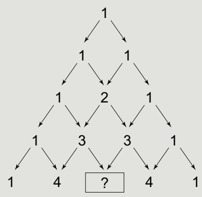
1 januari ________

12

Dit lijstje gaat op dezelfde manier door.
Hoeveel prijzen van € 25,- zijn te winnen?

__________ prijzen

13



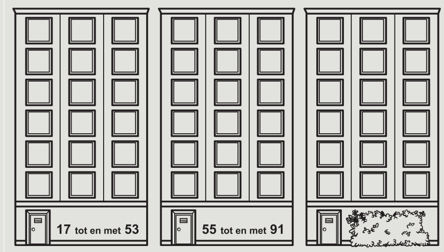
Welk getal moet in het hokje staan?

____

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste dertien voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 14 en 15 matig. Voorbeeldopgave 14 is, net als de voorbeeldopgaven 12 en 13 een opgave waarin leerlingen een patroon moeten doorzetten. In deze voorbeeldopgave betreft het een patroon van huisnummers. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, geeft 54% het goede antwoord: 93 tot en met 129. 6% van de leerlingen heeft niet opgemerkt dat het in deze flats alleen om de oneven huisnummers gaat, deze leerlingen geven als antwoord 92 tot en met 128. 5% van de leerlingen maakt een rekenfout en geeft als antwoord 93 tot en met 139.

Voorbeeldopgaven 14-15 Verbanden

14

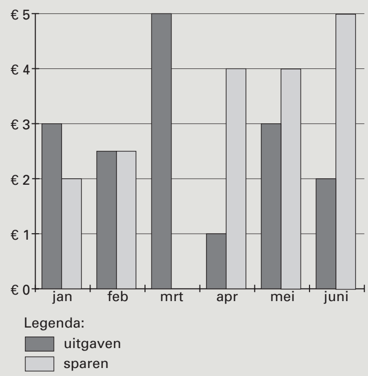


Deze flats hebben evenveel woningen.

Welke woningnummers heeft de 3e flat?

__________ tot en met ________

15



Marianne heeft in een grafiek bijgehouden wat ze van haar zakgeld spaart en uitgeeft.

In welke maand werd haar zakgeld verhoogd?

In ________

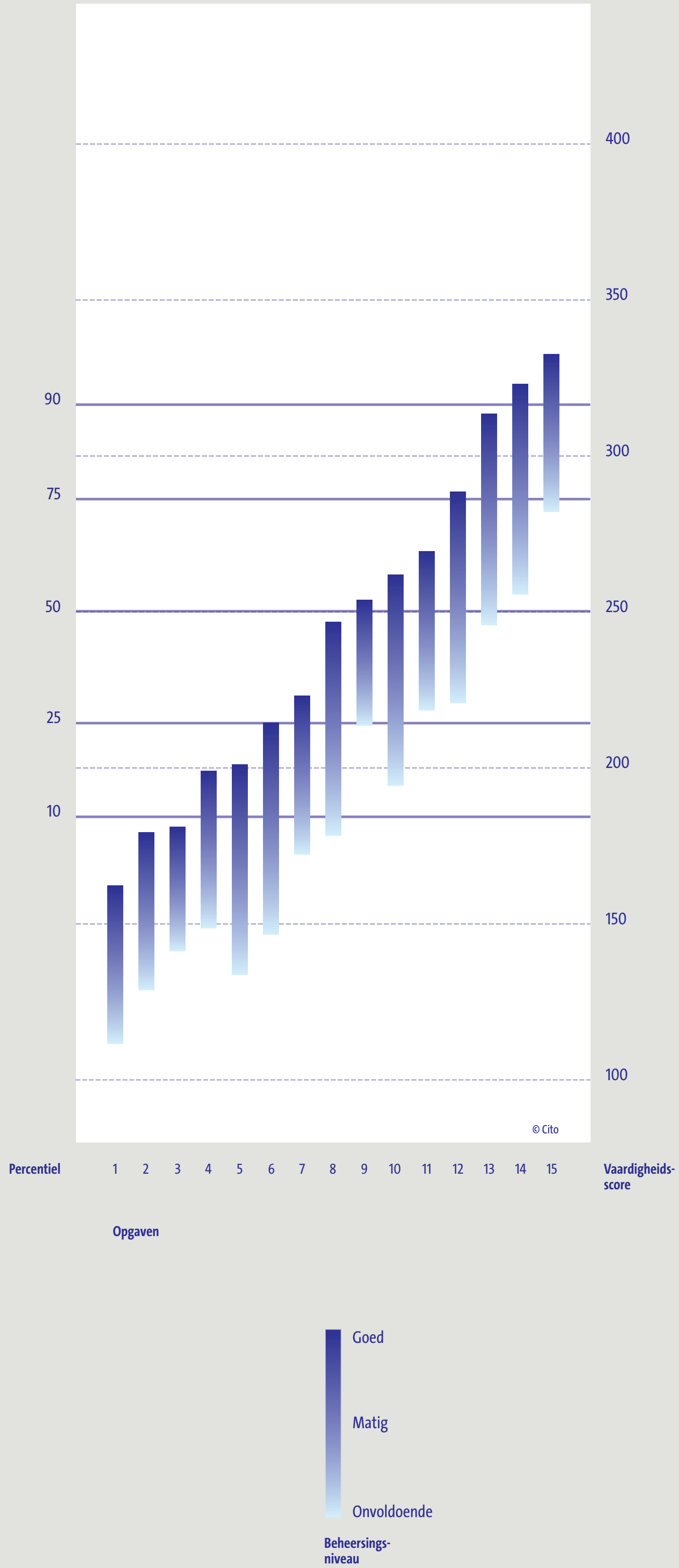
De percentiel-90 leerling beheerst net als de percentiel-75 leerling voorbeeldopgave 14 en 15 matig. In voorbeeldopgave 15 moeten leerlingen uit een staafgrafiek aflezen in welke maand Marianne zakgeld verhoging heeft gekregen. De percentiel-90 leerling heeft een goede beheersing van de eerste 13 voorbeeldopgaven.

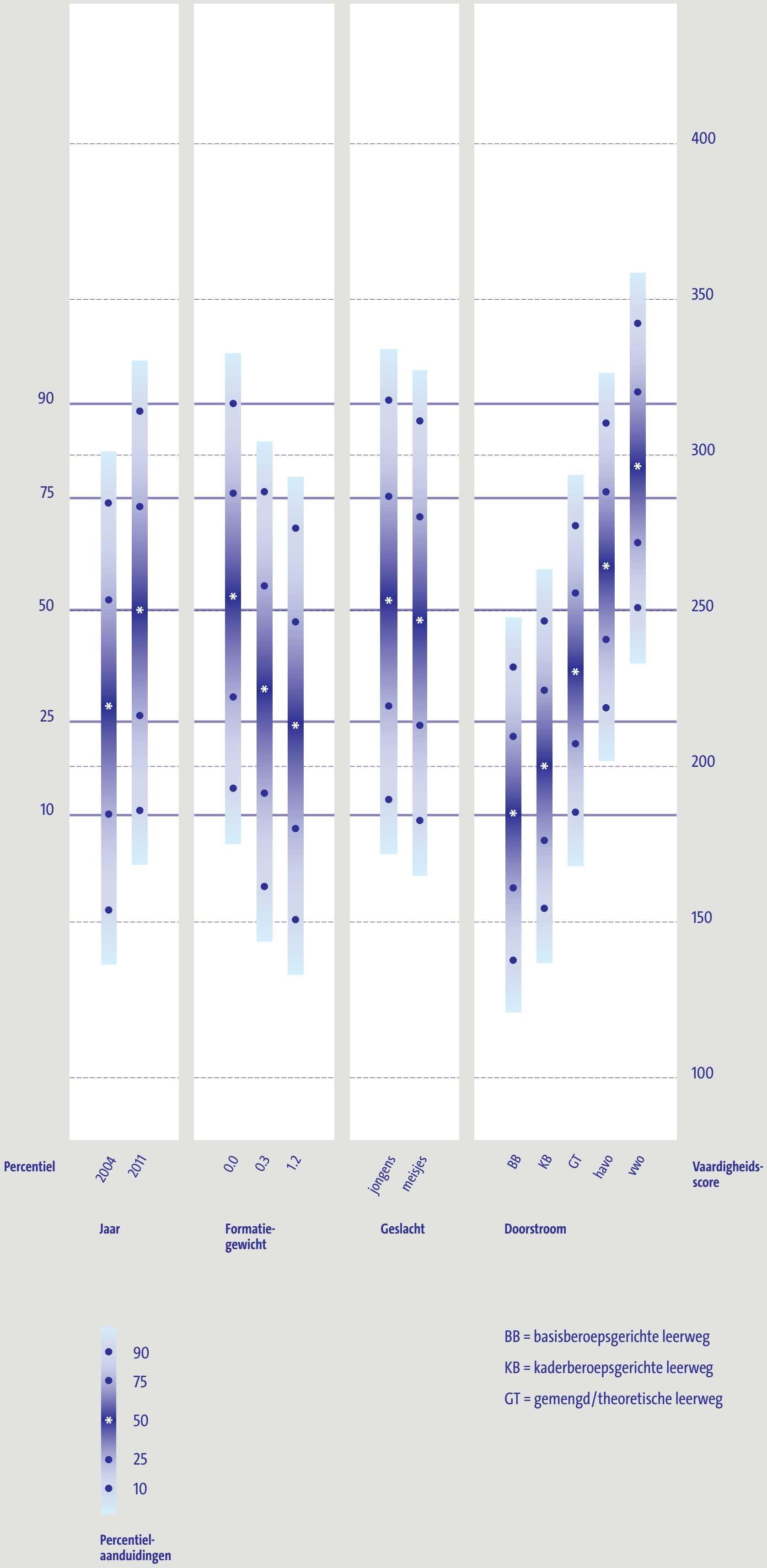
Verschillen tussen 2011 en 2004

Het vaardigheidsniveau van het onderwerp *Verbanden* is sterk toegenomen. In tabel 8.1 is af te lezen dat in 2004 het gemiddelde vaardigheidsniveau 219 was, en dat in 2011 dit niveau gestegen is tot 250. Bij de analyse van de opgaven bij het onderwerp *Verbanden* is nagegaan of deze vooruitgang toe te schrijven was aan de opgaven over het deelonderwerp *Patronen*.
Dit bleek niet het geval te zijn. Waarschijnlijk zijn de grote verschillen toe te schrijven aan de toegenomen aandacht in het onderwijs voor dit onderwerp. De vooruitgang is ook te zien wanneer we kijken naar het niveau dat door 75% en 50% van de leerlingen in 2004 beheerst werd. Het niveau dat in 2004 door 75% van de leerlingen beheerst werd, wordt namelijk in 2011 door 90% van de leerlingen beheerst. Het niveau dat in 2004 door 50% van de leerlingen werd behaald, wordt in 2011 door 73% behaald.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

Verbanden





BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GT = gemengd/theoretische leerweg

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp **Verbanden**

- Opgave waarbij uit een staafgrafiek beredeneerd moet worden wanneer het zakgeld verhoogd is (opgave 15)
- Opgave waarbij een getalspatroon voortgezet moet worden en bepaald moet worden welke nummers op de derde flat moeten staan (opgave 14)

- Opgave waarbij een abstract patroon voortgezet moet worden (opgave 13)

- Opgave waarbij een getalspatroon voortgezet moet worden, 1 x 800, 2 x 400, 4 x 200, 8 x 100, hoeveel keer 25 (opgave 12)

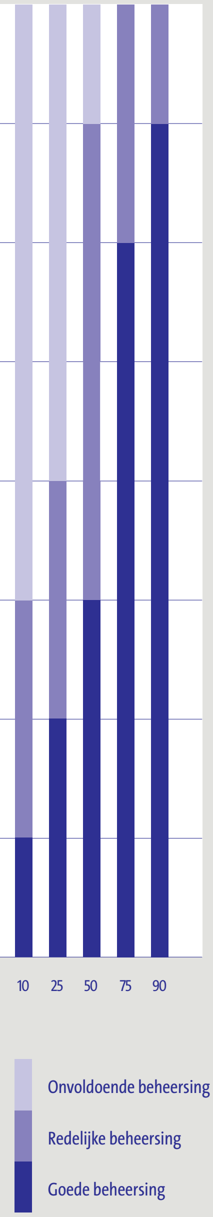
- Uit een lijngrafiek met twee lijnen aflezen en berekenen in welk jaar het verschil tussen het leerlingaantal van twee scholen het groots is (opgave 11)

- Uit een tabel met drie verschillende typen treinkaarten berekenen op welke dag de meeste kaarten verkocht zijn (opgave 10)
- Uit een lijngrafiek met drie lijnen aflezen en berekenen in welke maand de meeste boeken verkocht zijn (opgave 9)

- Opgave waarbij gegevens uit een lijngrafiek gecombineerd moeten worden met gegevens uit een cirkelgrafiek (opgave 8)
- Opgave waarbij uit een tabel afgelezen moet worden en berekend moet worden welke shampoo het goedkoopst is (opgave 7)

- Opgave waarbij uit een tabel afgelezen moet worden welke les om 13.00 bezig is (opgave 6)
- Opgave waarbij uit een beeldgrafiek afgelezen moet worden hoeveel boeken meer uitgeleend zijn in 2003 dan in 2002 (opgave 5)
- Opgave waarbij afgelezen moet worden welke twee scholen $\frac{3}{4}$ deel van de cirkelgrafiek vormen (opgave 4)

- Opgave waarbij leerlingen hun kennis over de werkelijkheid moeten gebruiken bij het selecteren van de juiste staafgrafiek (opgave 3)
- Opgave waarbij leerlingen uit een staafgrafiek moeten aflezen in welk jaar de verkoop verdubbeld is (opgave 2)
- Opgave waarbij gegevens uit twee tabellen gecombineerd moeten worden (opgave 1)



Tabel 8.1 Gemiddelde vaardigheidsscores per categorie voor het onderwerp Verbanden

	Gemiddelde score	Standaardafwijking
Afnamejaar		
2004	219	51
2011	250	50
Formatiegewicht		
0.0	255	48
0.3	225	49
1.2	213	49
Geslacht		
Jongens	253	50
Meisjes	247	50
Doorstroom		
BB	185	36
KB	201	36
GT	231	36
havo	264	36
vwo	296	36

Tabel 8.2 Verbanden: 50%- en 75%-niveau in 2004 in vergelijking tot 2011

2004	2011
75%	90%
50%	73%

Verschillen tussen leerlingen

De relatieve afstand van de 0.0-leerling tot de 0.3- en 1.2-leerling is groot. De 0.0-leerling beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven, de 0.3-leerling de eerste 7 voorbeeldopgaven en de 1.2-leerling de eerste zes voorbeeldopgaven. Er is nauwelijks een verschil in vaardigheidsniveau tussen jongens en meisjes.

De onderscheiden doorstroomniveaus vertonen de te verwachten progressie in vaardigheid. Vergelijken we de gemiddelde BB-leerling met de gemiddelde vwo-leerling, dan zien we dat de gemiddelde BB-leerling de eerste drie voorbeeldopgaven beheerst terwijl de gemiddelde vwo-leerling de eerste twaalf voorbeeldopgaven beheerst. Het verschil tussen de opeenvolgende schooltypen is bij het onderwerp *Verbanden* ongeveer even groot, rond de 30. Het verschil in gemiddelde vaardigheid van de BB-leerling en de KB-leerling vormt hierop een uitzondering, dit is slechts 17. De niveaus van de BB-leerling en de KB-leerling op dit onderwerp liggen relatief dicht bij elkaar.

Tabel 8.3 Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Verbanden

	Opgaven die de gemiddelde leerling:		
Doorstroomkenmerk	**goed beheerst**	**matig beheerst**	**onvoldoende beheerst**
BB	1 tot en met 3	4 tot en met 8	9 tot en met 15
KB	1 tot en met 4	5 tot en met 10	11 tot en met 15
GT	1 tot en met 7	8 tot en met 12	13 tot en met 15
havo	1 tot en met 10	11 tot en met 14	15
vwo	1 tot en met 12	13 tot en met 15	-

9 Verschillen tussen leerlingen

9 Verschillen tussen leerlingen

In de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8 zijn verschillen in prestaties tussen groepen leerlingen gerapporteerd op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen van deze groepen. In dit hoofdstuk onderzoeken we de specifieke bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen. Het betreft het effect van de variabelen formatiegewicht, stratum, geslacht, leertijd en methode. We besluiten het hoofdstuk met een vergelijking van de peilingen in de periode 1987-2011.

9.1 Inleiding

In de voorgaande hoofdstukken hebben we bij ieder onderwerp aandacht besteed aan verschillen tussen groepen leerlingen op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen van de onderscheiden groepen. Deze verdelingen laten de verschillen tussen groepen zien zonder dat rekening is gehouden met de vergelijkbaarheid van de groepen. In dit hoofdstuk zijn de verschillen tussen leerlingen en peilingsjaren beschreven waarbij rekening gehouden wordt met de effecten van de groepssamenstelling.

In dit hoofdstuk geven we een samenvattend overzicht van de bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen. Hierbij wordt gecorrigeerd voor de overige variabelen die in de analyse zijn meegenomen. We spreken van *gezuiverde effecten* omdat de andere kenmerken van de leerlingen, voor zover die ons bekend zijn, constant worden gehouden. Het verschil in vaardigheid tussen de groepen wordt statistisch getoetst en bij een overschrijdingskans $p < .05$ spreken we van een significant effect. Deze toetsing geeft echter geen informatie over de grootte van het verschil. En zeker bij grote aantallen subjecten, zoals in peilingsonderzoek vaak het geval is, kunnen relatief kleine verschillen al gauw een significant effect genereren. Daarom worden de verschillen gerapporteerd in termen van effectgrootten. De effectgrootte is het quotiënt van het verschil tussen de gemiddelden en de standaard-afwijking van de twee groepen die onderling worden vergeleken. Voor de interpretatie van de effectgrootten volgen we in de literatuur gebruikelijke kwalificaties.

Kwalificatie van effectgrootten

Effectgrootte	Kwalificatie
-0,8	groot negatief effect
-0,5	matig negatief effect
-0,2	klein negatief effect
0,0	geen effect
0,2	klein positief effect
0,5	matig positief effect
0,8	groot positief effect

Er zijn voor de volgende zes variabelen (zie paragraaf 2.1) effectschattingen uitgevoerd:

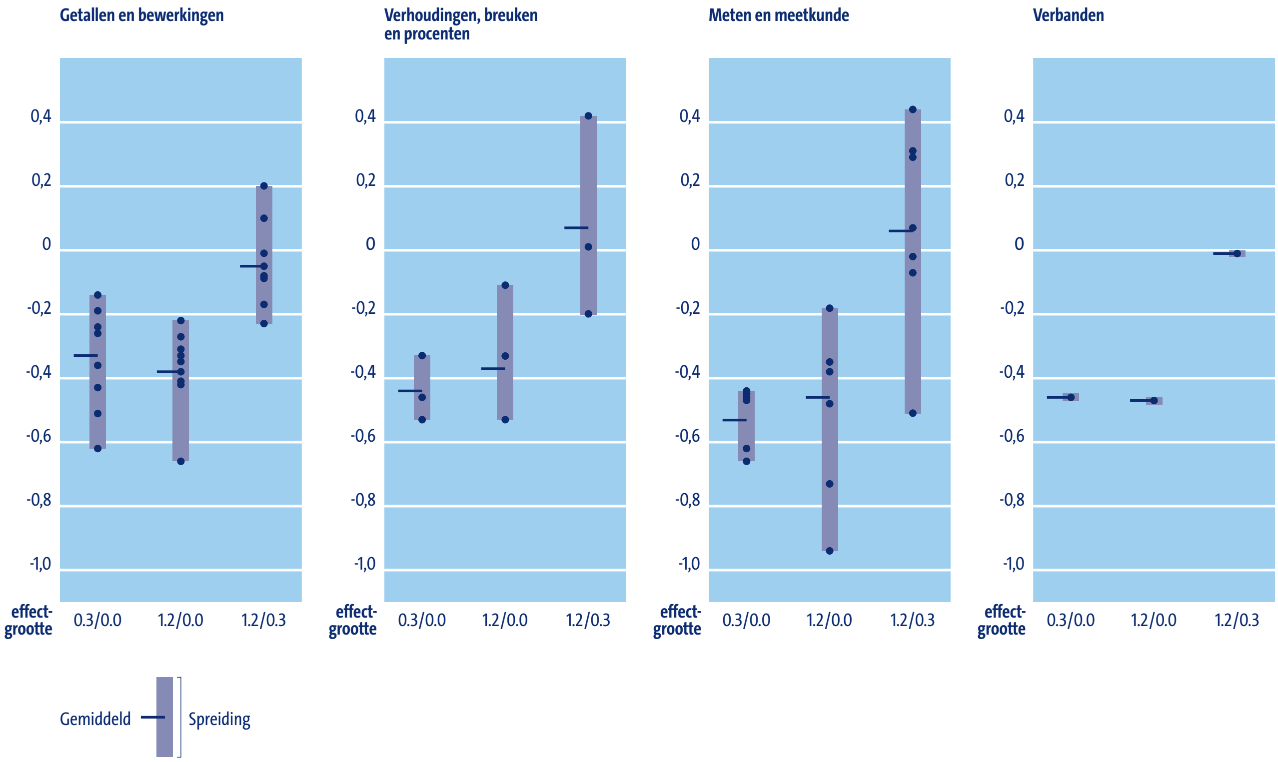
- voor formatiegewicht, met de niveaus 0.0, 0.3 en 1.2;
- voor stratum, met de niveaus 1, 2 en 3;
- voor geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- voor leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd;
- voor afnamejaar, met de niveaus 2004 en 2011;
- voor reken-wiskundemethoden.

De resultaten zijn afkomstig uit diverse analysereeksen. De effectschattingen voor formatiegewicht, stratum, geslacht, leertijd en methode zijn gebaseerd op uitsluitend de gegevens van het peilingsonderzoek in mei/juni 2011. Het effect van afnamejaar is gebaseerd op een analyse over de periode 2004-2011.

9.2 Het effect van formatiegewicht

Diverse factoren bepalen de omvang van de lerarenformatie op een school. Een van deze factoren – van oudsher aangeduid als het formatiegewicht – is gerelateerd aan de sociaal-economische achtergrond van de leerlingen. In de afbeelding *Effect van formatiegewicht per domein* zijn naast de individuele effectgrootten voor de verschillende onderwerpen ook per domein de gemiddelde effectgrootte en het bereik van de effectgrootten afgebeeld.

Effect van formatiegewicht per domein



Voor alle drie de domeinen geldt dat zowel 0.3-leerlingen als 1.2-leerlingen een achterstand hebben op 1.00-leerlingen. Voor de onderwerpen van het domein *Getallen en bewerkingen* varieert de effectgrootte voor 0.3-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen tussen -0,14 en -0,62. Met uitzondering van de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken, Schattend rekenen* en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* is de effectgrootte in alle gevallen

significant en varieert van klein tot matig. De effectgrootten zijn het grootst voor de onderwerpen *Rekenmachine* (-0,62), *Bewerkingen: toepassingen* (-0,51) en *Getallen en getalrelaties* (-0,43). De gemiddelde effectgrootte voor 0.3-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen is -0,33.
Voor 1.2-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen variëren de effectgrootten in het domein *Getallen en bewerkingen* tussen -0,22 en -0,66. De effectgrootten zijn het grootst voor de onderwerpen *Getallen en getalrelaties* (-0,66), *Rekenmachine* (-0,42) en *Bewerkingen: toepassingen* (-0,42). Het verschil in rekenvaardigheidsniveau ten opzichte van 0.0-leerlingen is alleen significant bij de onderwerpen *Getallen en getalrelaties* en *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*. Ook voor 1.2-leerlingen varieert de effectgrootte van klein tot matig, en met een gemiddelde effectgrootte van -0,38 is het verschil in rekenvaardigheidsniveau met 0.0-leerlingen wat deze onderwerpen betreft vergelijkbaar met dat van 0.3-leerlingen.
De gemiddelde effectgrootte voor 1.2-leerlingen ten opzichte van 0.3-leerlingen is -0,05. Er zijn geen significante effecten voor 1.2-leerlingen ten opzichte van 0.3-leerlingen.

Binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* zijn effectgrootten berekend over drie onderwerpen. De gemiddelde effectgrootte voor 0.3-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen is -0,44, voor de 1.2-leerlingen geldt een gemiddelde effectgrootte van -0,37. Bij alle drie de onderwerpen is bij de 0.3-leerlingen sprake van een significant verschil in rekenvaardigheid ten opzichte van 0.0-leerlingen en is de effectgrootte matig te noemen. Bij de 1.2-leerlingen ten opzichte van de 0.0-leerlingen is het effect slechts significant bij de onderwerpen *Verhoudingen* en *Procenten*. Het onderlinge verschil tussen 0.3- en 1.2-leerlingen heeft een gemiddelde effectgrootte van 0,07. Het verschil in rekenvaardigheidsniveau tussen 0.3- en 1.2-leerlingen is alleen significant bij het onderwerp *Procenten* (0,42).

Het domein *Meten en meetkunde* omvat acht onderwerpen. De gemiddelde effectgrootte van 0.3-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen is -0,53. De effectgrootte varieert van -0,44 tot -0,66 en is voor alle onderwerpen het verschil significant met de kwalificatie matig.
De verschillen zijn het grootst voor de onderwerpen *Tijd* (-0,66), *Meten: inhoud* (-0,66) en *Meten: oppervlakte* (-0,62).
Voor 1.2-leerlingen geldt dat de gemiddelde afstand tot 0.0-leerlingen ongeveer gelijk is (-0,46). Het verschil is significant bij de helft van de onderwerpen, namelijk bij *Meten: lengte*, *Meten: inhoud*, *Meten: toepassingen* en *Geld*. De effectgrootte varieert van -0,18 tot 0,94.
Het onderlinge verschil tussen 0.3- en 1.2-leerlingen heeft een gemiddelde effectgrootte 0,06. Het verschil in rekenvaardigheidsniveau tussen 0.3- en 1.2-leerlingen is bij geen van de onderwerpen significant.
De achterstand van 0.3-leerlingen en 1.2-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen is op deze onderwerpen dus vrijwel gelijk.

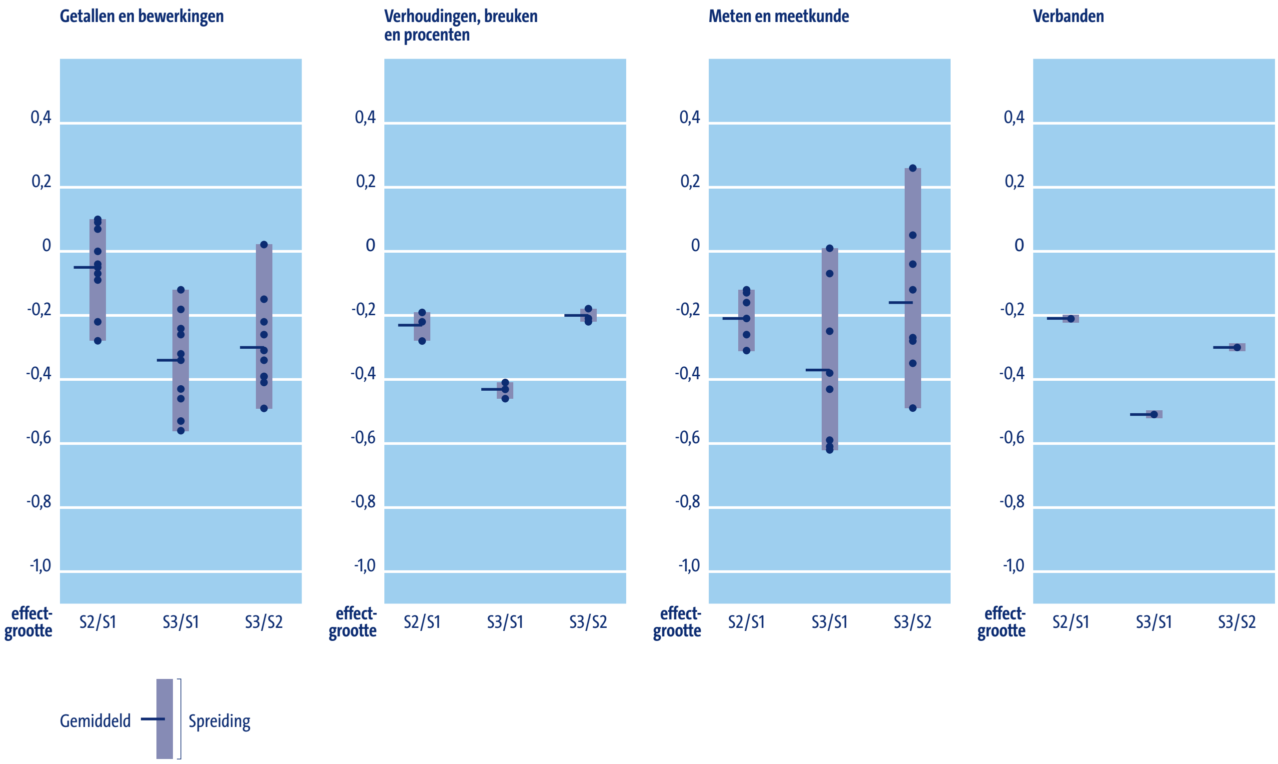
Het domein *Verbanden* omvat slechts één onderwerp. De effectgrootte van 0.3-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen is -0,46. Voor 1.2-leerlingen geldt dat de gemiddelde afstand tot 0.0-leerlingen ongeveer gelijk is (-0,47). Het onderlinge verschil tussen 0.3- en 1.2-leerlingen heeft een niet significante effectgrootte -0,01. De achterstand van 0.3-leerlingen en 1.2-leerlingen ten opzichte van 0.0-leerlingen is op dit onderwerp dus vrijwel gelijk.

Deze resultaten laten zich moeilijk vergelijken met die uit 2004 omdat de definities voor formatiegewicht ingrijpend zijn gewijzigd.

9.3 Het effect van stratum

Op basis van de formatiegewichten zijn schoolscores berekend en zijn de scholen ingedeeld in drie strata, die in globale termen de samenstelling van de schoolbevolking kenmerken (zie paragraaf 2.1). De vraag is of nu dit stratumniveau, als additionele factor op schoolniveau naast het formatiegewicht, de rekenprestaties van leerlingen beïnvloedt.
Binnen de domeinen *Verhoudingen, breuken en procenten*, *Meten en meetkunde* en *Verbanden* vinden we een licht negatief effect voor S2-scholen ten opzichte van S1-scholen. Binnen het domein *Getallen en bewerkingen* is dit effect verwaarloosbaar klein. De gemiddelde effectgrootten zijn -0,05 voor de onderwerpen in de domeinen *Getallen en bewerkingen*, -0,23 voor *Verhoudingen, breuken en procenten*, -0,21 voor *Meten en meetkunde* en eveneens -0,21 voor *Verbanden*.

Effect van stratum per domein



Binnen het domein *Getallen en bewerkingen* zijn de effecten voor de onderwerpen *Getallen en getalrelaties* (-0,28) en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (-0,22) significant, maar klein. De effecten voor de andere onderwerpen zijn niet significant.
Binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* zijn alle effecten voor de onderwerpen significant, maar klein, variërend van -0,19 tot -0,28.
Binnen het domein *Meten en meetkunde* zijn de effecten voor de onderwerpen *Meten: lengte* (-0,26), *Meten: oppervlakte* (-0,31), *Meten: inhoud* (-0,24) *Meten: toepassingen* (-0,21) en *Geld* significant, maar eveneens klein. De effecten voor de andere onderwerpen zijn niet significant.
Het effect voor het onderwerp Verbanden is eveneens significant en klein (-0,21).

Voor S3-scholen is er in het algemeen sprake van een licht tot matig negatief effect ten opzichte van S1-scholen met gemiddelde effectgrootten van -0,34 voor de onderwerpen van het domein *Getallen en bewerkingen*, -0,43 voor de onderwerpen van het domein *Verhoudingen, breuken en*

procenten, -0,37 voor de onderwerpen van het domein *Meten en meetkunde* en -0,51 voor het onderwerp *Verbanden*.
Voor S3-scholen ten opzichte van S1-scholen variëren de effectgrootten in het domein *Getallen en bewerkingen* tussen -0,12 en -0,56. De effectgrootten zijn het grootst voor de onderwerpen *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (-0,53) en *Rekenmachine* (-0,56). Het verschil in rekenvaardigheidsniveau van S3-scholen ten opzichte S1-scholen is alleen niet significant bij de onderwerpen *Getallen en getalrelaties*, *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen* en *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*.
In het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* variëren de effectgroottes van -0,41 tot -0,46. De verschillen zijn voor alle drie de onderwerpen significant.
In het domein *Meten en meetkunde* variëren de effectgroottes van 0,01 tot -0,62. De effectgroottes zijn het grootst voor de onderwerpen *Meetkunde* (-0,62) ,*Geld* (-0,61) en *Meten: oppervlakte* (-0,59). Het verschil in rekenvaardigheidsniveau is niet significant bij de onderwerpen *Meten: inhoud*, *Meten: toepassingen* en *Tijd*.

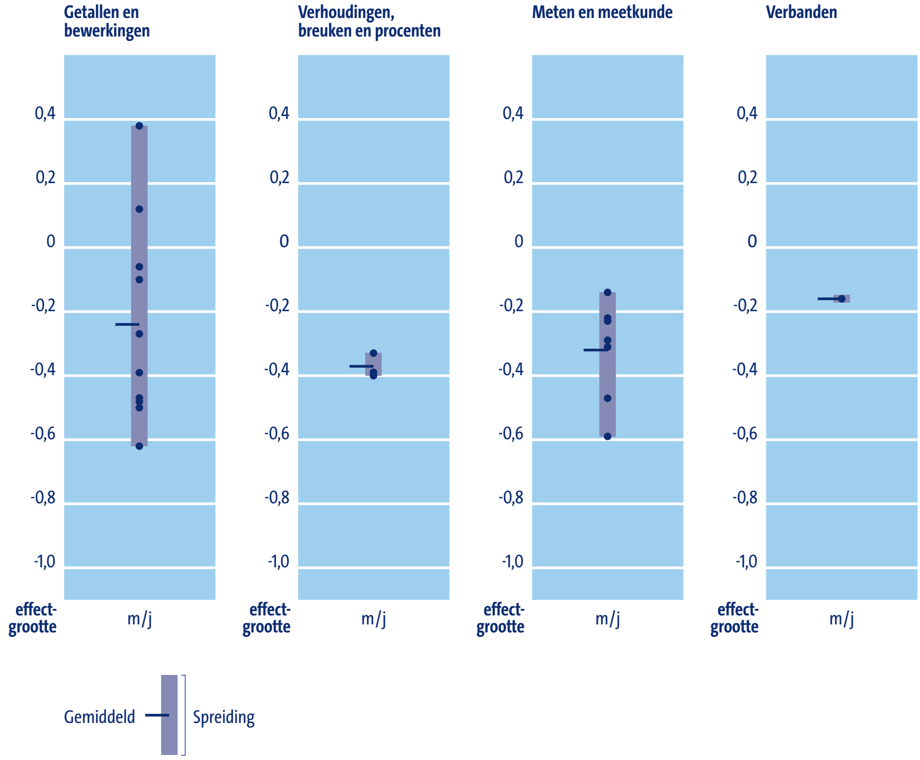
De gemiddelde effectgrootten van S3-scholen ten opzichte van S2-scholen zijn per domein respectievelijk -0,30, -0,20 en -0,16 en -0,30. Er worden significant negatieve effecten gevonden voor de onderwerpen *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen* (-0,26), *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* (-0,41), *Schattend rekenen* (-0,34), *Bewerkingen: optellen en aftrekken* (-0,39), *Bewerken: toepassingen* (-0,41), *Rekenmachine* (-0,49), *Meetkunde* (-0,49) en *Verbanden* (-0,30). Voor zowel S2- als S3-scholen is er dus relatief vaak sprake van een additioneel negatief stratumeffect ten opzichte van de beide andere strata.
Deze resultaten laten zich moeilijk vergelijken met die uit 2004 omdat de stratumdefinities ingrijpend zijn gewijzigd naar aanleiding van de herdefinitie van formatiegewicht.

9.4 Het effect van geslacht

Uit de vergelijking van de rekenprestaties van meisjes en jongens blijkt bij twee onderwerpen een klein tot matig positief effect te bestaan in het voordeel van meisjes. Dit betreft de onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken* (0,38) en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (0,12). Het verschil voor dit laatste onderwerp is echter niet significant. In alle overige gevallen is er sprake van een significant negatief effect variërend van -0,06 tot -0,62 voor het domein *Getallen en bewerkingen*, van -0,33 tot -0,39 voor het domein *Verhoudingen, breuken en procenten*, -0,14 tot -0,59 voor het domein *Meten en meetkunde* en -0,6 voor het onderwerp *Verbanden*. De rekenprestaties van meisjes zijn dus minder goed dan die van jongens, behalve bij het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken*. De verschillen tussen jongens en meisjes op de onderwerpen *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen, Bewerkingen: toepassingen* en *Zakrekenmachine* zijn in deze peiling niet significant. In 2004 werd een licht positieve trend gevonden ten opzichte van de meisjes voor alle onderwerpen *Bewerkingen*. De verschillen tussen jongens en meisjes bij het onderwerp *Schattend rekenen* zijn groter geworden. Voor de overige onderwerpen in dit domein geldt dat de gemiddelde afstand tussen jongens en meisjes vrijwel gelijk is gebleven.

Ook binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* is de afstand tussen jongens en meisjes ten opzichte van 2004 nauwelijks veranderd.
Binnen het domein *Meten en meetkunde* lijkt de licht positieve tendens te stabiliseren: de gemiddelde effectgrootte is nu -0,32 terwijl deze in 2004 -0,30 bedroeg. Bij de meeste onderwerpen is er sprake van een significant negatief effect. Uitzondering is het onderwerp *Meetkunde* (-0,14).

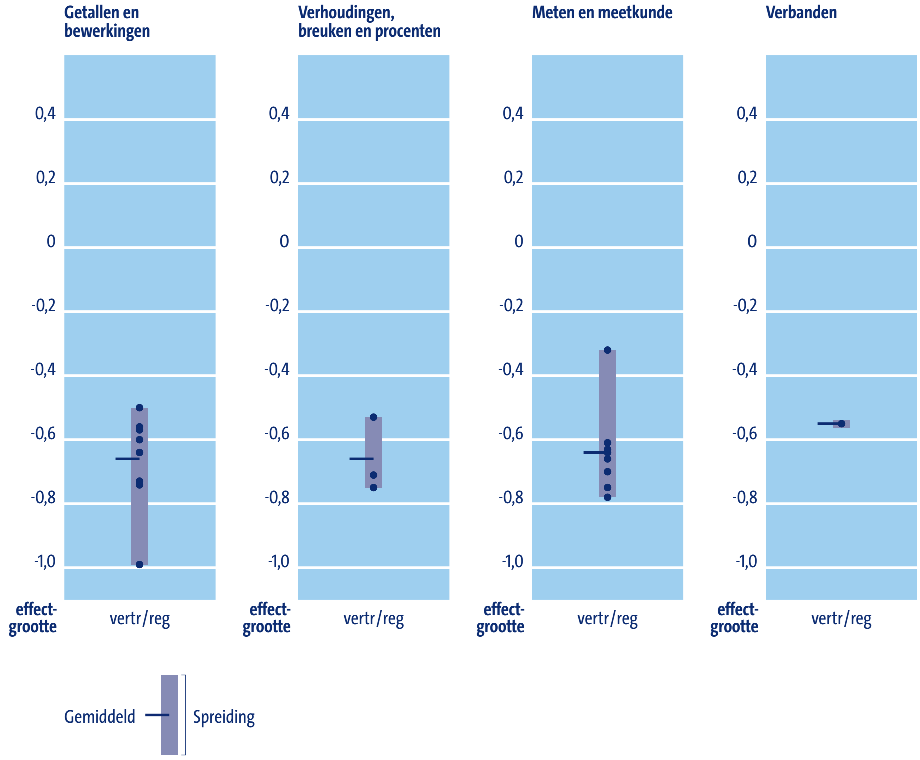
Effect van geslacht per domein



9.5 Het effect van leertijd

Op grond van hun leeftijd zijn de leerlingen in jaargroep 8 verdeeld in reguliere en vertraagde leerlingen. De reguliere leerlingen zijn vooral de leerlingen die gelet op hun leeftijd thuishoren in jaargroep 8, maar ook leerlingen in jaargroep 8 die jonger zijn, worden tot deze categorie gerekend. De andere leerlingen hebben om welke reden dan ook in hun schoolloopbaan al enige vertraging opgelopen.
Geconstateerd moet worden dat er onveranderlijk sprake is van een significant en matig negatief effect voor de vertraagde leerlingen ten opzichte van hun jongere groepsgenoten.
De gemiddelde effectgrootten zijn -0,66 voor het domein *Getallen en bewerkingen*, -0,66 voor het domein *Verhoudingen, breuken en procenten*, -0,64 voor het domein *Meten en meetkunde* en -0,55 voor het domein *Verbanden*. Vergeleken met 2004 is de afstand tussen vertraagde en reguliere leerlingen nauwelijks veranderd.

Effect van leertijd per domein



9.6 Het effect van de reken-wiskundemethode

In de vorige balans is geen vergelijking van lesmethoden opgenomen, omdat ten tijde van het peilingsonderzoek veel scholen wisselden van methode.
In deze peiling is een vergelijking gemaakt tussen de vier rekenmethoden die het meest frequent (>10%) gebruikt worden in jaargroep 8 (zie tabel 3.3 in hoofdstuk 3). Het gaat om *De wereld in getallen*, *Pluspunt*, *Rekenrijk* en *Alles telt* (zie tabel 9.2).

Tabel 9.2 Gemiddeld aantal waarnemingen per onderwerp voor vier reken-wiskundemethoden met minimum en maximum aantal per domein

	Getallen en bewerkingen			**Breuken, verhoudingen en procenten**			**Meten en meetkunde**			**Verbanden**		
	gem.	**min.**	**max**	**gem.**	**min.**	**max**	**gem.**	**min.**	**max**	**gem.**	**min.**	**max**
De wereld in getallen	481	259	815	665	564	744	489	440	535	599	599	599
Pluspunt	386	243	706	544	475	599	393	372	408	231	231	231
Rekenrijk	157	89	290	209	184	231	150	134	161	196	196	196
Alles telt	123	85	216	177	148	196	124	117	136	215	215	215

In de afbeeldingen op de volgende pagina's zijn per onderwerp de effectgrootten van de methodes ten opzichte van *De wereld in getallen* afgebeeld. Het onderlinge verschil tussen de andere methoden is daaruit afleidbaar. De methoden die significant afwijken van de beste methode zijn vetgedrukt.

De belangrijkste conclusie is dat in het domein *Getallen en bewerkingen* de verschillen tussen de methoden matig groot zijn. Bij *Basisoperaties: optellen en aftrekken* en *Basisoperaties: optellen en aftrekken* worden met de methode *De wereld in getallen* significant betere prestaties behaald dan met de andere drie methodes. Op de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*, *Bewerkingen: optellen en aftrekken* en *Bewerkingen toepassingen* verschilt *De wereld in getallen* in positieve zin met de zwakste methode op deze onderwerpen *Rekenrijk*. Op het onderwerp *Rekenmachine* is *Rekenrijk* echter de sterkste methode, maar de verschillen met de andere methodes zijn niet significant. Op het onderwerp *Schattend rekenen* liggen de methodes *Alles telt*, *De wereld in getallen* en *Rekenrijk* dicht bij elkaar. *Pluspunt* wijkt in negatieve zin af van de beste methode op dit onderwerp, *Alles telt*.

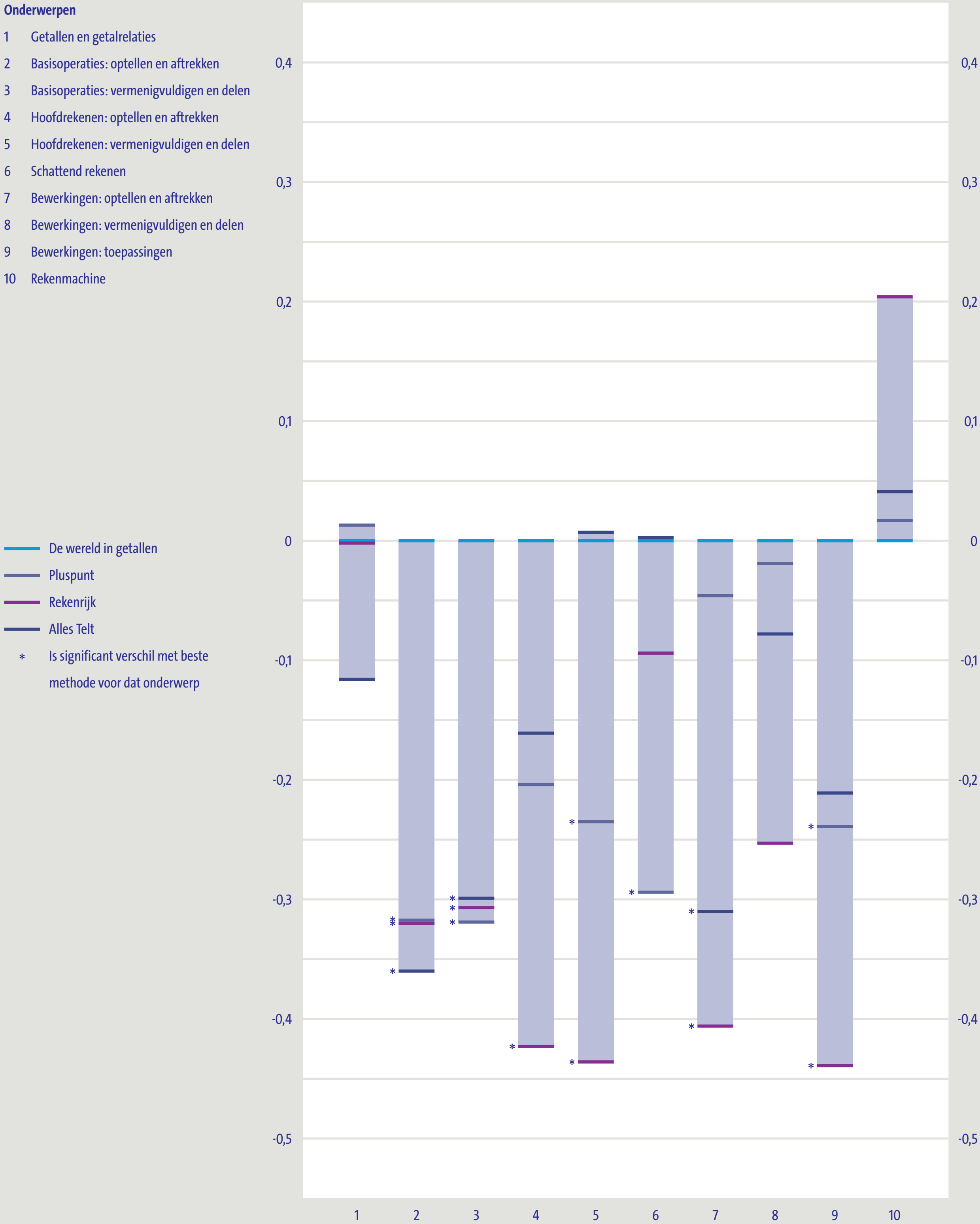
In het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* zien we dat er op het onderwerp *Breuken* nauwelijks verschil is tussen de methoden. Op het onderwerp *Verhoudingen* zien we een klein negatief effect voor de methode *Alles telt* ten opzichte van *De wereld in getallen*. Op het onderwerp *Procenten* zijn de verschillen tussen *De wereld in getallen* en de andere methoden significant en matig groot.

In het domein *Verbanden* zijn de verschillen tussen de methodes klein en niet significant.

De vergelijking van methoden voor het domein Getallen en bewerkingen

Onderwerpen

1 Getallen en getalrelaties
2 Basisoperaties: optellen en aftrekken
3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen
4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken
5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen
6 Schattend rekenen
7 Bewerkingen: optellen en aftrekken
8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen
9 Bewerkingen: toepassingen
10 Rekenmachine



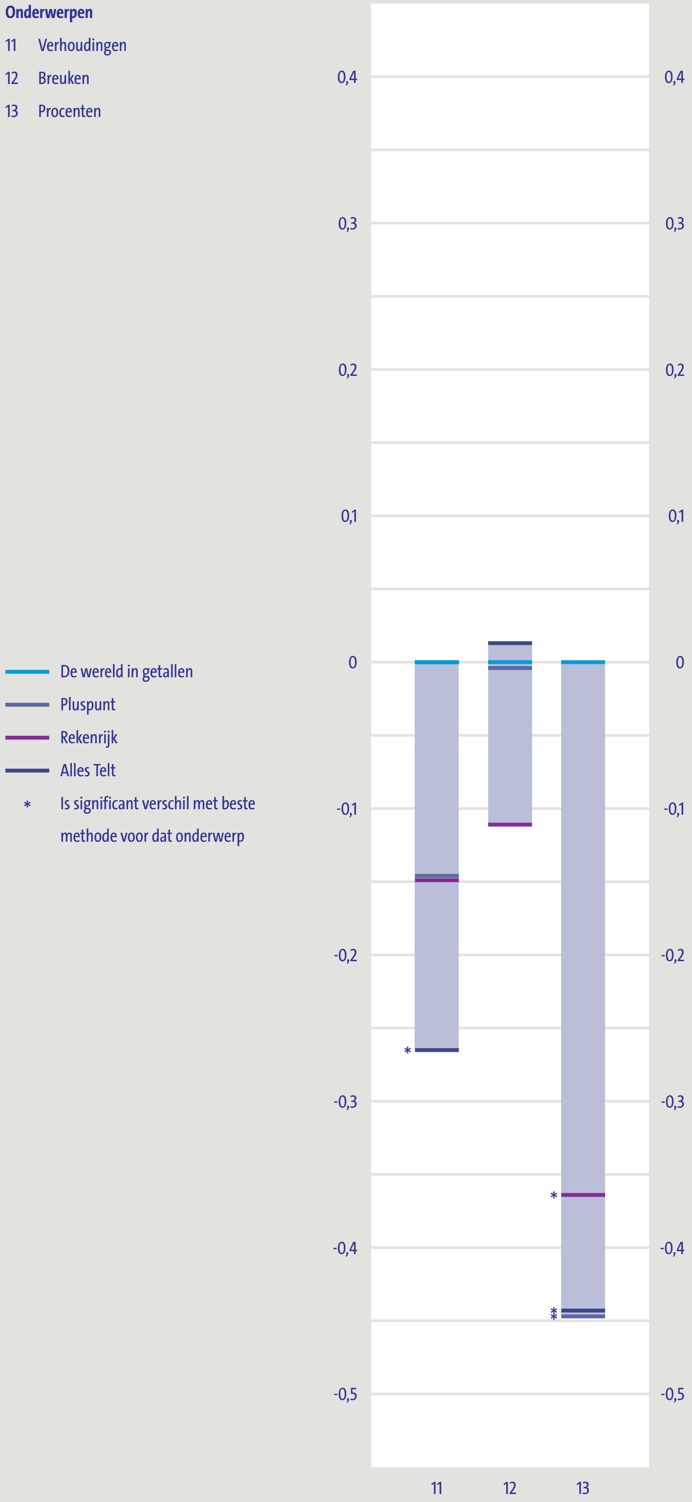
De vergelijking van methoden voor het domein Verhoudingen, breuken en procenten

Onderwerpen

11 Verhoudingen

12 Breuken

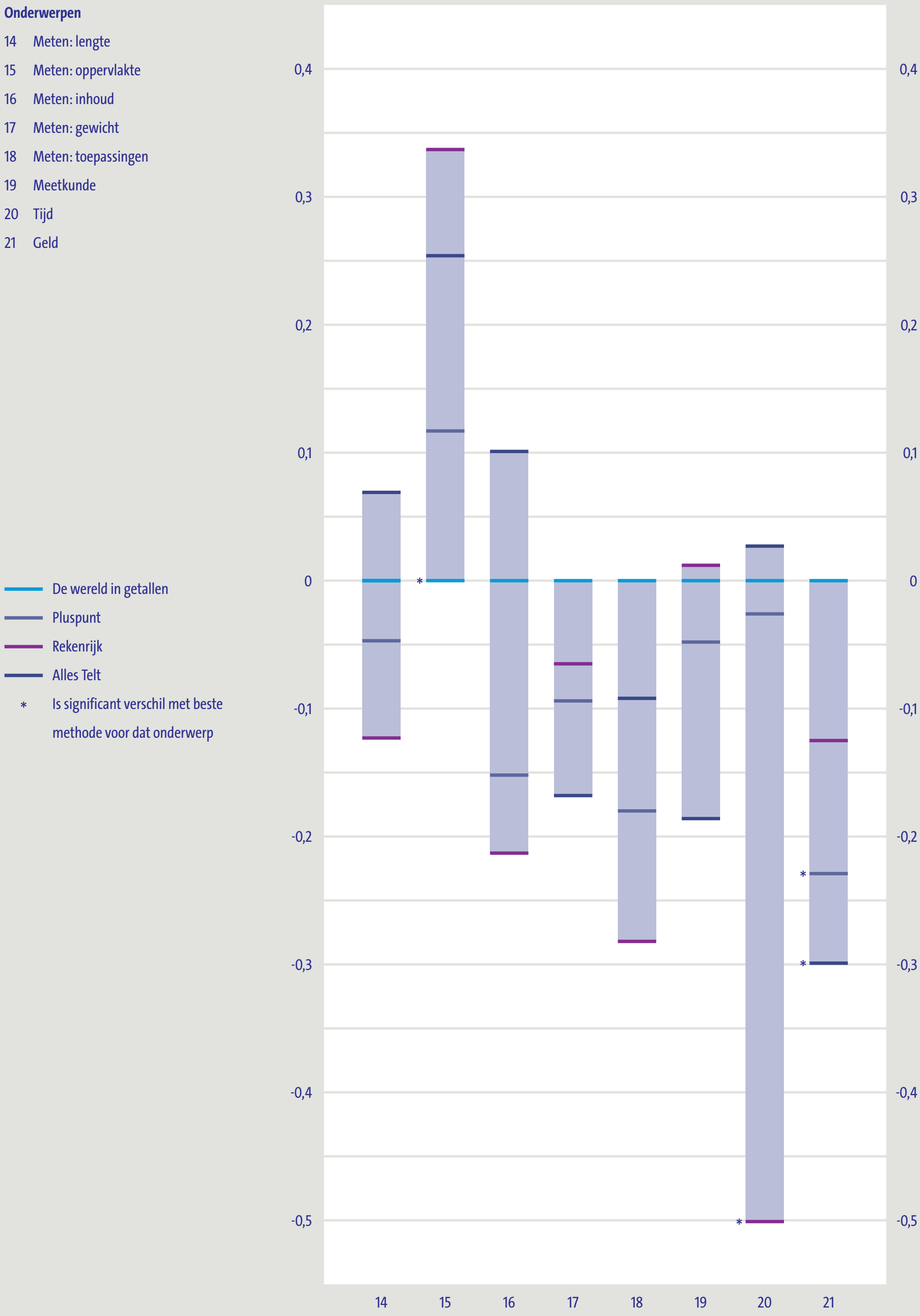
13 Procenten



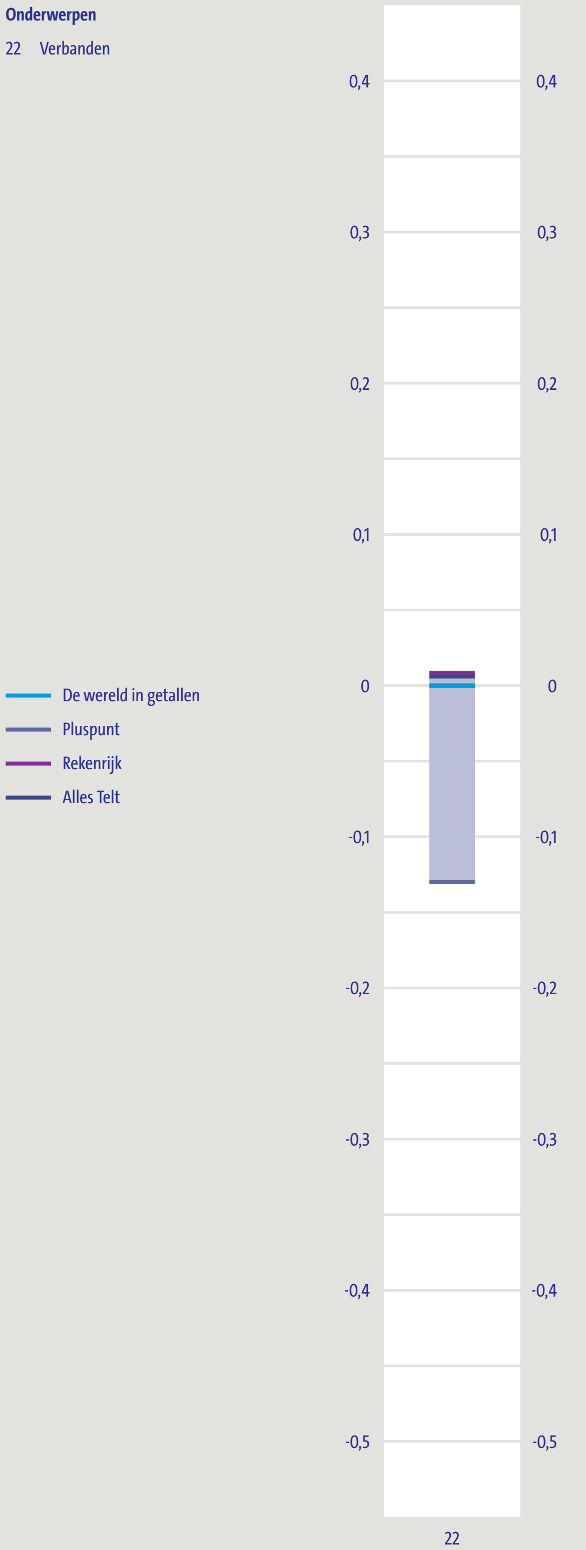
De vergelijking van methoden voor het domein Meten en meetkunde

Onderwerpen

14 Meten: lengte
15 Meten: oppervlakte
16 Meten: inhoud
17 Meten: gewicht
18 Meten: toepassingen
19 Meetkunde
20 Tijd
21 Geld



De vergelijking van methoden voor het domein Verbanden



9.7 Het effect van afnamejaar

In de hoofdstukken 4, 6, 7 en 8 is op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen gerapporteerd over verschillen in vaardigheid van de leerlingpopulaties in de peilingsjaren 2004 en 2011. Voor het onderwerp *Meetkunde* was dit niet mogelijk omdat de opgaven die in 2004 aan de leerlingen voorgelegd zijn, sterk afwijken van de opgaven die in 2011 aan de leerlingen voorgelegd zijn.
Eerdere peilingen zijn buiten beschouwing gelaten, dit heeft te maken met de stabiliteit van de opgaven in een opgavenverzameling. Het onderwijs verandert in de loop van de jaren en een logisch gevolg daarvan is dat eigenschappen van opgaven veranderen. Naarmate de periode waarover vergelijkingen worden gemaakt groter wordt, wordt de kans op instabiliteit van opgaven groter en zijn zij minder of niet meer geschikt voor de onderlinge vergelijking.
De consequentie is dan dat opgaven bij de analyses verwijderd zouden moeten worden.
Toch is juist een vergelijking over een wat langere periode interessant. Daarom presenteren we waar mogelijk naast de vergelijking over de periode 2004-2011 ook de vergelijking over de periode 1987-1997 en 1992-2004.

De afbeeldingen op de volgende pagina's laten per domein het effect van afnamejaar zien voor de verschillende onderwerpen. In de afbeeldingen is in principe het jaar 1987 op nul gezet. Afgebeeld is dan het verloop van de effectgrootte over de perioden 1987-1997, 1992-2004 en 2004-2011, waarbij de effectgrootte van 1992 in de tweede analyse gelijk is gesteld aan de effectgrootte uit de eerste analyse en de effectgrootte van 2004 in de derde analyse aan de effectgrootte uit de tweede analyses. Dat geeft een doorlopend beeld van de jaareffecten over de periode 1987-2011. Merk op dat de analyse over de periode 1992-1997 in beide periodes voorkomt. We verwachten in beide periodes dus een vergelijkbaar effect.
Bij een aantal onderwerpen is een analyse over de periode 1987-1997 niet mogelijk en in dat geval zijn de jaareffecten over de periode 1992-2004 gepresenteerd, waarbij 1992 op nul is gesteld. Bij het onderwerp *Geld* is in de vorige balans geen jaarvergelijking gepresenteerd, in verband met de komst van de euro. Een jaarvergelijking was nu wel mogelijk. Hierbij is 2004 op nul gesteld.

Jaareffecten in het domein Getallen en bewerkingen

De jaareffecten voor de onderwerpen in dit domein blijken onderling uiterst tegengesteld te zijn. Naast positieve ontwikkelingen worden ook negatieve tendensen gevonden. We beschrijven de effecten per onderwerp.

1 *Getallen en getalrelaties*
In de periode 1987-2004 was er sprake van een sterk positief jaareffect voor het onderwerp Getallen en getalrelaties. In de periode 2004-1011 is een zeer lichte daling te zien.
De vaardigheid van de leerlingen in het doorzien van de getalstructuur en van de relaties tussen getallen is nagenoeg gelijk gebleven.

2 *Basisoperaties: optellen en aftrekken*
Voor de periode 1992-2004 werd een licht positief effect gevonden. Het effect voor de periode 2004-2011 is een verwaarloosbaar klein negatief effect.

3 *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*
Na een negatieve tendens over de periode 1992-1997 was een lichte positieve ombuiging zichtbaar over de periode 1997-2004. In de periode 2004-2011 keert dit zich weer in een verwaarloosbaar klein negatief effect.
In hun totaliteit zijn de effecten op het gebied van de basisoperaties klein. Het is niet onwaarschijnlijk dat dit mede wordt veroorzaakt door het basale karakter van dit onderwerp waardoor relatief veel opgaven door de meeste leerlingen goed worden beheerst en er dus sprake is van een plafondeffect.

4 *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*
Over de totale periode 1987-2004 was een duidelijk positieve ontwikkeling te zien die echter vooral is gerealiseerd in de periode 1987-1997. Voor dit onderwerp is nauwelijks verschil met 2004 zichtbaar. De minimale vooruitgang die geboekt is tussen 2004 en 2011 is niet significant.

5 *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen*
Zoals de figuur laat zien is er tussen 1987 en 2004 nauwelijks verandering opgetreden in de vaardigheid van de leerlingen op dit onderwerp. Ook tussen 2004 en 2011 is het positieve effect zeer minimaal.

6 *Schattend rekenen*
Het positieve effect voor het onderwerp *Schattend rekenen* dat zichtbaar was in de 1987-2004 zet zich door in de periode 2004-2011. Over deze periode is een lichte toename te zien.

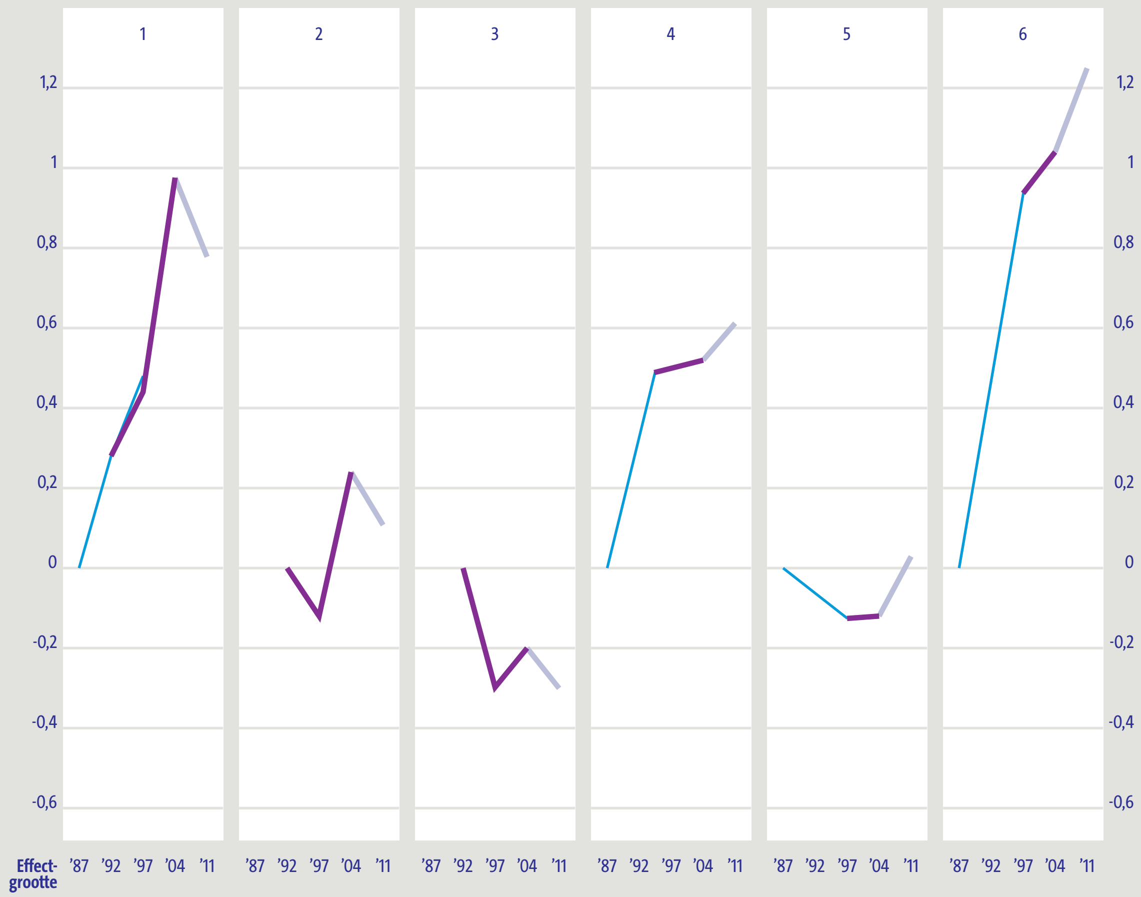
7 *Bewerkingen: optellen en aftrekken*
Het duidelijk negatieve effect van afnamejaar over de periode 1987-2004 zet door in de periode 2004-2011. Het effect is echter minimaal.

8 *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*
De rekenvaardigheid van leerlingen met betrekking tot dit onderwerp is sinds 2004 sterk achteruit gegaan, het niveau is in de periode 2004-2011 echter gelijk gebleven.

9 *Samengestelde bewerkingen*
De ontwikkeling van de vaardigheid bij dit onderwerpen was in de periode 1987-2004 vergelijkbaar met die op de voorgaande twee onderwerpen. Echter is de negatieve trend over de periode 2004-2011 omgebogen naar een licht positief effect.

10 *Rekenen met de zakrekenmachine*
We zien een licht positieve tendens over met name de periode 1992-1997 die zich tussen 1997 en 2004 min of meer heeft gestabiliseerd, om tussen 2004 en 2011 weer matig te stijgen.

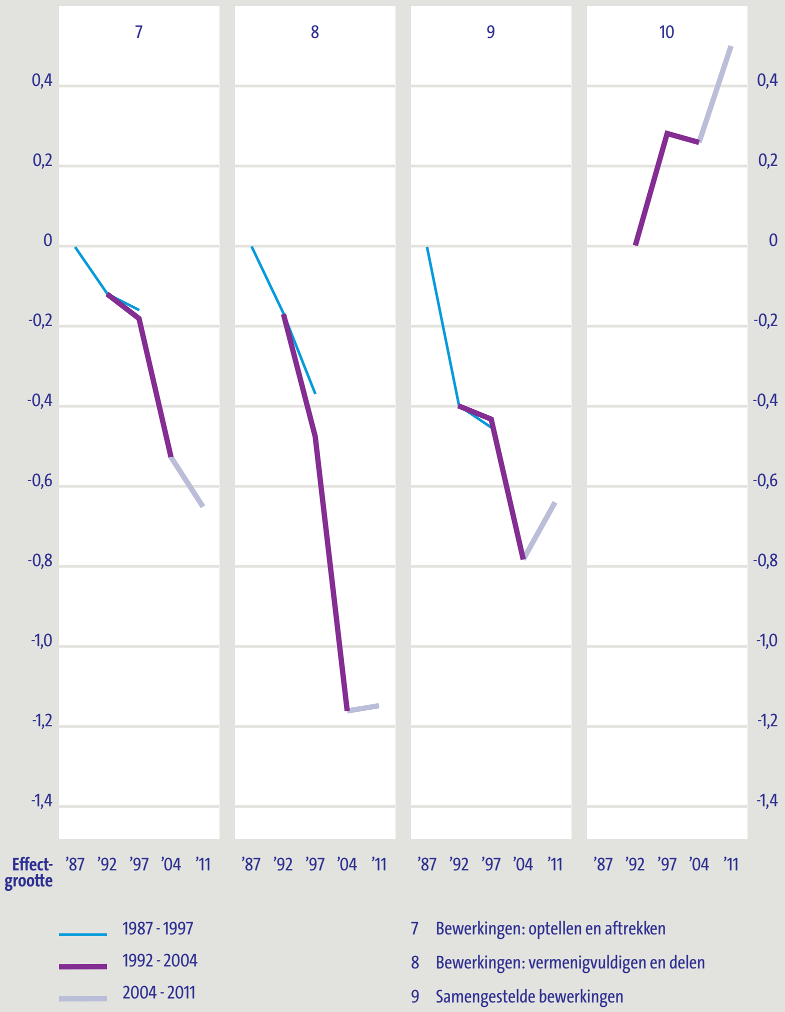
Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2011 voor het domein Getallen en bewerkingen (1)



1987 - 1997
1992 - 2004
2004 - 2011

1 Getallen en getalrelaties
2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken
3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen
4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken
5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen
6 Schattend rekeken

Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2011 voor het domein Getallen en bewerkingen (2)



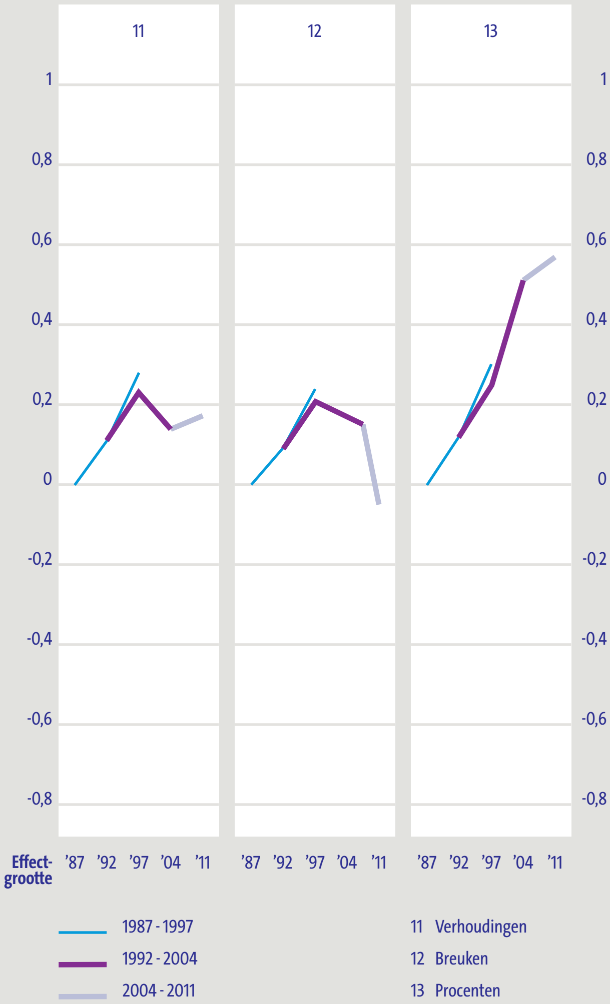
7 Bewerkingen: optellen en aftrekken

8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

9 Samengestelde bewerkingen

10 Rekenen met de zakrekenmaschine

Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2011 voor het domein Verhoudingen, breuken en procenten



Jaareffecten in het domein Verhoudingen, breuken en procenten

De jaareffecten voor de onderwerpen uit dit domein laten nauwelijks verschillen tussen 2004 en 2011. Hieronder worden de effecten per onderwerp besproken.

11 Verhoudingen
De figuur laat zien dat er wat dit onderwerp betreft nauwelijks sprake is van enige ontwikkeling. Een licht positieve tendens is waargenomen over de periode 1987-1997, over 1997-2004 zien we weer een lichte achteruitgang en over de periode 2004-2011 weer een zeer minimale, niet significante vooruitgang.

12 Breuken
Het beeld omtrent de vaardigheid in het kunnen omgaan met breuken is in de periode 1987-2004 gelijk aan dat van het onderwerp Verhoudingen, in de periode 2004-2011 is echter sprake van een lichte achteruitgang op dit onderwerp.

13 Procenten
De continu positieve ontwikkeling die zichtbaar was vanaf 1987 is in de periode 2004-2011 gestabiliseerd. De vooruitgang is niet significant.

Jaareffecten in het domein Meten

De jaareffecten voor de onderwerpen uit dit domein laten, net als in het domein *Verhoudingen, breuken en procenten*, nauwelijks verschillen zien tussen 2004 en 2011. Zoals besproken in de inleiding van deze paragraaf is van het onderwerp *Meetkunde* is geen jaareffect berekend. Hieronder worden de effecten per onderwerp besproken. Zie voor de grafieken pagina 314 en 315.

14 Meten: lengte
De licht negatieve tendens die zichtbaar was in de periode 1987-2004 zet door in de periode 2004-2011. Het negatieve effect blijft verwaarloosbaar klein, maar is wel significant.

15 Meten: oppervlakte
Tussen 2004 en 2011 is net als tussen 1992 en 2004 geen verandering van enige betekenis opgetreden in het vaardigheidsniveau van de leerlingen over de jaren heen.

16 Meten: inhoud
Ook voor dit onderwerp geldt dat er over de totale periode 1987-2011 geen veranderingen van betekenis zijn opgetreden in het vaardigheidsniveau van de leerlingen. Na een lichte stijging over de periode 1987-1992 zien we vanaf 1992 een lichte daling die doorzet in de periode 2004-2011, zonder effecten van betekenis.

17 Meten: gewicht
Bij het onderwerp *Meten: gewicht* wordt wel een duidelijk positief effect over de totale periode 1987-2011 geschat. Het effect over de periode 2004-2011 is verwaarloosbaar klein.

18 Meten: toepassingen
De negatieve trend die zichtbaar was in de periode 1987-2004, buigt zich om in een lichte stijging in de periode 2004-2011. Het effect is significant, maar klein.

19 Meetkunde
In de periode 1987-2004 bewegen de effecten van afnamejaar voor het onderwerp *Meetkunde* bewegen zich rond de nullijn. Voor de periode 2004-2011 is geen effect berekend.

20 Tijd
Nadat er zich over de periode 1987-1997 een licht positieve trend aftekende voor het onderwerp *Tijd*, gevolgd door een negatief effect over de periode 1997-2004, is tussen 2004-2011 weer een zeer klein positief effect gevonden.

21 Geld
In de periode 2004-2011 is het vaardigheidsniveau op het onderwerp *Geld* nauwelijks veranderd. Het negatieve effect is verwaarloosbaar en niet significant.

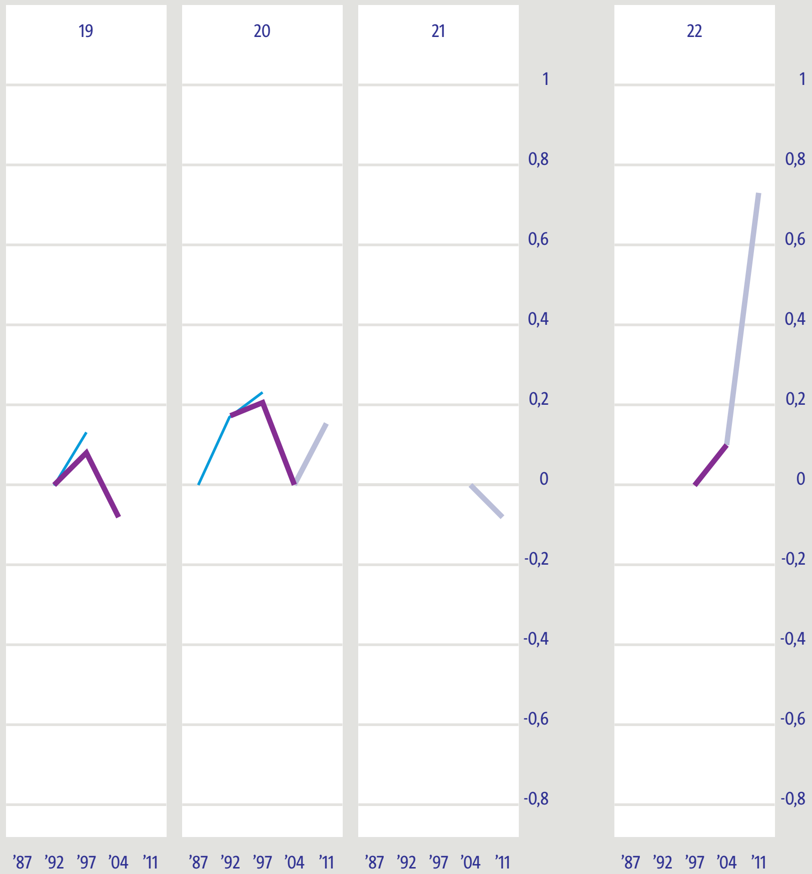
Jaareffecten in het domein Verbanden

22 Verbanden (voorheen Tabellen en grafieken)
Dit onderwerp heette in de vorige balans *Tabellen en grafieken*. Door de ontwikkelingen rond de referentieniveaus is dit onderwerp uitgebreid met enkele opgaven over patronen (zie hoofdstuk 8). Desalniettemin meten het grootste deel van de opgaven dezelfde vaardigheid als in 2004. Daarom is een jaarvergelijking verantwoord. In de periode 1998-2004 was er sprake is van een verwaarloosbaar klein positief effect. In de periode 2004-2011 is een duidelijk positief effect te zien

Samenvatting

Voor zover er over de periode 2004-2011 veranderingen zijn waar te nemen in de rekenvaardigheid van de leerlingen, zijn dat vooral kleine veranderingen, met uitzondering van het onderwerp *Verbanden* (voorheen Tabellen en grafieken).
De veranderingen die binnen het domein *Getallen en bewerkingen* zichtbaar zijn, geven geen eenduidig beeld, op de meeste onderwerpen zien we lichte vooruitgang of achteruitgang.
We zien dat de negatieve trend op het gebied van de bewerkingen zich bij het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* doorzet, echter de achteruitgang is zeer klein. Bij het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* stabiliseert de vaardigheid zich en bij het onderwerp *Bewerkingen: toepassingen* zien we een zeer lichte stijging.
De belangrijkste vooruitgang die is opgetreden in de periode 2004-2011 is bij het onderwerp *Verbanden*. Een mogelijke verklaring hiervoor is de toegenomen belangstelling voor dit gebied, ten gevolge van de aandacht voor de referentieniveaus. Eigenlijk zijn hiermee de belangrijkste ontwikkelingen op het gebied van de rekenvaardigheid van leerlingen geschetst. Zowel binnen het domein *Meten en meetkunde* als binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* is op een enkele uitzondering na nauwelijks enige vooruitgang of achteruitgang geconstateerd.

Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2011 voor het domein Meten en meetkunde en het domein Verbanden


19
20
21
22
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
'87 '92 '97 '04 '11

Literatuur

Literatuur

Bokhove, J., Schoot, F. van der & Eggen, Th. (1996). *Balans van het rekenonderwijs aan het einde van de basisschool 2. Uitkomsten van de tweede peiling rekenen/wiskunde einde basisonderwijs.* PPON-reeks nr. 8a. Arnhem: Cito.

Expertgroep doorlopende leerlijnen (2008). *Over de drempels met rekenen. Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen*. Enschede: z.u.

Fagginger Auer, M. F. & Scheltens, F. (2012). Oplossingsstrategieën voor deel- en vermenigvuldigopgaven in groep 8. In: M. van Zanten (ed.). *Opbrengstgericht onderwijs – rekenen! – wiskunde?* (pp. 137-150). Utrecht: z.u.

Fosnot, C. & Dolk, M. L. A. M. (2002). Het leerlandschap (1). In: *Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21 (2), pp. 29 – 37.

Heuvel-Panhuizen, M., van den, Buys, K. & Treffers, A. (eds.) (2000). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen. Bovenbouw basisschool.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Hop, M. (red.) (2012). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5*. PPON-reeks nr. 47. Arnhem: Cito.

Janssen, J., Schoot, F. van der & Hemker, B. (2005). *Balans van het rekenwiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. PPON-reeks nr. 32. Arnhem: Cito.

Janssen, J., Schoot, F. van der, Hemker, B. & Verhelst, N. (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3. Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. PPON-reeks nr. 13. Arnhem: Cito.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1993). *Besluit kerndoelen basisonderwijs.* 's Gravenhage: z.u.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen. (1993a). Besluit wijzigingen formatiebesluit WBO 1992. *Staatsblad van het koninkrijk der Nederlanden*, 608.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen. (1998). *Kerndoelen basisonderwijs 1998. Over de relatie tussen de algemene doelen en de kerndoeln per vak*. 's Gravenhage: Sdu

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (2004). *Voorstel herziene kerndoelen basisonderwijs.*

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (2008). *Kerndoelen Primair Onderwijs.* 's Gravenhage: z.u.

Netelenbos, T. (1995). *De school als lerende organisatie*. Den Haag, Sdu.

Verhelst, N.D., C.A.W. Glas & H.H.F.M. Verstralen (1993). OPLM: *One Parameter Logistic Model. Computer program and manual*. Arnhem: Cito

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In: F.K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 559-565). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Wijnstra, J.M. (red.) (1998). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. PPON-reeks nr. 1. Arnhem, Cito.

Primair onderwijs

Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5

PPON-reeks nummer 51

Cito
Amsterdamseweg 13
Postbus 1034
6801 MG Arnhem
Telefoon (026) 352 11 11
Fax (026) 352 13 56
Internet www.cito.nl

Klantenservice
T (026) 352 11 11
F (026) 352 11 35
klantenservice@cito.nl

Fotografie: Ron Steemers